

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский



» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Дополнительные главы уравнений в частных производных

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) ведущий научный сотрудник, д.н. (доцент) Каюмов И.Р. (Региональный научно-образовательный математический центр, КФУ), Ilgis.Kayumov@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Салехов Л.Г. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Leonard.Salekhov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-6	способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-7	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

теория ядер, определения ядер, преобразования, порождаемые этими ядрами, классификации ядер; основные понятия фундаментальных ядер для дифференциальных операторов в частных производных с переменными коэффициентами, критерии гипоеллиптичности операторов в частных производных, потенциалы обобщенных функций, определения пространств Соболева и теоремы вложения, понятия следов в случае полупространства,

Должен уметь:

строить элементарные решения операторов в частных производных, решать задачи Дирихле для оператора Лапласа, задачи Коши-Адамара для оператора теплопроводности.

Должен владеть:

Должен демонстрировать способность и готовность:

готовность к формулировке задач математической физики и способность их решать.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.8 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Техника ядер. Символика Л. Шварца. Линейный оператор в частных производных с коэффициентами из $Eps(U)$ , где $U$ – открытое множество из $R^n$ . Линейный оператор в частных производных с постоянными коэффициентами как частный случай оператора свертки. Транспонированный оператор. Его построение. Понятие решения в смысле обобщенных функций.	7	2	2	0	4
2.	Тема 2. Сведения из теории ядер. Определение ядра, симметричного ядра, симметрического ядра. Преобразования, порождаемые ядром. Примеры. Регулярные ядра. Определение ядра полурегулярного слева и справа. Определение регулярного ядра. Преобразования, порождаемые регулярным ядром. Пример регулярного ядра. Регуляризующие ядра (сглаживающие ядра). Стандартный пример регуляризующего ядра. Сильно регулярные ядра (вполне регулярные ядра). Стандартный пример сильно регулярного ядра.	7	1	1	0	2
3.	Тема 3. Фундаментальные ядра операторов частных производных с переменными коэффициентами. Определение фундаментального ядра слева для оператора $P(x,D)$ . Определение фундаментального ядра справа для оператора $P(x,D)$ . Приложение фундаментальных ядер.	7	1	1	0	2
4.	Тема 4. Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Случай операторов с постоянными коэффициентами. Случай операторов с переменными коэффициентами.	7	1	1	0	2
5.	Тема 5. Гипоэллиптичность операторов Определение гипоэллиптичности оператора $P(x,D)$ . Теоремы о множестве решений уравнения $P(x,D)T=0$ , если $P(x,D)$ гипоэллиптивен.	7	1	1	0	2

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Теорема о гипоеллиптичности Л. Шварца. а) Гипоеллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из $Eps(R)$ . б) Гипоеллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля). с) Гипоеллиптичность оператора теплопроводности. д) Негипоеллиптичность волнового оператора.	7	1	1	0	2
7.	Тема 7. Потенциалы обобщенных функций Определение потенциала. Случай оператора Лапласа. Ньютоновские потенциалы. Свойства потенциалов. Представление решений уравнения Пуассона через потенциалы. Постановка задачи Дирихле в смысле обобщенных функций. Определение функции Грина. Ядро Грина. Теорема об интегральном представлении решения уравнения Пуассона через функцию Грина в предположении ее существования. Приложение интегральной формулы Пуассона. Теорема Лиувилля для гармонических функций.	7	1	1	0	2
8.	Тема 8. Некоторые сведения из функционального анализа. Пространства С.Л. Соболева. Пространства $H^k(U)$ , $k$ принадлежит $R$ , $H_0^k(U)$ . Пространство $H^{-k}(U)$ . Теоремы о изоморфизме и структуре элементов из $H^{-k}(U)$ .	7	1	1	0	2
9.	Тема 9. Пространства $L^2(R^n)$ , Свойства этих пространств.	7	1	1	0	2
10.	Тема 10. Теорема вложения С.Л. Соболева. Контактное вложение. Теорема Рёлиха-Кондрашова. Понятие следа. Исследование следов. Интегральный след.	7	1	1	0	2
11.	Тема 11. Свойства полупространства. Теорема о следах для полупространств. Задачи Дирихле. Лемма об энергии. Свойства оператора Грина задачи Дирихле.	7	1	1	0	2
13.	Тема 13. Задача Штурма-Лиувилля для оператора $A$ . Неравенство Фридрихса. Понятия, относящиеся к векторно-значимым функциям.	7	1	1	0	2

