

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Высшая школа информационных технологий и информационных систем



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



_____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Дискретная математика Б1.В.ОД.1

Направление подготовки: 09.03.03 - Прикладная информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Калимуллин И.Ш.

Рецензент(ы):

Абызов А.Н.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Арсланов М. М.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Высшей школы информационных технологий и информационных систем:

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No 689510317

Казань
2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) главный научный сотрудник, д.н. (доцент) Калимуллин И.Ш. учебно-исследовательская лаборатория алгоритмических методов алгебры и логики
Кафедра алгебры и математической логики , Iskander.Kalimullin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Главной целью освоения дисциплины (модуля) "Дискретная математика" является обучение студентов методам решения задач дискретной математики и соответствующему мышлению. В процессе обучения требуется дать студентам запас базовых знаний по основным разделам дискретной математики, обучить рациональному и эффективному использованию полученных знаний при решении типовых задач дискретной математики; сформировать у студентов представление о дискретной математике как методах изучения широкого круга объектов и процессов, характеризующихся отсутствием свойства непрерывности; сформировать знания, умения и навыки использования основных понятий теории графов, теории автоматов, теории булевых функций. Формирование логической и математической культуры студента, фундаментальная подготовка в области математической логики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.1 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 09.03.03 Прикладная информатика и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Для успешного изучения дискретной математики необходимы знания и умения в объеме школьной программы по математике, общие понятия и факты из математического анализа, линейной алгебры.

Освоение дискретной математики необходимо для эффективного использования возможностей современной вычислительной техники, изучения программирования и информатики. Знание основ дискретной математики необходимо практически в любой современной научно-исследовательской работе.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-23 (профессиональные компетенции)	способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия дискретной математики, определения и свойства математических объектов, используемых в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

2. должен уметь:

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

3. должен владеть:

математическим аппаратом дискретной математики, методами доказательства утверждений в этой области, навыками алгоритмизации основных задач.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) 288 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Булевы функции	1	1	2	0	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. ДНФ и КНФ.	1	2	2	0	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Минимальные ДНФ.	1	3-4	4	0	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Монотонные функции.	1	5-6	4	0	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Многочлен Жегалкина.	1	7	2	0	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Замкнутые классы булевых функций.	1	8	2	0	2	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Теорема Поста о полноте.	1	9-10	4	0	4	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Неориентированные графы.	1	11	2	0	2	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Связные графы и компоненты связности.	1	12	2	0	2	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Эйлеровы и гамильтоновы пути.	1	13	2	0	2	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Леса и деревья.	1	14-15	4	0	4	Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Теорема Кэли о количестве деревьев на n вершинах.	1	16	2	0	2	Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Нахождение остова наименьшего веса.	1	17	2	0	2	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Плоские графы.	1	18	2	0	2	Контрольная работа
15.	Тема 15. Ориентированные графы.	2	1	2	0	2	Письменное домашнее задание
16.	Тема 16. Нахождение кратчайшего пути.	2	2	2	0	2	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Сети и потоки.	2	3-4	4	0	4	Письменное домашнее задание
18.	Тема 18. Разрезы в сетях.	2	5	2	0	2	Письменное домашнее задание
19.	Тема 19. Конечные автоматы и регулярные языки.	2	6-7	4	0	4	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
20.	Тема 20. Теорема Майхилла-Нероуда.	2	8-9	4	0	4	Письменное домашнее задание
21.	Тема 21. Минимальные автоматы.	2	10	2	0	2	Контрольная работа
22.	Тема 22. Операции над языками.	2	11	2	0	2	Письменное домашнее задание
23.	Тема 23. Недетеминированные автоматы.	2	12-13	4	0	4	Письменное домашнее задание
24.	Тема 24. Регулярные выражения.	2	14	2	0	2	Письменное домашнее задание
25.	Тема 25. Машины Тьюринга.	2	15	2	0	2	Письменное домашнее задание
26.	Тема 26. Теорема Клини о нормальной форме.	2	16	2	0	2	Письменное домашнее задание
27.	Тема 27. Геделева нумерация.	2	17	2	0	2	Письменное домашнее задание
28.	Тема 28. Перечислимые и вычислимые множества.	2	18	2	0	2	Контрольная работа
·	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Зачет
·	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Итого			72	0	72	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Булевы функции

