

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский
_____» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Численные методы теории упругости Б1.В.ДВ.26

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Карчевский М.М.

Рецензент(ы):

Даутов Р.З.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 953118

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Карчевский М.М. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики, mikhail.Karchevsky@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Излагаются основные методы построения и исследования задач теории упругости. Существенно используется материал общих курсов 'Уравнения математической физики', 'Дифференциальные уравнения,' 'Математический анализ,' 'Алгебра и геометрия'.

Основная цель курса - сообщить материал, необходимый при выполнении курсовых и выпускных работ.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.26 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данный курс - составная часть специализации студента в конкретной области математического и численного моделирования. Приступающий к изучению данного курса студент должен владеть основными методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений математической физики, основами численных методов линейной алгебры, численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Основы современных представлений о математических моделях механики сплошной среды, в частности математических моделей твердых деформируемых тел и основные принципы построения численных алгоритмов решения соответствующих уравнений математической физики и их программной реализации современными вычислительными комплексами.

2. должен уметь:

Отбирать нужные модели для описания напряженно-деформированного состояния упругих конструкций и соответствующие алгоритмы и программные средства для их численной реализации.

3. должен владеть:

Современными средствами математического моделирования основных задач теории упругости и конечноэлементными методами их численного решения.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Применять средства математического моделирования и численного решения задач теории упругости к расчету конкретных конструкций и решения в содружестве с инженерами прикладных задач.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Кинематика сплошной среды. Деформация тела и ее основные характеристики. Меры деформации. Тензор деформации. Их вычисление в основных системах координат.	7	1	2	0	2	
2.	Тема 2. Динамика сплошной среды. Силы в механике сплошной среды. Интегральные законы движения (принцип Даламбера). Тензор напряжений Коши. Дифференциальные законы движения.	7	2	2	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Определяющие уравнения сплошной среды. Принцип локальности. Принцип независимости от системы отсчета. Классификация сплошных сред. Упругое тело. Изотропное упругое тело. Изотропное упругое тело в рамках бесконечно малых деформаций.	7	3	2	0	2	
4.	Тема 4. Основные граничные задачи линейной теории упругости. Динамические задачи линейной теории упругости. Теорема о кинетической энергии. Статические задачи теории упругости. Принцип возможных перемещений. Теоремы единственности. Необходимые условия равновесия.	7	4	2	0	2	Компьютерная программа
5.	Тема 5. Вариационные принципы теории упругости. Кинематически допустимое множество перемещений. Статически допустимое множество напряжений. Вариационный принцип Лагранжа. Вариационный принцип Кастильяно. Использование этих принципов в приближенных методах решения задач теории упругости.	7	5	2	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Задачи Ламе. Постановка задач Ламе о равновесии полого цилиндра и полого шара, нагруженных внутренним давлением. Точные решения задач полуобратным методом. Предельные случаи. Интерпретация решений.	7	6	2	0	2	
7.	Тема 7. Задача о кручении стержня. Принцип Сен-Венана в теории стержней, нагруженных на торцах. Постановка задачи о кручении стержня. Сведение к граничным задачам для уравнения Пуассона в плоской области. Теорема о максимуме напряжений. Точное решение для кругового цилиндра.	7	7	2	0	2	
8.	Тема 8. Элементарная теория изгиба стержней. Модель Кирхгофа изгиба стержней. Сведение к граничным задачам для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка. Примеры точных решений и их механическая интерпретация. Задача об оптимизации сечения стержня.	7	8	2	0	2	Отчет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Задачи об изгибе пластин. Модель Кирхгофа ? Лява изгиба тонкой упругой изотропной пластины. Вариационный метод сведения к граничным задачам для бигармонического уравнения. Теоремы единственности решений. Примеры точных решения в задачах изгиба пластин. Механическая интерпретация.	7	9	2	0	2	
10.	Тема 10. Основные понятия теории метода конечных элементов. Лагранжевы конечные элементы. Эрмитовы конечные элементы. Примеры конечных элементов.	7	10	2	0	2	
11.	Тема 11. Матрица жесткости и вектор сил конечного элемента. Алгоритмы сборки глобальной матрицы жесткости и глобального вектора сил.	7	11	2	0	2	
12.	Тема 12. Применение квадратурных формул для приближенного вычисления матрицы жесткости и вектора сил. Примеры квадратурных формул для двумерных и трехмерных конечных элементов.	7	12	2	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Методы численного моделирования граничных условий. Понятие о криволинейных и изопараметрических граничных элементах.	7	13	2	0	2	
14.	Тема 14. Конечные элементы для дифференциальных уравнений четвертого порядка. Эрмитовы конечные элементы. Примеры.	7	14	2	0	2	
15.	Тема 15. Понятие о смешанных конечных элементах. Примеры смешанных лагранжевых конечных элементов для задачи об изгибе пластины.	7	15	2	0	2	Компьютерная программа
16.	Тема 16. Прямые методы решения сеточных уравнений линейной теории упругости. Понятие об оптимальной нумерации неизвестных. Примеры методов: метод Гаусса с выбором главных элементов. Метод Холесского.	7	16	2	0	2	
17.	Тема 17. Итерационные методы решения систем сеточных уравнений теории упругости. Понятие об оптимальном предобуславливании систем сеточных уравнений. Предобусловленные варианты метода сопряженных градиентов.	7	17	2	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
18.	Тема 18. Основные сведения о коммерческих пакетах решения задач теории упругости. Пример ? пакет Ansys. Общие принципы применения	7	18	2	0	2	
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Кинематика сплошной среды. Деформация тела и ее основные характеристики. Меры деформации. Тензор деформации. Их вычисление в основных системах координат.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Кинематика сплошной среды. Деформация тела и ее основные характеристики. Меры деформации.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Тензор деформации. Их вычисление в основных системах координат.

