

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт физики



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Линейная алгебра Б1.Б.17

Направление подготовки: 03.03.03 - Радиофизика

Профиль подготовки: Специальные радиотехнические системы

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Егоров А.И. , Кропотова Т.В. , Подольский В.Г.

**Рецензент(ы):**

Попов А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Сушков С. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института физики:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Егоров А.И. ; ассистент, б.с. Кропотова Т.В. Кафедра теории относительности и гравитации Отделение физики , Tatyana.Kropotova@kpfu.ru ; Подольский В.Г. , Veniamin.Podolsky@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины Линейная алгебра является создание у обучающихся необходимой базы знаний для последующего изучения и усвоения других дисциплин математического и естественнонаучного цикла.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.17 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 03.03.03 Радиофизика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Дисциплина Б.17 "Линейная алгебра" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла дисциплин по направлению 03.03.03 "Радиофизика". Изучение данной дисциплины базируется на вузовской подготовке по дисциплинам "Аналитическая геометрия" и "Математический анализ". Основные положения дисциплины используются в дальнейшем при изучении следующих дисциплин математического и естественнонаучного цикла (Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Векторный и тензорный анализ).

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способность использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке)

В результате освоения дисциплины студент:

#### 1. должен знать:

теорию линейных пространств и линейных операторов;  
теорию линейных, билинейных, квадратичных, полуторалинейных и эрмитовых форм;  
теорию самосопряженных, изометрических, унитарных и эрмитовых операторов в евклидовых и унитарных пространствах.

#### 2. должен уметь:

определять, является ли указанное множество при заданных операциях сложения элементов и умножения на число линейным пространством;  
определять размерность линейного пространства и его базис;  
находить размерность и базис линейного подпространства, суммы и пересечения линейных подпространств;

выполнять действия с матрицами (умножение на число, сложение, умножение, нахождение обратной матрицы);  
 находить в заданном базисе матрицы линейной формы, линейного оператора, билинейной, квадратичной форм, координаты вектора;  
 находить собственные векторы и собственные значения линейных операторов;  
 осуществлять преобразования координат вектора, матриц линейного оператора, линейной формы, билинейной формы при переходе к новому базису;  
 приводить квадратичные формы к каноническому виду;  
 применять процесс ортогонализации и нормирования к произвольной системе векторов;  
 ортогональными преобразованиями приводить уравнения поверхностей (кривых) второго порядка к каноническому виду в трехмерном (двумерном) собственно евклидовом пространстве.

3. должен владеть:

навыками вычислений, необходимыми для решения задач п. 3.2.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания при решении конкретных учебных и исследовательских задач задач.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Линейные пространства. Линейные операторы, линейные, билинейные, квадратичные формы и операции с ними.	2	1 - 12	12	20	0	Контрольная работа Устный опрос Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
2.	Тема 2. Аффинные и евклидовы пространства. Линейные операторы, билинейные и квадратичные формы в собственно евклидовых пространствах.	2	13 - 16	4	16	0	Устный опрос Письменное домашнее задание Контрольная работа
3.	Тема 3. Линейные комплексные и унитарные пространства. Эрмитовы, симметричные эрмитовы, симметричные эрмитово-квадратичные формы, эрмитовы и унитарные операторы.	2	17 - 18	2	0	0	Устный опрос
.	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Итого			18	36	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Линейные пространства. Линейные операторы, линейные, билинейные, квадратичные формы и операции с ними.**

**лекционное занятие (12 часа(ов)):**

Лекция 1. Линейное пространство. Базис и размерность. Подпространства линейного пространства. Теоремы о пополнении базиса, о пересечении и сумме подпространств. Лекция 2. Линейные отображения, матрица линейного отображения. Линейное пространство линейных отображений. Лекция 3. Композиция линейных отображений и умножение матриц. Обратная матрица. Образ и ядро линейного отображения. Лекция 4. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Преобразование базиса и матрицы оператора, инварианты. Лекция 5. Линейные формы и сопряженное линейное пространство. Билинейные формы. Преобразование матрицы билинейной формы при изменении базиса и ее инварианты. Симметричные и антисимметричные билинейные формы. Лекция 6. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Теорема инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы.

**практическое занятие (20 часа(ов)):**

1 занятие. Линейные пространства. Примеры. Базис и размерность. (♦♦ 1277 - 1350, И.В.Проскуряков, Сборник задач по линейной алгебре) 2 занятие. Подпространства и линейные оболочки. Пересечение и сумма подпространств. (♦♦ 1277 - 1350, И.В.Проскуряков, Сборник задач по линейной алгебре) 3 занятие. Линейные операторы. Построение матриц линейных операторов в заданном базисе. (♦♦ 1434- 1539, И.В.Проскуряков, Сборник задач по линейной алгебре) 4 занятие. Операции с матрицами (умножение на число, сложение, умножение). Обратная матрица. (♦♦ 788- 974, И.В.Проскуряков, Сборник задач по линейной алгебре) 5-6 занятия. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. (♦♦ 1434- 1539, И.В.Проскуряков, Сборник задач по линейной алгебре) 7 занятие. Линейная форма. Сопряженное пространство и построение взаимного (канонического) базиса. 8-9 занятие. Переход к новому базису. Преобразование координат вектора, матриц линейного оператора, линейной, билинейной и квадратичной форм при переходе к новому базису. (♦♦ 1434- 1539, И.В.Проскуряков, Сборник задач по линейной алгебре) 10 занятие. Контрольная работа.