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Булевы функции. Основные логические операции. Выразимость одних операций через другие.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Выразить исключающее или через штрих Шеффера

Тема 2. ДНФ и КНФ.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

ДНФ и КНФ. Теоремы о совершенных ДНФ и КНФ.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Построить СДНФ для функции (1110001100101010)

Тема 3. Минимальные ДНФ.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Минимальные ДНФ. Импликанты и простые импликанты, сокращенные ДНФ и тупиковые ДНФ. Алгоритм нахождения минимальной ДНФ.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Построить минимальную ДНФ для функции (1110001100101010)

Тема 4. Монотонные функции.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Монотонные функции. Теорема о сокращенной ДНФ для монотонных функций. Композиция монотонных функций есть снова монотонная функция.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Проверить на монотонность функцию (A или не B) и не ((не C или A) и ((A или C) влечет B))

Тема 5. Многочлен Жегалкина.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Многочлен Жегалкина. Представимость булевых функций многочленами Жегалкина.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Построить многочлен Жегалкина для функции (A или не B) и не ((не C или A) и ((A или C) влечет B))

Тема 6. Замкнутые классы булевых функций.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Замкнутые классы булевых функций. Классы T_0 и T_1 . Классы монотонных, линейных и самодвойственных функций.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Проверить принадлежность к классам T_0 , T_1 , M, L, S следующей функции (01101101)

Тема 7. Теорема Поста о полноте.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Полные классы функций. Теорема Поста о полноте.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Исследовать на полноту класс функций (11101101) и (00011110).

Тема 8. Неориентированные графы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Неориентированные графы. Степени вершин. Сумма степеней вершин графа. Изоморфизм графов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Построить с точностью до изоморфизма все простые графы на 4 вершинах.

Тема 9. Связные графы и компоненты связности.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Связные графы и компоненты связности. Неравенство между количеством вершин, ребер и компонент связности.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Построить с точностью до изоморфизма все связные простые графы на 5 вершинах.

Тема 10. Эйлеровы и гамильтоновы пути.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Эйлеровы и гамильтоновы пути. Критерий существования эйлерового пути.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Построить с точностью до изоморфизма все эйлеровы и гамильтоновы графы на 5 вершинах.

Тема 11. Леса и деревья.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Леса и деревья. Эквивалентность различных определений.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Построить с точностью до изоморфизма все леса и деревья на 5 вершинах.

Тема 12. Теорема Кэли о количестве деревьев на n вершинах.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Теорема Кэли о количестве деревьев на n вершинах. Коды Прюфера.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Построить дерево с кодом Прюфера 2332235

Тема 13. Нахождение остова наименьшего веса.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Алгоритм Краскала нахождения остова наименьшего веса.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Найти наименьший остов в взвешенном графе, заданной матрицей 05671 50452 64033 75302 12320

Тема 14. Плоские графы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Плоские графы. Грани плоских графов. Формула Эйлера для плоских графов. Раскраски графов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: проверить на планарность граф, заданный матрицей -1010100 --010100 ---11000 ----0011 -----010 -----00 -----1

Тема 15. Ориентированные графы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Ориентированные графы. Положительные и отрицательные степени вершин. Теорема о суммах положительных и отрицательных степеней. Изоморфизм ориентированных графов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Построить с точностью до изоморфизма все простые ориентированные графы на 3 вершинах.

Тема 16. Нахождение кратчайшего пути.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме: Найти кратчайший путь от вершины 1 до вершины 7 в графе заданно матрицей -203005 0-04532 03-4070 079-902 0050-04 02007-4 000000-

Тема 17. Сети и потоки.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Сети и потоки. Величина потока и его свойства. Задача о нахождении максимального потока.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Найти максимальный поток в сети, заданной матрицей
-2234 0-123 03-45 065-3 0000-

Тема 18. Разрезы в сетях.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Разрезы в сетях. Величина разреза. Алгоритм Форда-Фолкерсона.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Найти максимальный поток и минимальный разрез в сети, заданной матрицей -203005 0-04532 03-4070 079-902 0050-04 02007-4 000000-