Тема 2. Динамика сплошной среды. Силы в механике сплошной среды. Интегральные законы движения (принцип Даламбера). Тензор напряжений Коши.

Дифференциальные законы движения.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Динамика сплошной среды. Силы в механике сплошной среды. Интегральные законы движения (принцип Даламбера).

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Тензор напряжений Коши. Дифференциальные законы движения.

Тема 3. Определяющие уравнения сплошной среды. Принцип локальности. Принцип независимости от системы отсчета. Классификация сплошных сред. Упругое тело. Изотропное упругое тело. Изотропное упругое тело в рамках бесконечно малых деформаций.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Определяющие уравнения сплошной среды. Принцип локальности. Принцип независимости от системы отсчета. Классификация сплошных сред.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Упругое тело. Изотропное упругое тело. Изотропное упругое тело в рамках бесконечно малых деформаций.

Тема 4. Основные граничные задачи линейной теории упругости. Динамические задачи линейной теории упругости. Теорема о кинетической энергии. Статические задачи теории упругости. Принцип возможных перемещений. Теоремы единственности. Необходимые условия равновесия.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Основные граничные задачи линейной теории упругости. Динамические задачи линейной теории упругости. Теорема о кинетической энергии. Теоремы единственности.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Статические задачи теории упругости. Принцип возможных перемещений. Необходимые условия равновесия.

Тема 5. Вариационные принципы теории упругости. Кинематически допустимое множество перемещений. Статически допустимое множество напряжений. Вариационный принцип Лагранжа. Вариационный принцип Кастильяно. Использование этих принципов в приближенных методах решения задач теории упругости.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Вариационные принципы теории упругости. Кинематически допустимое множество перемещений. Статически допустимое множество напряжений.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Вариационный принцип Лагранжа. Вариационный принцип Кастильяно. Использование этих принципов в приближенных методах решения задач теории упругости.