## Тема 2. Аффинные и евклидовы пространства. Линейные операторы, билинейные и квадратичные формы в собственном евклидовых пространствах.

### лекционное занятие (4 часа(ов)):

Лекция 7. Аффинные, собственно евклидовы и псевдоевклидовы пространства. Изометрический, сопряженный и самосопряженный операторы. Применение теории самосопряженных операторов к симметричным билинейным квадратичным формам Лекция 8. Ортогонализация систем векторов. Теорема о диагональном виде матрицы самосопряженного оператора.

### практическое занятие (16 часа(ов)):

11 -12 занятие Ортогонализация систем векторов методом Грама-Шмидта. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований. (♦♦ 4.213 - 4.216, А.В.Ефимов, Б.П.Демидович, Сборник задач по математике) 13-15 занятия. Приведение методом ортогональных преобразований уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду в собственном евклидовых двумерных и трехмерных пространствах. (♦♦ 4.226 - 4.240, А.В.Ефимов, Б.П.Демидович, Сборник задач по математике) 16 занятие. Подготовка к контрольной работе. 17 занятие. Контрольная работа. 18 занятие. Анализ типичных ошибок, допущенных при решении заданий контрольной работы.

## Тема 3. Линейные комплексные и унитарные пространства. Эрмитовы, симметричные эрмитовы, симметричные эрмитово-квадратичные формы, эрмитовы и унитарные операторы.

### лекционное занятие (2 часа(ов)):

Лекция 9. Эрмитовы, симметричные эрмитовы, эрмитово-квадратичные и симметричные эрмитово-квадратичные формы. Унитарное пространство. Унитарные и эрмитовы операторы.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Линейные пространства. Линейные операторы, линейные, билинейные, квадратичные формы и операции с ними.	2	1 - 12	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Аффинные и евклидовы пространства. Линейные операторы, билинейные и квадратичные формы в собственно евклидовых пространствах.	2	13 - 16	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
3.	Тема 3. Линейные комплексные и унитарные пространства. Эрмитовы, симметричные эрмитовы, симметричные эрмитово-квадратичные формы, эрмитовы и унитарные операторы.	2	17 - 18	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
Итого					18	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Курс лекций и практических занятий, организованных по стандартной технологии в интерактивной форме с живым диалогом между преподавателем и студентом.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Линейные пространства. Линейные операторы, линейные, билинейные, квадратичные формы и операции с ними.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашних заданий к занятиям 1-9.

контрольная работа , примерные вопросы:

Спецификация заданий контрольной работы: 1. Выяснение, является ли указанное множество линейным пространством относительно заданных операций сложения элементов и умножения на число. 2. Выполнение указанных операций с матрицами (решение матричного уравнения). 3. Построение матрицы линейной формы (линейного оператора) в заданном базисе и преобразование ее в новый базис. 4. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора. 5. Разное.

устный опрос , примерные вопросы:

Основные определения, термины, алгоритмы раздела.

## **Тема 2. Аффинные и евклидовы пространства. Линейные операторы, билинейные и квадратичные формы в собственно евклидовых пространствах.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашних заданий к занятиям 11-16.

контрольная работа , примерные вопросы:

Спецификация заданий контрольной работы: 1. Ортогонализация указанной системы векторов. 2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований. 3. Приведение уравнения поверхности (кривой) второго порядка к каноническому виду методом ортогональных преобразований с указанием связи между старой и новой системами координат.

устный опрос , примерные вопросы:

Основные определения, термины, алгоритмы раздела.

## **Тема 3. Линейные комплексные и унитарные пространства. Эрмитовы, симметричные эрмитовы, симметричные эрмитово-квадратичные формы, эрмитовы и унитарные операторы.**

устный опрос , примерные вопросы:

Основные определения, термины, алгоритмы раздела.

### **Итоговая форма контроля**

экзамен (в 2 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

**БИЛЕТЫ К ЭКЗАМЕНАМ.**

Билет 1.

1. Аксиомы линейного пространства и их следствия.
2. Линейные формы. Сопряженные пространства.

Билет 2.

1. Подпространства линейного пространства. Сумма и пересечение.
2. Квадратичные формы. Теорема Лагранжа.

Билет 3.

1. Линейные отображения. Матрица отображения. Ядро и образ.
2. Теорема об инерции квадратичных форм.

Билет 4.

1. Композиция линейных отображений. Умножение матриц.
2. Критерий Сильвестра для квадратичных форм.

Билет 5.

1. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
2. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов.

Билет 6.

1. Преобразование базиса и преобразование матрицы линейного оператора.
2. Эрмитовы формы в комплексном линейном пространстве.

Билет 7.