Тема 19. Конечные автоматы и регулярные языки.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Конечные автоматы и регулярные языки. Примеры регулярных и нерегулярных языков.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Построить автомат распознающий язык
{aab,baa,aabab,baaab}

Тема 20. Теорема Майхилла-Нероуда.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Отношение различимости слов заданным языком. Теорема Майхилла-Нероуда.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Построить классы неразличимости для языка
{aab,baa,aabab,baaab}

Тема 21. Минимальные автоматы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Минимальные автоматы. Единственность минимального автомата.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Построить минимальный автомат распознающий язык
{aab,baa,aabab,baaab}

Тема 22. Операции над языками.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Регулярность объединения и пересечения языков.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Построить произведение автоматов $q_0, a \rightarrow q_0$ $q_0, b \rightarrow q_1$ $q_1, a \rightarrow q_0$ $q_1, b \rightarrow q_1$ $F = \{q_1\}$ и $q_0, a \rightarrow q_1$ $q_0, b \rightarrow q_2$ $q_1, a \rightarrow q_1$ $q_1, b \rightarrow q_2$ $q_2, a \rightarrow q_2$ $q_2, b \rightarrow q_0$ $F = \{q_0, q_2\}$
Провести настройку для объединения и пересечения языков

Тема 23. Недетеминированные автоматы.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Недетеминированные автоматы и распознаваемые ими языки. Операция *

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Построить недетеминированный автомат, распознающий язык $a\{ab\}^*b+(baa)^*$

Тема 24. Регулярные выражения.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Регулярные выражения для регулярных языков. Построение регулярного выражения по заданному автомату.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Найти регулярное выражение для языка, распознаваемого автоматом $q_0, a \rightarrow q_1$ $q_0, b \rightarrow q_2$ $q_1, a \rightarrow q_1$ $q_1, b \rightarrow q_2$ $q_2, a \rightarrow q_2$ $q_2, b \rightarrow q_0$ $F = \{q_0, q_2\}$

Тема 25. Машины Тьюринга.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Машины Тьюринга. Вычислимые функции. Тезис Черча-Тьюринга.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Построить машину Тьюринга для функции $f(n)=[n/4]$

Тема 26. Теорема Клини о нормальной форме.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Конфигурации и вычисления машин Тьюринга. Теорема Клини о нормальной форме.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Построение вычисления для машины Тьюринга, вычисляющей $f(n)=[n/4]$ при $n=6$

Тема 27. Геделева нумерация.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Существование универсальной частичной функции. Геделева нумерация.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Вычисление геделева номера для машины Тьюринга, вычисляющей $f(n)=n$

Тема 28. Перечислимые и вычислимые множества.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Перечислимые и вычислимые множества. Существование перечислимых, но не вычислимых множеств. Теорема Рекурсии.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач по указанной теме Вычисление наименьшего геделева номера машины Тьюринга, вычисляющую непустую функцию.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Булевы функции	1	1	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. ДНФ и КНФ.	1	2	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Минимальные ДНФ.	1	3-4	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
4.	Тема 4. Монотонные функции.	1	5-6	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Многочлен Жегалкина.	1	7	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
6.	Тема 6. Замкнутые классы булевых функций.	1	8	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
7.	Тема 7. Теорема Поста о полноте.	1	9-10	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Неориентированные графы.	1	11	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
9.	Тема 9. Связные графы и компоненты связности.	1	12	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
10.	Тема 10. Эйлеровы и гамильтоновы пути.	1	13	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
11.	Тема 11. Леса и деревья.	1	14-15	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
12.	Тема 12. Теорема Кэли о количестве деревьев на n вершинах.	1	16	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
13.	Тема 13. Нахождение остова наименьшего веса.	1	17	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
14.	Тема 14. Плоские графы.	1	18	подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
15.	Тема 15. Ориентированные графы.	2	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Нахождение кратчайшего пути.	2	2	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
17.	Тема 17. Сети и потоки.	2	3-4	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Разрезы в сетях.	2	5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
19.	Тема 19. Конечные автоматы и регулярные языки.	2	6-7	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
20.	Тема 20. Теорема Майхилла-Нероуда.	2	8-9	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
21.	Тема 21. Минимальные автоматы.	2	10	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
22.	Тема 22. Операции над языками.	2	11	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
23.	Тема 23. Недетеминированные автоматы.	2	12-13	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
24.	Тема 24. Регулярные выражения.	2	14	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
25.	Тема 25. Машины Тьюринга.	2	15	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
26.	Тема 26. Теорема Клини о нормальной форме.	2	16	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
27.	Тема 27. Геделева нумерация.	2	17	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
28.	Тема 28. Перечислимые и вычислимые множества.	2	18	подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
	Итого				108	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, зачеты, экзамены.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Булевы функции

