

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Метод конечных элементов решения эллиптических краевых задач Б1.В.ДВ.10

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики ,
Rafail.Dautov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины 'Метод конечных элементов' является подготовка квалифицированных специалистов в области применения метода конечных элементов для моделирования полей различной физической природы, описываемых уравнениями математической физики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.10 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7 семестры.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам. Читается для студентов обучающихся по направлению 'Прикладная математика'. Базируется на дисциплинах 'Алгебра и геометрия', 'Математический анализ', 'Дополнительные главы математической физики'.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|--|
| ПК-10 (профессиональные компетенции) | Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов |
| ПК-12 (профессиональные компетенции) | Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальной математики |
| ПК-9 (профессиональные компетенции) | Способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теоретические знания о понятиях и задачах, связанных с аппроксимацией функциональных пространств Соболева.

2. должен уметь:

понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач линейной алгебры и уравнений задач математической физики

3. должен владеть:

навыками самостоятельного анализа и решения теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания и навыки в своей профессиональной деятельности

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре; зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 1. | Тема 1. Введение в метод конечных элементов на примере обыкновенного уравнения второго порядка. | 6 | 1 | 0 | 0 | 2 | |
| 2. | Тема 2. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала. | 6 | 2 | 0 | 0 | 2 | |
| 3. | Тема 3. Метод Рунге. Метод Галеркина. Лемма Сеа. Метод Галеркина с возмущениями. | 6 | 3 | 0 | 0 | 2 | |
| 4. | Тема 4. Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры. Лемма Брамбля-Гильберта. | 6 | 4 | 0 | 0 | 2 | |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 5. | Тема 5. Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Корректность обобщенной задачи. | 6 | 5-6 | 0 | 0 | 4 | |
| 6. | Тема 6. Интерполяция в R_n . Разрешимость задачи. | 6 | 7 | 0 | 0 | 2 | |
| 7. | Тема 7. Критерии принадлежности конечного элемента к классу S_k | 6 | 8 | 0 | 0 | 2 | |
| 8. | Тема 8. Определение базисного конечного элемента. Прямоугольный и треугольный лагранжевый элемент степени m . | 6 | 9-10 | 0 | 0 | 4 | |
| 9. | Тема 9. Неполные прямоугольные лагранжевые элементы | 6 | 11 | 0 | 0 | 2 | |
| 10. | Тема 10. Эрмитов кубический элемент (одномерный, двумерный - прямоугольный и треугольный) | 6 | 12-13 | 0 | 0 | 4 | |
| 11. | Тема 11. Конечный элемент Белла класса C_1 | 6 | 14 | 0 | 0 | 2 | |
| 12. | Тема 12. Ассоциированные конечные элементы. Критерии их принадлежности классам C_0 и C_1 . | 6 | 15 | 0 | 0 | 2 | |
| 13. | Тема 13. Регулярность семейства ассоциированных конечных элементов. | 6 | 16-17 | 0 | 0 | 4 | |
| 14. | Тема 14. Аффинно-эквивалентные элементы. Регулярность. | 6 | 18 | 0 | 0 | 2 | |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|--|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 15. | Тема 15. Криволинейные элементы. Регулярность. | 7 | 1 | 0 | 0 | 2 | |
| 16. | Тема 16. Изопараметрические элементы. Регулярность. | 7 | 2 | 0 | 0 | 2 | Письменное домашнее задание |
| 17. | Тема 17. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов. | 7 | 3 | 0 | 0 | 2 | Письменное домашнее задание |
| 18. | Тема 18. Аппроксимация подпространств H_k , $k=1,2$. | 7 | 4-5 | 0 | 0 | 4 | Письменное домашнее задание |
| 19. | Тема 19. Оценка погрешности интерполяции на базисном элементе. Оценка погрешности интерполяции для аффинных элементов. | 7 | 6-7 | 0 | 0 | 4 | |
| 20. | Тема 20. Оценка погрешности интерполяции для криволинейных и изопараметрических элементов. | 7 | 8 | 0 | 0 | 2 | |
| 21. | Тема 21. МКЭ для уравнений: в многоугольных областях аффинные элементы; в областях с кусочно-гладкой границей криволинейные элементы. Оценки точности. | 7 | 9-10 | 0 | 0 | 4 | |
| 22. | Тема 22. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности. | 7 | 11 | 0 | 0 | 2 | Контрольная работа Письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 23. | Тема 23. МКЭ с численным интегрированием. Примеры квадратурных формул для треугольных и прямоугольных элементов. Разрешимость, оценка точности. | 7 | 12 | 0 | 0 | 2 | |
| 24. | Тема 24. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ. | 7 | 13 | 0 | 0 | 2 | Письменное домашнее задание |
| 25. | Тема 25. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов. | 7 | 14 | 0 | 0 | 2 | Письменное домашнее задание |
| 26. | Тема 26. Учет главных и естественных краевых условий. | 7 | 15 | 0 | 0 | 2 | |
| 27. | Тема 27. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа. | 7 | 16-17 | 0 | 0 | 4 | Контрольная работа Письменное домашнее задание |
| 28. | Тема 28. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем. | 7 | 18 | 0 | 0 | 2 | Письменное домашнее задание |
| · | Тема . Итоговая форма контроля | 6 | | 0 | 0 | 0 | Зачет |
| · | Тема . Итоговая форма контроля | 7 | | 0 | 0 | 0 | Зачет |
| | Итого | | | 0 | 0 | 72 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в метод конечных элементов на примере обыкновенного уравнения второго порядка.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Рассмотрение двухточечной краевой задачи. Ее аппроксимация простейшими конечными элементами.