1. Инварианты линейного оператора.
2. Изометрический оператор в  $E_n$ .

Билет 8.

1. Подпространства линейного пространства. Сумма и пересечение.
2. самосопряженный оператор. Связь с квадратичными формами.



Билет 9.

1. Квадратичные формы. Теорема Лагранжа.
2. Теорема о каноническом виде матрицы самосопряженного оператора.

Билет 10.

1. Теорема об инерции квадратичных форм.
2. Унитарный оператор. Унитарные матрицы.

Билет 11.

1. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
2. Эрмитовы операторы и эрмитовы матрицы.

Билет 12.

1. Билинейные формы. Преобразование матрицы билинейной формы при преобразовании базиса.
2. Алгоритм приведения поверхности 2-го порядка к каноническому виду.

Билет 13.

1. Инварианты линейного оператора.
2. Аксиоматика аффинного пространства.

Билет 14.

1. Критерий Сильвестра для квадратичных форм.
2. Классификация поверхностей 2-го порядка в  $E^3$ .

Билет 15.

1. Линейные отображения. Матрица отображения. Ядро и образ.
2. Теорема о каноническом виде матрицы самосопряженного оператора.

Билет 16.

1. Обратимый оператор и обратная матрица.
2. Изометрический оператор в  $E_n$ .

Билет 17.

1. Подпространства линейного пространства. Сумма и пересечение.
2. Эрмитовы формы в комплексном линейном пространстве.

Билет 18.

1. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм.
2. Аффинные пространства. Преобразование аффинной системы координат.

Билет 19.

1. Линейные формы. Сопряженные пространства.
2. Унитарный оператор. Унитарные матрицы.

Билет 20.

1. Линейный оператор и его инварианты.
2. Теорема о каноническом виде матрицы самосопряженного оператора.

Билет 21.

1. Теорема об инерции квадратичных форм.
2. Теорема о собственных значениях и собственных векторах эрмитова оператора.

## 7.1. Основная литература:

1. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И.В. Проскуряков. ? Санкт-Петербург : Лань, 2019. ? 476 с. ? ISBN 978-5-8114-4044-3. ? Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. ? URL: <https://e.lanbook.com/book/114701> (дата обращения: 13.07.2019). ? Режим доступа: для авториз. Пользователей.
2. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник / Д.В. Беклемишев. ? Санкт-Петербург : Лань, 2019. ? 448 с. ? ISBN 978-5-8114-1844-2. ? Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. ? URL: <https://e.lanbook.com/book/112054> (дата обращения: 13.07.2019). ? Режим доступа: для авториз. Пользователей.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / Д.В. Клетеник ; под редакцией Н.В. Ефимова. ? Санкт-Петербург : Лань, 2019. ? 224 с. ? ISBN 978-5-8114-1051-4. ? Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. ? URL: <https://e.lanbook.com/book/114702> (дата обращения: 13.07.2019). ? Режим доступа: для авториз. пользователей.

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. ? Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. ? 224 с. ? ISBN 978-5-9221-0511-8. ? Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. ? URL: <https://e.lanbook.com/book/2179> (дата обращения: 13.07.2019). ? Режим доступа: для авториз. Пользователей.
2. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. ? Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. ? 280 с. ? ISBN 978-5-9221-0481-4. ? Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. ? URL: <https://e.lanbook.com/book/2178> (дата обращения: 13.07.2019). ? Режим доступа: для авториз. Пользователей.
3. Цубербиллер, О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии : учебное пособие / О.Н. Цубербиллер. ? Санкт-Петербург : Лань, 2009. ? 336 с. ? ISBN 978-5-8114-0475-9. ? Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. ? URL: <https://e.lanbook.com/book/430> (дата обращения: 13.07.2019). ? Режим доступа: для авториз. пользователей.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Кафедра теории относительности и гравитации, сайт кафедры - <http://old.kpfu.ru/f6/k6/index.php?id=1>

Кафедра теории относительности и гравитации, сайт кафедры - <http://toig-kazan.narod.ru/education.htm>

Методические пособия Института физики Подробности: [http://kpfu.ru/main\\_page?p\\_sub=12974](http://kpfu.ru/main_page?p_sub=12974)  
Любое использование материалов допускается только при наличии гиперссылки на портал КФУ ([kpfu.ru](http://kpfu.ru)) - [http://kpfu.ru/main\\_page?p\\_sub=12974](http://kpfu.ru/main_page?p_sub=12974)

Учебно-образовательная физико-математическая библиотека - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>

ЭБС - <http://www.knigafund.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "КнигаФонд", доступ к которой предоставлен студентам. Электронно-библиотечная система "КнигаФонд" реализует легальное хранение, распространение и защиту цифрового контента учебно-методической литературы для вузов с условием обязательного соблюдения авторских и смежных прав. КнигаФонд обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям новых ФГОС ВПО.

Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 03.03.03 "Радиофизика" и профилю подготовки Специальные радиотехнические системы .

Автор(ы):

Егоров А.И. \_\_\_\_\_

Кропотова Т.В. \_\_\_\_\_

Подольский В.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.