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
14.	Тема 14. Задача Коши-Адамара для оператора диффузии. Постановка задачи. Свойства решения. Теорема единственности. Существование и конструирование решения задачи Коши-Адамара.	7	1	1	0	2
15.	Тема 15. Приближенные решения. Априорная оценка. Сходимость приближенных решений. Сходимость приближенных решений по слабой топологии пространства $(0, T)$ .	7	1	1	0	2
16.	Тема 16. Метод собственных функций (метод разделения переменных) при решении задачи Коши-Адамара для оператора диффузии.	7	1	1	0	2
17.	Тема 17. Задача Коши-Адамара для волнового уравнения. Свойства решений	7	1	1	0	2
18.	Тема 18. Понятие векторно-значных обобщенных функций. Существование и конструирование решений.	7	1	1	0	2
	Итого		18	18	0	36

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

**Тема 1. Техника ядер. Символика Л. Шварца. Линейный оператор в частных производных с коэффициентами из  $Eps(U)$ , где  $U$  – открытое множество из  $R^n$ . Линейный оператор в частных производных с постоянными коэффициентами как частный случай оператора свертки.**

**Транспонированный оператор. Его построение. Понятие решения в смысле обобщенных функций.**

Техника ядер. Символика Л. Шварца. Линейный оператор в частных производных с коэффициентами из  $Eps(U)$ , где  $U$  – открытое множество из  $R^n$ . Линейный оператор в частных производных с постоянными коэффициентами как частный случай оператора свертки. Транспонированный оператор. Его построение. Понятие решения в смысле обобщенных функций.

**Тема 2. Сведения из теории ядер. Определение ядра, симметричного ядра, симметрического ядра. Преобразования, порождаемые ядром. Примеры. Регулярные ядра. Определение ядра полурегулярного слева и справа. Определение регулярного ядра. Преобразования, порождаемые регулярным ядром. Пример регулярного ядра. Регуляризирующие ядра (сглаживающие ядра). Стандартный пример регуляризирующего ядра. Сильно регулярные ядра (вполне регулярные ядра). Стандартный пример сильно регулярного ядра.**

Сведения из теории ядер. Определение ядра, симметричного ядра, симметрического ядра. Преобразования, порождаемые ядром. Примеры. Регулярные ядра. Определение ядра полурегулярного слева и справа. Определение регулярного ядра. Преобразования, порождаемые регулярным ядром. Пример регулярного ядра. Регуляризирующие ядра (сглаживающие ядра). Стандартный пример регуляризирующего ядра. Сильно регулярные ядра (вполне регулярные ядра). Стандартный пример сильно регулярного ядра.

**Тема 3. Фундаментальные ядра операторов частных производных с переменными коэффициентами. Определение фундаментального ядра слева для оператора  $P(x, D)$ . Определение фундаментального ядра справа для оператора  $P(x, D)$ . Приложение фундаментальных ядер.**

Фундаментальные ядра операторов частных производных с переменными коэффициентами. Определение фундаментального ядра слева для оператора  $P(x, D)$ . Определение фундаментального ядра справа для оператора  $P(x, D)$ . Приложение фундаментальных ядер.

Примеры фундаментальных ядер в случае обыкновенных дифференциальных операторов с переменными коэффициентами.



**Тема 4. Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Случай операторов с постоянными коэффициентами. Случай операторов с переменными коэффициентами.**

Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Случай операторов с постоянными коэффициентами. Случай операторов с переменными коэффициентами. Аналогом операторов в частных производных с постоянными коэффициентами служат операторы с переменными коэффициентами. Определение фундаментального ядра.

**Тема 5. Гипоэллиптичность операторов Определение гипоэллиптичности оператора  $P(x,D)$ . Теоремы о множестве решений уравнения  $P(x,D)T=0$ , если  $P(x,D)$  гипоэллиптичен.**

Гипоэллиптичность операторов. Определение гипоэллиптичности оператора  $P(x,D)$ . Теоремы о множестве решений уравнения  $P(x,D)T=0$ , если  $P(x,D)$  гипоэллиптичен.

Примеры гипоэллиптических операторов. Оператор Лапласа гипоэллиптичен (лемма Вейля). Оператор диффузии (оператор теплопроводности) гипоэллиптичен.

**Тема 6. Теорема о гипоэллиптичности Л. Шварца. а) Гипоэллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из  $Eps(R)$ . б) Гипоэллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля). с) Гипоэллиптичность оператора теплопроводности. д) Негипоэллиптичность волнового оператора.**

Теорема о гипоэллиптичности Л. Шварца. а) Гипоэллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из  $Eps(R)$ . б) Гипоэллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля). с) Гипоэллиптичность оператора теплопроводности. д) Негипоэллиптичность волнового оператора.