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить таблицу истинности заданной функции (A или не B) и не ((C или A) и ((A или C) влечет не B))

Тема 2. ДНФ и КНФ.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить совершенные ДНФ и КНФ заданной функции (1001000110100110)

Тема 3. Минимальные ДНФ.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить сокращенные, тупиковые и минимальные ДНФ заданной функции (0001000110100110)

Тема 4. Монотонные функции.

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверить на монотонность указанные функции (11100001), (A влечет не B) и не ((C или A) и ((A влечет C) влечет не B))

Тема 5. Многочлен Жегалкина.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить многочлен Жегалкина заданной функции (1001000110100110)

Тема 6. Замкнутые классы булевых функций.

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверить указанные функции на принадлежность классам L и S. (1001000110100110), (A влечет не C) и не ((B влечет A) и ((A влечет C) влечет не B))

Тема 7. Теорема Поста о полноте.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Проверить полноту заданной системы функций. A влечет не B, (10011101) 2. Построить СДНФ функции (A влечет не B) и не (C или A) 3. Найти сокращенную ДНФ для функции (1111001101010110)

Тема 8. Неориентированные графы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все простые графы на 5 вершинах.

Тема 9. Связные графы и компоненты связности.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все связные простые графы на 6 вершинах.

Тема 10. Эйлеровы и гамильтоновы пути.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все эйлеровы и гамильтоновы графы на 6 вершинах.

Тема 11. Леса и деревья.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все леса и деревья на 6 вершинах.

Тема 12. Теорема Кэли о количестве деревьев на n вершинах.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить дерево с кодом Прюфера 443622357

Тема 13. Нахождение остова наименьшего веса.

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти наименьший остов в взвешенном графе, заданной матрицей -344320 --00041 ---4616
----506 -----44 -----3

Тема 14. Плоские графы.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Проверить на планарность граф -101010 --10011 ---1100 ----101 -----01 -----0 2. Построить дерево с кодом Прюфера 346222145 3. Найти наименьший остов в взвешенном графе, заданной матрицей -2343 --201 ---42 ----3

Тема 15. Ориентированные графы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все простые ориентированные графы на 4 вершинах.

Тема 16. Нахождение кратчайшего пути.

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти кратчайший путь от вершины 1 до вершины 7 во взвешенном графе, заданным матрицей -6200231 0-364043 04-25342 040-3453 0338-304 03670-55 074231-3 0000000-

Тема 17. Сети и потоки.

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти максимальный поток в сети, заданной матрицей -22343 0-1233 03-455 065-32 0706-5
00000-

Тема 18. Разрезы в сетях.

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти максимальный поток и минимальный разрез в сети, заданной матрицей -6200231
0-364043 04-25342 040-3453 0338-304 03670-55 074231-3 0000000-

Тема 19. Конечные автоматы и регулярные языки.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение автомата, распознающего язык {ab,ba,abab, abb, bab,ababb,abab, baab, ababab}

Тема 20. Теорема Майхилла-Нероуда.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить классы неразличимости для языка $\{ab,ba,abab, abb, bab,ababb,abab, baab, ababab\}$