Тема 2. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примеры вариационных задач в гильбертовом пространстве. Понятие билинейной положительно определенной формы и ассоциированного с ней линейного положительно определенного оператора. Разрешимость вариационной задачи (лемма Лакса-Мильграма)

Тема 3. Метод Рунге. Метод Галеркина. Лемма Сеа. Метод Галеркина с возмущениями.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

различные подходы приближенного решения вариационной задачи в гильбертовом пространстве. Метод Галеркина.

Тема 4. Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры. Лемма Брамбле- Гильберта.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Понятие слабой, или обобщенной, производной. Пространства Соболева функций, имеющих интегрируемые с квадратом обобщенные производные. Различные эквивалентные нормировки. Примеры.

Тема 5. Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Корректность обобщенной задачи.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Понятие слабого решения краевой эллиптической задачи, основанное на понятии обобщенной производной. Корректность постановки обобщенной задачи.

Тема 6. Интерполяция в R_n . Разрешимость задачи.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Полиномы и кусочные полиномы в R_n . Интерполяция полиномами в R_n .

Тема 7. Критерии принадлежности конечного элемента к классу S_k

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Конечный элемент как множество в R_n с заданным набором узлов и полиномов. Понятие унисольвентности. Классы гладкости конечных элементов.

Тема 8. Определение базисного конечного элемента. Прямоугольный и треугольный лагранжевый элемент степени m .

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Семейства аффинно-эквивалентных конечных элементов, определяемых базисным, или ссылочным, конечным элементом. Примеры: прямоугольный и треугольный лагранжевые элементы степени m .

Тема 9. Неполные прямоугольные лагранжевые элементы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Уменьшение числа узлов и базисных функций для прямоугольного лагранжевого конечного элемента.

Тема 10. Эрмитов кубический элемент (одномерный, двумерный - прямоугольный и треугольный)

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Использование производных в качестве степеней свободы конечного элемента. Пример: эрмитовый кубический конечный элемент в одномерном и двумерном случаях.

Тема 11. Конечный элемент Белла класса C_1

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Треугольный конечный элемент, использующий в качестве степеней свободы частные производные до 2-го порядка в каждой вершине - треугольник Белла с 18-ю степенями свободы.

Тема 12. Ассоциированные конечные элементы. Критерии их принадлежности классам C_0 и C_1 .

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Триангуляция области на конечные элементы классов $C0$ и $C1$

Тема 13. Регулярность семейства ассоциированных конечных элементов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Условие невырождения, или регулярности, семейств конечных элементов.

Тема 14. Аффинно-эквивалентные элементы. Регулярность.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Достаточные условия регулярности семейств триангуляций расчетной области на конечные элементы

Тема 15. Криволинейные элементы. Регулярность.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Триангуляция криволинейной области с использованием вблизи границы криволинейных конечных элементов.

Тема 16. Изопараметрические элементы. Регулярность.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Пример криволинейных конечных элементов: изопараметрические конечные элементы.

Тема 17. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Ассоциированное с триангуляцией расчетной области пространство конечных элементов. Пространства лагранжевых и эрмитовых элементов треугольных конечных элементов.

Тема 18. Аппроксимация подпространств H_k , $k=1,2$.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Приближение кусочными полиномами функций из пространств Соболева.

Тема 19. Оценка погрешности интерполяции на базисном элементе. Оценка погрешности интерполяции для аффинных элементов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Оператор локальной полиномиальной интерполяции на базисном элементе. Оценка ошибки интерполяции на базисном элементе. Ошибка интерполяции для аффинно-эквивалентных элементов.

Тема 20. Оценка погрешности интерполяции для криволинейных и изопараметрических элементов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Аппроксимация на криволинейных и изопараметрических элементах. Оценки ошибки.

Тема 21. МКЭ для уравнений: в многоугольных областях аффинные элементы; в областях с кусочно-гладкой границей криволинейные элементы. Оценки точности.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Аппроксимация конечными элементами эллиптических краевых задач в многоугольных областях и в областях с кусочно-гладкой границей. Оценки погрешности конечно-элементной аппроксимации.