Тема 6. Задачи Ламе. Постановка задач Ламе о равновесии полого цилиндра и полого шара, нагруженных внутренним давлением. Точные решения задач полуобратным методом. Предельные случаи. Интерпретация решений.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Задачи Ламе. Постановка задач Ламе о равновесии полого цилиндра и полого шара, нагруженных внутренним давлением.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Точные решения задач полуобратным методом. Предельные случаи. Интерпретация решений.

Тема 7. Задача о кручении стержня. Принцип Сен-Венана в теории стержней, нагруженных на торцах. Постановка задача о кручении стержня. Сведение к граничным задачам для уравнения Пуассона в плоской области. Теорема о максимуме напряжений. Точное решение для кругового цилиндра.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Задача о кручении стержня. Принцип Сен-Венана в теории стержней, нагруженных на торцах. Сведение к граничным задачам для уравнения Пуассона в плоской области. Теорема о максимуме напряжений.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Постановка задача о кручении стержня. Точное решение для кругового цилиндра.

Тема 8. Элементарная теория изгиба стержней. Модель Кирхгофа изгиба стержней. Сведение к граничным задачам для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка. Примеры точных решений и их механическая интерпретация. Задача об оптимизации сечения стержня.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Элементарная теория изгиба стержней. Модель Кирхгофа изгиба стержней. Сведение к граничным задачам для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примеры точных решений и их механическая интерпретация. Задача об оптимизации сечения стержня.

Тема 9. Задачи об изгибе пластин. Модель Кирхгофа ? Лява изгиба тонкой упругой изотропной пластины. Вариационный метод сведения к граничным задачам для бигармонического уравнения. Теоремы единственности решений. Примеры точных решения в задачах изгиба пластин. Механическая интерпретация.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Задачи об изгибе пластин. Модель Кирхгофа - Лява изгиба тонкой упругой изотропной пластины. Вариационный метод сведения к граничным задачам для бигармонического уравнения. Теоремы единственности решений.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примеры точных решения в задачах изгиба пластин. Механическая интерпретация.

Тема 10. Основные понятия теории метода конечных элементов. Лагранжевы конечные элементы. Эрмитовы конечные элементы. Примеры конечных элементов.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Основные понятия теории метода конечных элементов. Лагранжевы конечные элементы. Эрмитовы конечные элементы.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примеры конечных элементов.

Тема 11. Матрица жесткости и вектор сил конечного элемента. Алгоритмы сборки глобальной матрицы жесткости и глобального вектора сил.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Матрица жесткости и вектор сил конечного элемента. Алгоритмы сборки глобальной матрицы жесткости.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Алгоритмы сборки глобального вектора сил.

Тема 12. Применение квадратурных формул для приближенного вычисления матрицы жесткости и вектора сил. Примеры квадратурных формул для двумерных и трехмерных конечных элементов.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Применение квадратурных формул для приближенного вычисления матрицы жесткости и вектора сил.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примеры квадратурных формул для двумерных и трехмерных конечных элементов.

Тема 13. Методы численного моделирования граничных условий. Понятие о криволинейных и изопараметрических граничных элементах.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Методы численного моделирования граничных условий. Понятие о криволинейных граничных элементах.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Понятие об изопараметрических граничных элементах.

Тема 14. Конечные элементы для дифференциальных уравнений четвертого порядка. Эрмитовы конечные элементы. Примеры.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Конечные элементы для дифференциальных уравнений четвертого порядка. Эрмитовы конечные элементы.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примеры конечных элементов для дифференциальных уравнений четвертого порядка.

Тема 15. Понятие о смешанных конечных элементах. Примеры смешанных лагранжевых конечных элементов для задачи об изгибе пластины.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Понятие о смешанных конечных элементах. П

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примеры смешанных лагранжевых конечных элементов для задачи об изгибе пластины.