Тема 21. Минимальные автоматы.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти минимальный автомат для регулярного языка $\{ab,b,abb,bb\}$ 2. Найти максимальный поток и минимальный разрез в сети, заданной матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 4 & 4 & 0 & 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3. Найти кратчайший путь от вершины 1 до вершины 7 во взвешенном графе, заданным матрицей $\begin{pmatrix} -221 & 0 & 631 & 0 & -301 & 143 & 01 & -191 & 12 & 003 & -1403 & 0236 & -554 & 07082 & -62 & 0231 & 137 & -3 & 00000000 \end{pmatrix}$

Тема 22. Операции над языками.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение минимального автомата, распознающего объединение и пересечение языков, заданных автоматами $q_0, a \rightarrow q_0, q_0, b \rightarrow q_1, q_1, a \rightarrow q_0, q_1, b \rightarrow q_1, F = \{q_1\}$ и $q_0, a \rightarrow q_1, q_0, b \rightarrow q_2, q_1, a \rightarrow q_1, q_1, b \rightarrow q_2, q_2, a \rightarrow q_2, q_2, b \rightarrow q_0, F = \{q_0, q_2\}$

Тема 23. Недетерминированные автоматы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить недетерминированный автомат, распознающий язык $(aab+b^*)^* + (ab)^*$

Тема 24. Регулярные выражения.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить регулярного выражения по заданному автомату $q_0, a \rightarrow q_0, q_0, b \rightarrow q_1, q_1, a \rightarrow q_2, q_1, b \rightarrow q_1, q_2, a \rightarrow q_1, q_2, b \rightarrow q_0, F = \{q_0, q_1\}$

Тема 25. Машины Тьюринга.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение машины Тьюринга, вычисляющую функцию $f(n) = 2n$.

Тема 26. Теорема Клини о нормальной форме.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение вычисления для машины Тьюринга, вычисляющей $f(n) = 2n$ при $n = 3$

Тема 27. Геделева нумерация.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление геделева номера для машины Тьюринга, вычисляющей $f(n) = \lfloor n/2 \rfloor$

Тема 28. Перечислимые и вычислимые множества.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Построить машину Тьюринга, вычисляющую функцию $f(n) = \lfloor 2n/3 \rfloor$. Выполнить вычисление при $n = 4$. 2. Построить недетерминированный автомат, распознающий язык $(abb)^* + (bab)^*$ 3. Построить регулярное выражение для пересечения языков $ab^* + b(ba)^*a$ и $a^*b + (bbaa)^*$

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В течение семестра к каждому семинару студенты решают задачи, указанные преподавателем. В семестре проводятся 2 контрольные работы, работа на практических занятиях оценивается в баллах.

Вопросы к зачету.

Полные классы. Теорема Поста о полноте. Монотонные функции. Лемма о немонотонной функции.

Определение булевых функций. Таблица истинности для штриха Шеффера и стрелки Пирса. Выразить через штрих Шеффера отрицание, конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию и сумму. Замыкание класса. Примеры замыканий. Доказать, что $\llbracket \neg \varphi \rrbracket = \neg \llbracket \varphi \rrbracket$.

Элементарные конъюнкты и дизъюнктивные нормальные формы. Примеры совершенных и несовершенных ДНФ. Совершенные ДНФ. Теорема о совершенной ДНФ.

Полные классы. Теорема Поста о полноте. Самодвойственные функции. Лемма о несамодвойственной функции.

Импликанты и простые импликанты. Сокращенная ДНФ. Примеры импликантов, простых и непростых импликантов. Каждый элементарный конъюнкт в минимальной ДНФ является простым импликантом.

Вес ДНФ. Минимальные и тупиковые ДНФ. Алгоритм нахождения минимальной ДНФ. Пример применения алгоритма. Доказать, что минимальная ДНФ является тупиковой.

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Класс $\mathcal{S}$. Замкнутость класса $\mathcal{S}$.

Порядок на булевых наборах. Монотонные функции. Примеры монотонных и немонотонных функций. Теорема о суперпозиции монотонных функций.

Двойственная функция. Самодвойственные функции. Примеры двойственных и самодвойственных функций. Теорема о суперпозиции двойственных функций.

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Класс $\mathcal{M}$. Замкнутость класса $\mathcal{M}$.

Полные классы. Теорема Поста о полноте. Линейные функции. Лемма о нелинейной функции.