Тема 22. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Применение изопараметрических конечных элементов для аппроксимации задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей. Погрешность аппроксимации

Тема 23. МКЭ с численным интегрированием. Примеры квадратурных формул для треугольных и прямоугольных элементов. Разрешимость, оценка точности.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Приближенное вычисление интегралов в методе конечных элементов. Квадратурные формулы для треугольных и прямоугольных элементов. Влияние численного интегрирования на погрешность приближения.

Тема 24. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нумерация узлов и конечных элементов триангуляции. Матрица связности локальной и глобальной нумерации.

Тема 25. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Генерирование результирующей системы МКЭ. Различные алгоритмы сборки матрицы и правой части системы.

Тема 26. Учет главных и естественных краевых условий.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Влияние главных и естественных краевых условий на вариационную постановку задачи и их учет в результирующей системе МКЭ

Тема 27. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Применение различных подходов для вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для треугольных и прямоугольных конечных элементов.

Тема 28. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Алгебраические аспекты метода конечных элементов. Ограниченность применения прямых методов решения систем уравнений МКЭ. Многоуровневые итерационные методы для систем МКЭ: многосеточные методы, методы декомпозиции области

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----------|--|----------------|------------------------|--|-------------------------------|--|
| 16. | Тема 16. Изопараметрические элементы. Регулярность. | 7 | 2 | подготовка домашнего задания | 9 | письменное домашнее задание |
| 17. | Тема 17. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов. | 7 | 3 | подготовка домашнего задания | 9 | письменное домашнее задание |
| 18. | Тема 18. Аппроксимация подпространств H_k , $k=1,2$. | 7 | 4-5 | подготовка домашнего задания | 9 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-------|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 22. | Тема 22. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности. | 7 | 11 | подготовка домашнего задания | 4 | письменное домашнее задание |
| | | | | подготовка к контрольной работе | 5 | контрольная работа |
| 24. | Тема 24. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ. | 7 | 13 | подготовка домашнего задания | 9 | письменное домашнее задание |
| 25. | Тема 25. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов. | 7 | 14 | подготовка домашнего задания | 9 | письменное домашнее задание |
| 27. | Тема 27. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа. | 7 | 16-17 | подготовка домашнего задания | 4 | письменное домашнее задание |
| | | | | подготовка к контрольной работе | 5 | контрольная работа |
| 28. | Тема 28. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем. | 7 | 18 | подготовка домашнего задания | 9 | письменное домашнее задание |
| Итого | | | | | 72 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Необходимый теоретический материал излагается на занятиях. Причем конспект, который остается у студента в результате прослушивания материала не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Дополнительно полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачетам.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение в метод конечных элементов на примере обыкновенного уравнения второго порядка.

Тема 2. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала.

Тема 3. Метод Рунге. Метод Галеркина. Лемма Сеа. Метод Галеркина с возмущениями.

Тема 4. Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры. Лемма Брамбле- Гильберта.

Тема 5. Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Корректность обобщенной задачи.

Тема 6. Интерполяция в R^n . Разрешимость задачи.

Тема 7. Критерии принадлежности конечного элемента к классу S_k

Тема 8. Определение базисного конечного элемента. Прямоугольный и треугольный лагранжевый элемент степени m .

Тема 9. Неполные прямоугольные лагранжевые элементы

Тема 10. Эрмитов кубический элемент (одномерный, двумерный - прямоугольный и треугольный)

Тема 11. Конечный элемент Белла класса S_1

Тема 12. Ассоциированные конечные элементы. Критерии их принадлежности классам S_0 и S_1 .

Тема 13. Регулярность семейства ассоциированных конечных элементов.

Тема 14. Аффинно-эквивалентные элементы. Регулярность.

Тема 15. Криволинейные элементы. Регулярность.

Тема 16. Изопараметрические элементы. Регулярность.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Построить отображение треугольного конечного элемента на изопараметрический.

Тема 17. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Построить глобальный базис пространства конечных элементов в одномерном случае.

Тема 18. Аппроксимация подпространств H_k , $k=1,2$.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданной функции пространства Соболева вычислить наилучшее приближение в соболевской норме.

Тема 19. Оценка погрешности интерполяции на базисном элементе. Оценка погрешности интерполяции для аффинных элементов.

Тема 20. Оценка погрешности интерполяции для криволинейных и изопараметрических элементов.

Тема 21. МКЭ для уравнений: в многоугольных областях аффинные элементы; в областях с кусочно-гладкой границей криволинейные элементы. Оценки точности.

Тема 22. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности.

контрольная работа , примерные вопросы:

Для задачи Дирихле с оператором Лапласа в круговой области оценить необходимое число конечных элементов для получения заданной точности приближенного решения

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Составить систему уравнений МКЭ в круговой области.