**Тема 7. Потенциалы обобщенных функций Определение потенциала. Случай оператора Лапласа. Ньютоновские потенциалы. Свойства потенциалов. Представление решений уравнения Пуассона через потенциалы. Постановка задачи Дирихле в смысле обобщенных функций. Определение функции Грина. Ядро Грина. Теорема об интегральном представлении решения уравнения Пуассона через функцию Грина в предположении ее существования. Приложение интегральной формулы Пуассона. Теорема Лиувилля для гармонических функций.**

Потенциалы обобщенных функций Определение потенциала. Случай оператора Лапласа. Ньютоновские потенциалы. Свойства потенциалов. Представление решений уравнения Пуассона через потенциалы. Постановка задачи Дирихле в смысле обобщенных функций. Определение функции Грина. Ядро Грина. Теорема об интегральном представлении решения уравнения Пуассона через функцию Грина в предположении ее существования. Приложение интегральной формулы Пуассона. Теорема Лиувилля для гармонических функций.

**Тема 8. Некоторые сведения из функционального анализа. Пространства С.Л. Соболева. Пространства  $H^k(U)$ ,  $k$  принадлежит  $R$ ,  $H_0^k(U)$ . Пространство  $H^{(-k)}(U)$ . Теоремы о изоморфизме и структуре элементов из  $H^{(-k)}(U)$ .**

Некоторые сведения из функционального анализа. Пространства С.Л. Соболева. Пространства  $H^k(U)$ ,  $k$  принадлежит  $R$ ,  $H_0^k(U)$ . Пространство  $H^{(-k)}(U)$ . Теоремы о изоморфизме и структуре элементов из  $H^{(-k)}(U)$ . Свёртка в Лебеговских пространствах. Пространства  $L_1$  на  $R$  - есть свёрточная алгебра.

**Тема 9. Пространства  $L_s^2(R^n)$ , Свойства этих пространств.**

Пространства  $L_s^2(R^n)$ , Свойства этих пространств. Банаховость этих пространств, а также гильбертовость этих пространств. Теорема Планшереля-Рица и теорема Планшереля-Парсевала. Продолжение преобразования Фурье в пространство  $L_2$ . Теорема о транспозиции. Свойство регуляризации свёртки в Лебеговских пространствах.

**Тема 10. Теорема вложения С.Л. Соболева. Контактное вложение. Теорема Рёлиха-Кондрашова. Понятие следа. Исследование следов. Интегральный след.**

Теорема вложения С.Л. Соболева. Компактное вложение. Теорема Рёлиха-Кондрашова. Понятие следа. Исследование следов. Интегральный след. Обобщение аналога сужения гладкой функции на некоторое многообразие приводит к понятию следа. Теоремы вложения как важный аппарат решения задач математической физики.

**Тема 11. Свойства полупространства. Теорема о следах для полупространств. Задачи Дирихле. Лемма об энергии. Свойства оператора Грина задачи Дирихле.**

Свойства полупространства. Полупространства как многообразия, обладающие свойством следа. Теорема о следах для полупространств. Задачи Дирихле. Лемма об энергии. Свойства оператора Грина задачи Дирихле. Симметричность оператора Грина. Примеры построения функции Грина для шара, полушара, полупространства, четверти пространства, а также на плоскости.

**Тема 13. Задача Штурма-Лиувилля для оператора  $A$ . Неравенство Фридрихса. Понятия, относящиеся к векторно-значимым функциям.**

Задача Штурма-Лиувилля для оператора  $A$ . Неравенство Фридрихса. Понятия, относящиеся к векторно-значимым функциям.

Напоминание постановки задачи Штурма-Лиувилля для операторов в частных производных. Свойства собственных значений и собственных функций. Ортогональность собственных функций. Полнота семейства собственных функций.

**Тема 14. Задача Коши-Адамара для оператора диффузии. Постановка задачи. Свойства решения. Теорема единственности. Существование и конструирование решения задачи Коши-Адамара.**

Задача Коши-Адамара для оператора диффузии. Постановка задачи. Свойства решения. Теорема единственности. Существование и конструирование решения задачи Коши-Адамара. Задача Коши-Адамара как смешанная задача или начально-краевая задача. Решение задачи Коши-Адамара методом симметрии для полупрямой.