Тема 16. Прямые методы решения сеточных уравнений линейной теории упругости. Понятие об оптимальной нумерации неизвестных. Примеры методов: метод Гаусса с выбором главных элементов. Метод Холесского.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Прямые методы решения сеточных уравнений линейной теории упругости. Понятие об оптимальной нумерации неизвестных.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примеры методов: метод Гаусса с выбором главных элементов. Метод Холесского.

Тема 17. Итерационные методы решения систем сеточных уравнений теории упругости. Понятие об оптимальном предобуславливании систем сеточных уравнений. Предобусловленные варианты метода сопряженных градиентов.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Итерационные методы решения систем сеточных уравнений теории упругости. Понятие об оптимальном предобуславливании систем сеточных уравнений.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Предобусловленные варианты метода сопряженных градиентов.

Тема 18. Основные сведения о коммерческих пакетах решения задач теории упругости. Пример ? пакет Ansys. Общие принципы применения

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Основные сведения о коммерческих пакетах решения задач теории упругости. Общие принципы применения.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Общие принципы применения коммерческих пакетов на примере использования пакета Ansys.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Основные граничные задачи линейной теории упругости. Динамические задачи линейной теории упругости. Теорема о кинетической энергии. Статические задачи теории упругости. Принцип возможных перемещений. Теоремы единственности. Необходимые условия равновесия.	7	4	Эрмитова схема метода конечных элементов для задачи об изгибе балки на упругом основании. Вывод урав	12	Компьютерная программа
8.	Тема 8. Элементарная теория изгиба стержней. Модель Кирхгофа изгиба стержней. Сведение к граничным задачам для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка. Примеры точных решений и их механическая интерпретация. Задача об оптимизации сечения стержня.	7	8	подготовка к отчету	10	Отчет

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
15.	Тема 15. Понятие о смешанных конечных элементах. Примеры смешанных лагранжевых конечных элементов для задачи об изгибе пластины.	7	15	Схема метода конечных элементов с треугольными лагранжевыми элементами первого порядка для плоской	14	Компьютерная программа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение теоретических знаний и практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если это возможно, перевыполнять план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Кинематика сплошной среды. Деформация тела и ее основные характеристики. Меры деформации. Тензор деформации. Их вычисление в основных системах координат.

экзамен

Тема 2. Динамика сплошной среды. Силы в механике сплошной среды. Интегральные законы движения (принцип Даламбера). Тензор напряжений Коши.

Дифференциальные законы движения.

экзамен

Тема 3. Определяющие уравнения сплошной среды. Принцип локальности. Принцип независимости от системы отсчета. Классификация сплошных сред. Упругое тело. Изотропное упругое тело. Изотропное упругое тело в рамках бесконечно малых деформаций.

экзамен

Тема 4. Основные граничные задачи линейной теории упругости. Динамические задачи линейной теории упругости. Теорема о кинетической энергии. Статические задачи теории упругости. Принцип возможных перемещений. Теоремы единственности. Необходимые условия равновесия.

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Эрмитова схема метода конечных элементов для задачи об изгибе балки на упругом основании. Вывод уравнения, описывающего равновесии балки на упругом основании, находящейся под действием заданных внешних сил и изгибающих концевых моментов. Построение схемы конечных элементов с использованием эрмитовых элементов третьего порядка и квадратурных формул Гаусса ? Лежандра. Построение алгоритма сборки. Построение алгоритма решения системы метода конечных элементов на основе метода Холесского. Написание программы в среде Matlab. Отладка программы. Проведение тестовых расчетов. Оформление отчета.

Тема 5. Вариационные принципы теории упругости. Кинематически допустимое множество перемещений. Статически допустимое множество напряжений. Вариационный принцип Лагранжа. Вариационный принцип Кастильяно. Использование этих принципов в приближенных методах решения задач теории упругости.

экзамен

Тема 6. Задачи Ламе. Постановка задач Ламе о равновесии полого цилиндра и полого шара, нагруженных внутренним давлением. Точные решения задач полуобратным методом. Предельные случаи. Интерпретация решений.