Тема 23. МКЭ с численным интегрированием. Примеры квадратурных формул для треугольных и прямоугольных элементов. Разрешимость, оценка точности.

Тема 24. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

для заданной триангуляции выписать матрицу связности

Тема 25. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов провести сборку матрицы жесткости и вектора сил для как для задачи Дирихле, так и Неймана.

Тема 26. Учет главных и естественных краевых условий.

Тема 27. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа.

контрольная работа , примерные вопросы:

Написать процедуру сборки системы МКЭ в Матлаб

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Написать процедуру вычисления локальных матриц жесткости и локальных векторов сил в Матлаб.

Тема 28. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Написать программу в Матлаб решения системы МКЭ методом сопряженных градиентов

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

По данной дисциплине предусмотрено проведение двух зачетов.

Примерные вопросы для зачета в 6 семестре

Постановка краевой задачи в вариационном виде. Метод Галеркина аппроксимации вариационной задачи в гильбертовом пространстве.

Основные аспекты метода Галеркина: выбор аппроксимирующего подпространства, выбор базиса, генерирование системы

линейных алгебраических уравнений, ее решение прямым или итерационным методом.

Понятие конечного элемента в одномерном, двумерном, общем случае. Триангуляция расчетной области, условие регулярности семейства триангуляций.

Пространства конечных элементов. Локальный и глобальный базис. Локальная и глобальная интерполяция, оценки погрешности интерполяции.

Примерные вопросы для зачета в 7 семестре

Аппроксимация конечными элементами функций пространств Соболева, оценки погрешности аппроксимации. Применение пространств конечных элементов

для аппроксимации краевых задач. Локальные и глобальные матрицы жесткости и вектора сил. Алгоритмы сборки систем МКЭ.

Учет существенных и естественных краевых условий в вариационной постановке задачи. Учет существенных и естественных краевых условий в системе МКЭ.

Прямые методы решения систем МКЭ: метод Гаусса, LU-разложение, метод Холецкого.

Итерационные методы решения систем МКЭ: метод сопряженных

градиентов с предобуславливанием, многосеточные методы, методы декомпозиции области.

7.1. Основная литература:

1. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 'Прикладная математика и информатика' и по направлению 'Прикладная математика и информатика' / Р. З. Даутов, М. М. Карчевский. ?Изд. 2-е, испр..?Казань: Казанский университет, 2011. ?237 с.: ил.; 21. ? Библиогр.: с. 228-229 (25 назв.). ?Предм. указ.: с. 234-237. ?ISBN 978-5-98180-993-4.
2. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: [Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет. 2012. - 240 с. (с грифом УМО). http://kpfu.ru/publication?p_id=47325.
3. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения. [Учебное пособие]. - Казань, 2010. - 94 с.http://kpfu.ru/publication?p_id=21045
4. Самогин, Ю.Н. Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Н. Самогин, В.Е. Хроматов, В.П. Чирков. ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2012. ? 200 с. ? Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59633 ? Загл. с экрана.
5. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2015. ? 448 с. ? Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65043 ? Загл. с экрана.

7.2. Дополнительная литература:

1. Стренг, Гилберт. Теория метода конечных элементов. / Г. Стренг, Дж. Фикс; под ред. Г. И. Марчука; пер. с англ. В. И. Агошкова [и др.].?М.: Мир, 1977. ?348 с.: ил.; 22. ?Библиогр.: с. 324-335. ?Имен. указ.: с. 342-344. ?Предм. указ.: с. 345-347.
2. Ильин В. П. Методы и технологии конечных элементов / В.П. Ильин; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т вычисл. математики и мат. геофизики. ?Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2007. ?370 с.: ил.; 22. ?Библиогр.: с. 357-361 (71 назв.). ?Предм. указ.: с. 362-367. ?ISBN 978-5-901548-30-1, 460.
3. Репченков В. И. Физические основы метода конечных элементов: пособие для студентов механико-математического факультета / В. И. Репченков, Ю. Е. Нагорный. ?Минск: БГУ, 2009. ?90, [1] с.: ил.; 20. ?Библиогр.: с. 89. ?ISBN 978-985-518-194-2, 100.
4. Сьярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач: перевод с английского / Ф. Сьярле; Под ред. Н. Н. Яненко; Пер. Б. И. Класов. ?Москва: Мир, 1980. ?512с.
5. Деклу Ж. Методы конечных элементов / Ж. Деклу. ?Москва: Мир, 1976. ?95с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>
Портал образовательных математических ресурсов - <http://www.allmath.com/>
Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>
Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathelp.spb.ru>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Метод конечных элементов решения эллиптических краевых задач" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Занятия по дисциплине проводятся в компьютерном классе, оснащенной доской и мелом или маркером.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Даутов Р.З. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М. _____

"__" _____ 201__ г.