

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт физики



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Векторный и тензорный анализ Б1.Б.18**

Направление подготовки: 03.03.03 - Радиофизика

Профиль подготовки: Телекоммуникационные системы и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Аминова А.В.

**Рецензент(ы):**

Попов А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Сушков С. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института физики:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 6190819

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Аминова А.В. Кафедра теории относительности и гравитации Отделение физики, Asya.Aminova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины "Векторный и тензорный анализ" является изучение теоретических основ классического векторного анализа в трехмерном евклидовом пространстве, а также современного векторного и тензорного анализа в пространствах произвольного числа измерений. Данный курс состоит из двух частей. В первой части излагается векторный анализ, во второй ? основы тензорного анализа.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.18 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 03.03.03 Радиофизика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина находится в программе 3-го семестра по профилю подготовки Б1. Математический и естественно-научный цикл, шифр Б1.В.ОД.7. Для освоения дисциплины необходимы знания курсов "Математический анализ", "Аналитическая геометрия", "Линейная алгебра", "Дифференциальные уравнения". Дисциплина является одной из основных и необходима для изучения всех физических курсов.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
опк-2	способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью свободно владеть фундаментальными разделами физики, необходимыми для решения научно-исследовательских задач (в соответствии со своей магистерской программой)
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью использовать знания современных проблем физики, новейших достижений физики в своей научно-исследовательской деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теоретические основы векторного и тензорного анализа.

2. должен уметь:

использовать знание теоретических основ векторного и тензорного анализа при анализе непрерывно распределенных в пространстве величин (полей) различной природы, использовать теоретические понятия и практические методы при решении задач, возникающих в различных физических курсах.

3. должен владеть:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

использовать основные понятия и методы теории векторного и тензорного анализа при решении задач (в том числе методы вычисления градиентов скалярных полей, дивергенции, ротора, потока через поверхность векторных полей, лапласиана скалярных полей в ортогональных и криволинейных координатах).

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Скалярные поля.	4	1,2	2	2	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Векторные поля.	4	3-6	4	6	0	Устный опрос
3.	Тема 3. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах.	4	7-10	4	5	0	Устный опрос
4.	Тема 4. Аффинное пространство и тензоры в нем.	4	11-12	2	0	0	Устный опрос
5.	Тема 5. Алгебраические операции над тензорами.	4	13-14	2	5	0	Устный опрос
6.	Тема 6. Евклидовы и псевдоевклидовы пространства.	4	15-18	4	6	0	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Зачет
	Итого			18	24	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Скалярные поля.

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Скалярные поля. Определение. Поверхности и линии уровня. Симметрии скалярного поля. Производная скалярного поля. Градиент. Скалярные поля. Определение. Поверхности и линии уровня. Симметрии скалярного поля. Производная скалярного поля. Градиент.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Семинарское занятие 1. Производная по направлению и градиент. Часть 2, параграф 1 из пособия Анчиков А.М, Основы векторного и тензорного анализа. Задачи 1-55.

**Тема 2. Векторные поля.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Векторные поля. Векторные линии и трубки. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция, циркуляция, ротор векторного поля. Потенциальное, соленоидальное поля. Лапласово поле. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка. Векторные поля. Векторные линии и трубки. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция, циркуляция, ротор векторного поля. Потенциальное, соленоидальное поля. Лапласово поле. Обратная задача векторного анализа. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Семинарское занятие 2. Векторное поле и основные дифференциальные операции векторного анализа 1-го порядка в декартовой системе координат. Часть 2, параграф 2. Задачи 56-115. Семинарское занятие 3. Оператор Гамильтона. Часть 2, параграф 2. Задачи 116-188. Семинарское занятие 4. Градиент и дивергенция в ортогональных криволинейных координатах. Часть 2, параграф 2. Задачи 189-216.

**Тема 3. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах. Градиент. Дивергенция. Ротор. Оператор Лапласа. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах. Градиент. Дивергенция. Ротор. Оператор Лапласа.