Многочлены Жегалкина. Многочлены Жегалкина для отрицания, конъюнкции и дизъюнкции. Доказать единственность многочлена Жегалкина.

Формулы над классом функций. Примеры формул. Доказать, что если $D, E_1, E_2, \dots, E_n$ --- формулы над $\mathcal{C}$, то

$D(E_1, E_2, \dots, E_n)$ также является формулой над $\mathcal{C}$.

Замыкание класса. Примеры замыканий. Доказать, что $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{D}$, если $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{D}$.

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Класс $\mathcal{T}_0$. Замкнутость класса $\mathcal{T}_0$.

Определение булевых функций. Таблица истинности для дизъюнкции, конъюнкции, импликации и суммы. По индукции доказать равенство $A \wedge (B_1 \vee B_2 \vee \dots \vee B_n) = A \wedge B_1 \vee A \wedge B_2 \vee \dots \vee A \wedge B_n$.

Порядок на булевых наборах. Монотонные функции. Примеры монотонных и немонотонных функций. Теорема о тупиковых и минимальных ДНФ монотонных функций.

Линейные функции. Примеры линейных и нелинейных функций. Замкнутость класса $\mathcal{L}$ линейных функций.

Полные классы. Примеры полных и неполных классов. Теорема Поста о полноте (доказательство слева направо).

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Класс $\mathcal{T}_1$. Замкнутость класса $\mathcal{T}_1$.

Замыкание класса. Три свойства замыкания. Примеры замыканий. Доказать, что $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{C}$.

Полные классы. Теорема Поста о полноте. Классы $\mathcal{T}_0$ и $\mathcal{T}_1$. Лемма для $\mathcal{T}_0$ и $\mathcal{T}_1$.

Предполные классы. Примеры непредполных классов. Полное описание предполных классов.

Базисы. Примеры базисов из одной, двух, трех и четырех функций (с обоснованием).

Доказать, что не существует базисов, состоящих из пяти и более различных функций.

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Критерий замкнутости класса (необходимое и достаточное условие).

Многочлены Жегалкина. Примеры многочленов Жегалкина. Доказать существование многочлена Жегалкина и вывести формулы для его коэффициентов.

Порядок на булевых наборах. Монотонные функции. Примеры монотонных и немонотонных функций. Сокращенная ДНФ монотонных функций. Теорема о простых импликантах монотонных функций.

Импликанты и простые импликанты. Сокращенная ДНФ. Алгоритм нахождения сокращенной ДНФ (с примером применения и обоснованием).

Элементарные дизъюнкты и конъюнктивные нормальные формы. Примеры совершенных и несовершенных КНФ. Совершенные КНФ. Теорема о существовании совершенной КНФ.

Определение булевых функций. Таблица истинности для штриха Шеффера и стрелки Пирса. Выразить через стрелку Пирса отрицание, конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию и сумму.

Неориентированные графы. Вершины. Ребра. Кратные ребра. Петли. Простые графы.

Отношения инцидентности и смежности. Матрицы инцидентности и смежности.

Степени вершины. Теорема о сумме степеней вершин графа.

Изоморфизм графов. Пример не изоморфных графов с одинаковым набором степеней.

Путь. Замкнутый цикл. Длина пути. Цепь. Цикл. Связанные вершины. Существование цепи для связанных вершин.

Эйлеровы, полуэйлеровы, гамильтоновы и полуэйлеровы пути. Примеры существования и не-существования таких путей. Критерий эйлеровости и полуэйлеровости.

Связные графы. Компоненты связности. Неравенство между количеством вершин, ребер и компонент связности.

Леса и деревья. Равенство между количеством вершин, ребер и компонент связности.

Мосты. Связь мостов и циклов.

Леса и деревья. Необходимые и достаточные условия, для того, чтобы граф был лесом или деревом. Доказать необходимое и достаточное условие на количество вершин, ребер и компонент связности.

Леса и деревья. Необходимые и достаточные условия, для того, чтобы граф был лесом или деревом. Доказать необходимое и достаточное условие на единственность путей между связанными вершинами.

Висячие вершины дерева. Существование висячих вершин.

Коды Прюфера. Теорема о количестве деревьев на данном множестве вершин.