экзамен

Тема 7. Задача о кручении стержня. Принцип Сен-Венана в теории стержней, нагруженных на торцах. Постановка задача о кручении стержня. Сведение к граничным задачам для уравнения Пуассона в плоской области. Теорема о максимуме напряжений. Точное решение для кругового цилиндра.

экзамен

Тема 8. Элементарная теория изгиба стержней. Модель Кирхгофа изгиба стержней. Сведение к граничным задачам для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка. Примеры точных решений и их механическая интерпретация. Задача об оптимизации сечения стержня.

Отчет , примерные вопросы:

Смешанная схема с лагранжевыми элементами задачи об изгибе балки на упругом основании. Вывод уравнения, описывающего равновесии балки на упругом основании, находящейся под действием заданных внешних сил и изгибающих концевых моментов. Построение смешанной схемы конечных элементов с использованием лагранжевых элементов второго порядка и квадратурных формул Гаусса ? Лежандра. Построение алгоритма сборки. Построение алгоритма решения системы метода конечных элементов на основе метода Гаусса с выбором главных элементов. Написание программы в среде Matlab. Отладка программы. Проведение тестовых расчетов. Оформление отчета.

Тема 9. Задачи об изгибе пластин. Модель Кирхгофа ? Лява изгиба тонкой упругой изотропной пластины. Вариационный метод сведения к граничным задачам для бигармонического уравнения. Теоремы единственности решений. Примеры точных решения в задачах изгиба пластин. Механическая интерпретация.

экзамен

Тема 10. Основные понятия теории метода конечных элементов. Лагранжевы конечные элементы. Эрмитовы конечные элементы. Примеры конечных элементов.

экзамен

Тема 11. Матрица жесткости и вектор сил конечного элемента. Алгоритмы сборки глобальной матрицы жесткости и глобального вектора сил.

экзамен

Тема 12. Применение квадратурных формул для приближенного вычисления матрицы жесткости и вектора сил. Примеры квадратурных формул для двумерных и трехмерных конечных элементов.

экзамен

Тема 13. Методы численного моделирования граничных условий. Понятие о криволинейных и изопараметрических граничных элементах.

экзамен

Тема 14. Конечные элементы для дифференциальных уравнений четвертого порядка. Эрмитовы конечные элементы. Примеры.

экзамен

Тема 15. Понятие о смешанных конечных элементах. Примеры смешанных лагранжевых конечных элементов для задачи об изгибе пластины.

Компьютерная программа, примерные вопросы:

Схема метода конечных элементов с треугольными лагранжевыми элементами первого порядка для плоской задачи теории упругости. Вывод системы уравнений и соответствующих граничных условий. Построение триангуляции области. Вывод формул для вычисления локальных матриц жесткости и векторов сил. Описание алгоритма сборки системы уравнений метода конечных элементов. Написание программы в среде Matlab. Проведение тестовых расчетов. Оформление отчета.

Тема 16. Прямые методы решения сеточных уравнений линейной теории упругости. Понятие об оптимальной нумерации неизвестных. Примеры методов: метод Гаусса с выбором главных элементов. Метод Холесского.

экзамен

Тема 17. Итерационные методы решения систем сеточных уравнений теории упругости. Понятие об оптимальном предобуславливании систем сеточных уравнений. Предобусловленные варианты метода сопряженных градиентов.

экзамен

Тема 18. Основные сведения о коммерческих пакетах решения задач теории упругости. Пример ? пакет Ansys. Общие принципы применения