**Тема 15. Приближенные решения. Априорная оценка. Сходимость приближенных решений. Сходимость приближенных решений по слабой топологии пространства  $(0, T)$ .**

Приближенные решения. Априорная оценка. Сходимость приближенных решений. Сходимость приближенных решений по слабой топологии пространства  $(0, T)$ .

Приближённое решение на стандартных примерах. Понятие слабой топологии и его применение при отыскании решений в смысле слабых решений. Применение метода Фурье(метод разделения переменных).

**Тема 16. Метод собственных функций (метод разделения переменных) при решении задачи Коши-Адамара для оператора диффузии.**

Метод собственных функций ( метод разделения переменных ) при решении задачи Коши - Адамара для оператора диффузии.

Идея метода разделения переменных при решении задач Коши-Адамара для общих операторов и оператора диффузии. Обоснование решения, полученного методом разделения переменных.

**Тема 17. Задача Коши-Адамара для волнового уравнения. Свойства решений**

Задача Коши - Адамара для волнового уравнения как задача Коши-Адамара для Даламбертиана размерности  $n$ . Свойства решений. Существование и единственность решения задачи Коши-Адамара. Гладкость решения задачи Коши - Адамара. Слабое решение задачи Коши-Адамара ( в смысле обобщённых функций ).

**Тема 18. Понятие векторно-значных обобщенных функций. Существование и конструирование решений.**

Понятие векторнозначных обобщенных функций. Существование и конструирование решений.

Доказательство теорем единственности, гладкости решений. Исследование существования и единственности решения.

Выяснение вопросов гипоэллиптичности рассматриваемых операторов, а также гладкости решений при непрерывной правой части уравнения.

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

**6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:



- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
  - критерии оценивания сформированности компетенций;
  - механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
  - описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
  - критерии оценивания для каждого оценочного средства;
  - содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.
- Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- Большая научная библиотека - <http://sci-lib.com/subject.php?subject=1&pp=1>  
 Википедия\_ Портал Математика - <http://ru.wikipedia.org/wiki/Портал:Математика>  
 Общероссийский математический портал mathnet - <http://www.mathnet.ru/>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля для пометок. Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными.
практические занятия	Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоятельная работа	самостоятельная работа требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с задачиком и методическими пособиями. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте <a href="http://dic.academic.ru">http://dic.academic.ru</a> .

Вид работ	Методические рекомендации
зачет	При подготовке к зачёту необходимо опираться, прежде всего, на лекции, а также на источники, которые разбирались на семинарах в течение семестра. Ответ на зачете предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Общий профиль".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.8 Дополнительные главы уравнений в частных  
производных

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

**Основная литература:**

1. Треногин, В.А. Уравнения в частных производных : учебное пособие / В.А. Треногин, И.С. Недосекина. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 228 с. - ISBN 978-5-9221-1448-6.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59744>
2. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления: учебное пособие / В.К. Романко. - 4-е изд. (эл.). - Москва : Лаборатория знаний, 2015. - 347 с. - ISBN 978-5-9963-3013-3.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/70785>
3. Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач: учебное пособие / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2016. - 216 с. - ISBN 978-5-8114-0863-4.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/71748>
4. Карчевский, М.М. Лекции по уравнениям математической физики: учебное пособие / М.М. Карчевский. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург: Лань, 2016. - 164 с. - ISBN 978-5-8114-2132-9.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/72982>

**Дополнительная литература:**

1. Иваньшин П. Н. Метод конечных элементов [Текст: электронный ресурс]: курс лекций : [учебное пособие] / П. Н. Иваньшин.- Электронные данные (1 файл: 2,37 Мб).- (Казань: Казанский федеральный университет, 2015).- Загл. с экрана.- Вых. дан. ориг. печ. изд.: Казань, 2013.- Для 3-го курса.- Режим доступа: открытый .- URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/06-IPh/06\\_48\\_kl-000870.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/06-IPh/06_48_kl-000870.pdf)
2. Салахудинов Р. Г. Введение в теорию изопериметрических неравенств. I [Текст: электронный ресурс]: учебное пособие. Метод конформных отображений в теории изопериметрических неравенств / Р. Г. Салахудинов; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского.- Электронные данные (1 файл: 1, 12 Мб).- (Казань : Казанский федеральный университет, 2013).- Загл. с экрана.- Для 5-8-го семестров.- Режим доступа: открытый.- URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05\\_33\\_000342.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_33_000342.pdf)

*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.8 Дополнительные главы уравнений в частных  
производных*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.