Остов графа. Существование остова для связного графа.

Алгоритм Краскала. Обоснование и примеры применения.

Представление графа в пространстве.

Плоские графы. Грани. Соотношение между количеством вершин, ребер и граней.

Примеры не-плоских графов среди полных и полных двудольных графов. Теорема Понтрягина-Куратовского.

Экзаментационные билеты:

1-й вопрос - один из вопросов к зачету.

2-й вопрос - один из указанных ниже:

Ориентированные графы. Положительные и отрицательные степени вершин. Теорема о суммах положительных и отрицательных степеней.

Изоморфизм ориентированных графов.

Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути.

Сети и потоки. Величина потока и его свойства (сумма потоков из источника = сумме потоков в сток). Задача о нахождении максимального потока.

Разрезы в сетях. Величина потока не превосходит величины разреза. Величина разреза.

Алгоритм Форда-Фолкерсона.

Конечные автоматы и регулярные языки. Примеры регулярных и нерегулярных языков.

Отношение различимости слов заданным языком. Ранг языка. Теорема Майхилла-Нероуда.

Регулярность объединения и пересечения языков.

Недетерминированные автоматы и распознаваемые ими языки (детерминизация автоматов).

Регулярность конкатенации и L^* .

Регулярные выражения. Алгоритм построения регулярного выражения по автомату
Машины Тьюринга. Вычислимые языки. Тезис Черча-Тьюринга. Вычислимость регулярных языков.

Конфигурации и вычисления машин Тьюринга. Универсальная вычислимая функция. Теорема Клини о нормальной форме.

Перечислимые языки. Существование перечислимых, не вычислимых языков.

Теорема Рекурсии.

3-й вопрос экзамена - практический. Например,

Даны коды Прюфера.

а) Изобразите деревья, заданные кодом Прюфера.

б) Проверить, являются ли данные деревья изоморфными?

(2; 3; 4; 7; 3; 4; 6)

(1; 3; 1; 2; 2)

7.1. Основная литература:

1. Мальцев И.А. Дискретная математика [Электронный ресурс]: СПб.: Лань, 2011. - 304 с. // <http://e.lanbook.com/book/638>

2. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Электронный ресурс]: СПб.: Лань, 2010. - 368 с. // <http://e.lanbook.com/book/536>

3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс]: М.: Физматлит, 2009. - 416 с. // <http://e.lanbook.com/book/2157>

7.2. Дополнительная литература:

1. Шевелев Ю.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]: СПб.: Лань, 2016. - 592 с. // <http://e.lanbook.com/book/71772>

2. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике [Электронный ресурс]: М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 90 с. // <http://znanium.com/bookread2.php?book=278874>

3. Вороненко А.А., Федорова В.С. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями [Электронный ресурс]: М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 104 с. // <http://znanium.com/bookread2.php?book=424101>

7.3. Интернет-ресурсы:

Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. М.: Лань, 2009. - 288 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/231/>

Балюкевич Э.Л., Ковалева Л.Ф., Романников А.Н. Дискретная математика: учебно-практическое пособие - <http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=6157&ln=en>

Шевелев Ю.П. Дискретная математика: учебное пособие - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=437

Элементы математической логики - http://old.kpfu.ru/f5/k2/bin_files/logika!13.pdf

1. Альпин Ю.А., Ильин С.Н. Дискретная математика: графы и автоматы. Учебное пособие. Лаборатория оперативной полиграфии УМУ КГУ. Казань, 2007.
2. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. М.: Лань, 2010. - 368 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=536
3. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике: Учебное пособие - М.: НИЦ Инфра-М, 2012. - 90 с. <http://znanium.com/bookread.php?book=278874#none4>
4. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. М.: Лань, 2009. - 288 с. <http://e.lanbook.com/view/book/231/> - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=536

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитории для лекций и практических занятий. Рекомендованная для освоения курса литература, компьютеры, ксерокс, проектор.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 09.03.03 "Прикладная информатика" и профилю подготовки не предусмотрено .

Автор(ы):

Калимуллин И.Ш. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Абызов А.Н. _____

"__" _____ 201__ г.