экзамен

Итоговая форма контроля

экзамен

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену

1. Деформация тела и ее основные характеристики.
2. Интегральные законы движения (принцип Даламбера).
3. Тензор напряжений Коши. Дифференциальные законы движения.
4. Упругое тело. Изотропное упругое тело.
5. Изотропное упругое тело в рамках бесконечно малых деформаций.
6. Динамические задачи линейной теории упругости. Теорема о кинетической энергии.
7. Статические задачи теории упругости. Теоремы единственности.
8. Вариационные принципы теории упругости.
9. Задача Ламе для полого цилиндра.
10. Задача о кручении стержня. Точное решение для кругового цилиндра.
11. Модель Кирхгофа изгиба стержней.
12. Примеры точных решений элементарной теории изгиба стержней и их механическая интерпретация.
13. Задачи об изгибе тонкой пластин. Модель Кирхгофа - Лява.
14. Теорема единственности решения задачи об изгибе тонкой пластины.
15. Примеры точных решения в задачах изгиба пластин. Механическая интерпретация.
16. Лагранжевы конечные элементы. Примеры
17. Эрмитовы конечные элементы. Примеры.
Матрица жесткости и вектор сил конечного элемента.
18. Алгоритмы сборки глобальной матрицы жесткости и глобального вектора сил.
19. Примеры квадратурных формул для двумерных и трехмерных конечных элементов.

20. Понятие о криволинейных и изопараметрических граничных элементах.
21. Эрмитовы конечные элементы для дифференциальных уравнений четвертого порядка. Примеры.
22. Примеры смешанных лагранжевых конечных элементов для задачи об изгибе пластины.
23. Прямые методы решения сеточных уравнений линейной теории упругости.
24. Итерационные методы решения систем сеточных уравнений теории упругости. Понятие об оптимальном обуславливании систем сеточных уравнений.
25. Основные сведения о коммерческих пакетах решения задач теории упругости. Пример - пакет Ansys.

7.1. Основная литература:

1. Карчевский, М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы [Электронный ресурс]: учеб. пособие / М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2016. ? 276 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72983>
2. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Т.7 Теория упругости [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2007. ? 264 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2233>
3. Молотников, В.Я. Теория упругости и пластичности [Электронный ресурс] / В.Я. Молотников, А.А. Молотникова. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2017. ? 532 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/94741>
4. Даутов, Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов [Электронный ресурс]: учебн. пособие / Р.З. Даутов, М.М. Карчевский - Казань: Казанский университет, 2012. - 240 с. ? Режим доступа: http://kpfu.ru/publication?p_id=47325
5. Баженов, В.Г. Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов в решении задач трехмерной динамической теории упругости с сопряженными полями [Электронный ресурс] : монография / В.Г. Баженов, Л.А. Игумнов. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2008. ? 352 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48194>

7.2. Дополнительная литература:

1. Александров, В.М. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.М. Александров, М.И. Чебаков. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2004. ? 299 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48233>
2. Хлуднев, А.М. Задачи теории упругости в негладких областях [Электронный ресурс]: учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2010. ? 252 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59560>
3. Карчевский, М.М. Математические модели механики сплошной среды: учеб. пособие /М.М. Карчевский, Р.Р. Шагидуллин - Казань: КГУ, 2007. 212 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

- Баженов, В.Г. Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов в решении задач трехмерной динамической теории упругости с сопряженными полями [Электронный ресурс] : монография / В.Г. Баженов, Л.А. Игумнов. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2008. ? 352 с. - <https://e.lanbook.com/book/48194>
- Даутов, Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов [Электронный ресурс]: учебн. пособие / Р.З. Даутов, М.М. Карчевский - Казань: Казанский университет, 2012. - 240 с. - http://kpfu.ru/publication?p_id=47325
- Карчевский, М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы [Электронный ресурс]: учеб. пособие / М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2016. ? 276 с. - <https://e.lanbook.com/book/72983>

Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Т.7 Теория упругости [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2007. ? 264 с. - <https://e.lanbook.com/book/2233>

Молотников, В.Я. Теория упругости и пластичности [Электронный ресурс] / В.Я. Молотников, А.А. Молотникова. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2017. ? 532 с. - <https://e.lanbook.com/book/94741>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Численные методы теории упругости" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Карчевский М.М. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Даутов Р.З. _____

"__" _____ 201__ г.