**практическое занятие (5 часа(ов)):**

Семинарское занятие 5. Ротор и оператор Лапласа в ортогональных криволинейных координатах. Часть 2, параграф 2. Задачи 189-216. Семинарское занятие 6. Тензоры. Правило суммирования Эйнштейна. Часть 2, параграф 3. Задачи 217-223.

**Тема 4. Аффинное пространство и тензоры в нем.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Аффинное пространство и тензоры в нем. Аффинная координатная система. Преобразование аффинного базиса. Определение тензора. Аффинное пространство и тензоры в нем. Аффинная координатная система. Преобразование аффинного базиса. Определение тензора.

**Тема 5. Алгебраические операции над тензорами.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Алгебраические операции над тензорами. Сложение, вычитание, умножение, свертка тензоров. Перестановка индексов. Симметрирование, альтернирование тензоров. Обобщенные символы Кронекера. Алгебраические операции над тензорами. Сложение, вычитание, умножение, свертка тензоров. Перестановка индексов. Симметрирование, альтернирование тензоров. Обобщенные символы Кронекера.

**практическое занятие (5 часа(ов)):**

Семинарское занятие 7. Операции над тензорами. Часть 2, параграф 3. Задачи 224-256.

**Тема 6. Евклидовы и псевдоевклидовы пространства.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Евклидовы и псевдоевклидовы пространства. Тензорная алгебра в евклидовых пространствах. Криволинейные координаты. Параллельное перенесение тензоров. Коэффициенты связности. Ковариантное дифференцирование тензоров. Уравнения Максвелла. Евклидовы и псевдоевклидовы пространства. Тензорная алгебра в евклидовых пространствах. Криволинейные координаты. Параллельное перенесение тензоров. Коэффициенты связности. Ковариантное дифференцирование тензоров. Уравнения Максвелла.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Семинарское занятие 8. Тензоры в евклидовых пространствах. Часть 2, параграф 3. Задачи 257-271. Семинарское занятие 9. Ковариантная производная, связность, символы Кристоффеля. Часть 2, параграф 3. Задачи 273-287.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Скалярные поля.	4	1,2	подготовка к устному опросу	4	устный опрос
2.	Тема 2. Векторные поля.	4	3-6	подготовка к устному опросу	10	устный опрос
3.	Тема 3. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах.	4	7-10	подготовка к контрольной работе	5	Контрольная работа
4.	Тема 4. Аффинное пространство и тензоры в нем.	4	11-12	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
5.	Тема 5. Алгебраические операции над тензорами.	4	13-14	подготовка к устному опросу	4	устный опрос
6.	Тема 6. Евклидовы и псевдоевклидовы пространства.	4	15-18	подготовка к контрольной работе	5	Контрольная работа
	Итого				30	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Курс лекций и практических занятий, организованных по стандартной технологии в интерактивной форме с живым диалогом между преподавателем и студентом.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Скалярные поля.**

устный опрос , примерные вопросы:

Определение. Поверхности и линии уровня. Симметрии скалярного поля. Производная скалярного поля. Градиент.

### **Тема 2. Векторные поля.**

устный опрос , примерные вопросы:

Векторные линии и трубки. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция, циркуляция, ротор векторного поля. Потенциальное, соленоидальное поля. Лапласово поле. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка.

### **Тема 3. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа формируется из типовых задач: 1. Найти поверхность / линию уровня скалярного поля 2. Вычислить производную по направлению 3. Найти векторный лении векторного поля 4. Произвести действия с оператором  $\nabla$  5. Доказать потенциальность векторного поля, найти потенциал 6. Показать, что поле соленоидально и найти векторный потенциал. 7. Вычислить циркуляцию векторного поля 8. Вычислить поток векторного поля. 9. Вычислить циркуляцию векторного поля, применяя формулу Стокса. 10. Вычислить поток через замкнутую поверхность, применяя формулу Остроградского

### **Тема 4. Аффинное пространство и тензоры в нем.**

устный опрос , примерные вопросы:

Аффинная координатная система. Преобразование аффинного базиса. Определение тензора.

### **Тема 5. Алгебраические операции над тензорами.**

устный опрос , примерные вопросы:

Сложение, вычитание, умножение, свертка тензоров. Перестановка индексов. Симметрирование, альтернирование тензоров. Обобщенные символы Кронекера.

### **Тема 6. Евклидовы и псевдоевклидовы пространства.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа формируется из типовых задач: 1. Преобразование координат тензора при переходе к новому базису. 2. Выполнение сложения, вычитания, умножения, свертки тензоров. 3. Симметрирование, альтернирование тензоров 4. Ковариантное дифференцирование.

### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 4 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Контрольные работы, расчетные работы (Анчиков А.М. Расчетные задания по математике: Векторный анализ (III семестр) / А.М.Анчиков.-Казань, 2007.-18с.)

Вопросы к зачету:

1. Поверхности и линии уровня скалярного поля.
2. Производная скалярного поля по направлению. Градиент.
3. Определение векторного поля. Векторные линии и трубки.

4. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция.
5. Циркуляция векторного поля. Ротор.
6. Потенциальное поле.
7. Соленоидальное поле.
8. Лапласово поле.
9. Дифференциальные операции второго порядка.
10. Криволинейные ортогональные координаты в трёхмерном евклидовом пространстве.
11. Градиент в ортогональных криволинейных координатах.
12. Дивергенция в ортогональных криволинейных координатах.
13. Ротор в ортогональных криволинейных координатах.
14. Оператор Лапласа в ортогональных криволинейных координатах.
15. Определение аффинных пространств  $n$  измерений.
16. Аффинная система координат. Преобразование аффинного базиса.
17. Определение ковариантного тензора.
18. Определение контравариантного тензора.
19. Общее определение тензора в аффинном пространстве.
20. Алгебраические операции над тензорами.
21. Евклидово и псевдоевклидово пространство.
22. Тензорная алгебра в евклидовых пространствах.
23. Параллельное перенесение тензора.
24. Ковариантное дифференцирование тензора.
25. Уравнения Максвелла в тензорной записи.

### 7.1. Основная литература:

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 [Электронный ресурс] : учеб. / Г.М. Фихтенгольц. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2017. ? 608 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/90053>. ? Загл. с экрана.

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 [Электронный ресурс] : учеб. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2017. ? 800 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/91898>. ? Загл. с экрана.

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 3 [Электронный ресурс] : учеб. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2009. ? 656 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/409>. ? Загл. с экрана.

Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2017. ? 624 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/92629>. ? Загл. с экрана.

Ильин, В.А. Основы математического анализа: Часть II [Электронный ресурс] : учеб. / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2009. ? 464 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2736>. ? Загл. с экрана.

### 7.2. Дополнительная литература:

Основы векторного и тензорного анализа, Анчиков, Анатолий Михайлович, 2006г.

Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность.

Дифференцируемость [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.Д. Кудрявцев [и др.]. ?

Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2010. ? 496 с. ? Режим доступа:

<https://e.lanbook.com/book/2226>. ? Загл. с экрана.



Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.Д. Кудрявцев [и др.]. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2009. ? 504 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2227>. ? Загл. с экрана.

Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.Д. Кудрявцев [и др.]. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2003. ? 472 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2220>. ? Загл. с экрана.

Ильин, В.А. Основы математического анализа: Часть II [Электронный ресурс] : учеб. / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2009. ? 464 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2736>. ? Загл. с экрана.

Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2017. ? 492 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/89934>. ? Загл. с экрана.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Международный научно-образовательный сайт EqWorld - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>

Сайт кафедры теории относительности и гравитации КФУ - <http://toig-kazan.narod.ru/education.htm>

Сайт кафедры теории относительности и гравитации КФУ - <http://old.kpfu.ru/f6/k6/index.php>

Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета - <http://lib.mexmat.ru/>

Электронная библиотечная система "Книгафонд" - <http://www.knigafund.ru/>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Векторный и тензорный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 03.03.03 "Радиофизика" и профилю подготовки Телекоммуникационные системы и информационные технологии .

Автор(ы):

Аминова А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.