

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Дифференциальная геометрия и неевклидовы пространства БЗ.В.6

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика и Иностранный язык (английский)

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Игнатъев Ю.Г.

**Рецензент(ы):**

Сушков С.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Игнатъев Ю.Г. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования , Ignatev-Yurii@mail.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Дифференциальная геометрия и неевклидовы пространства" являются

формирование математической культуры студента в области дифференциальной геометрии и неевклидовых пространств,

получение обучающимися теоретических знаний о геометрии кривых и поверхностей, дифференциально-геометрических инвариантах,

начальная подготовка в области анализа простейших геометрических объектов,

овладение современным математическим аппаратом дифференциальной геометрии и неевклидовых пространств

для дальнейшего использования в приложениях.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.6 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.8 Профессиональный" и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе ( 4 семестр).

Базой для изучения дифференциальной геометрии и неевклидовых пространств являются начальные курсы математического анализа (дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных, интегрирование, основы теории множеств), дифференциальных уравнений, аналитической геометрии (векторная алгебра, прямые и плоскости, кривые и поверхности второго порядка) и алгебры (векторные пространства, квадратичные формы, линейные операторы).

Данный курс является классическим математическим курсом, который имеет широкие приложения в различных разделах математики, механики, физики, современной компьютерной геометрии. Дифференциальная геометрия служит основой для дальнейшего изучения различных современных физико-математических курсов, таких как риманова геометрия, тензорный анализ, теория относительности, функциональный анализ и многих других.

Кроме того, геометрия развивает пространственное мышление и учит соотносить математические отношения с отношениями реальных фигур.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями

## современной математической науки

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и методы дифференциальной геометрии и неевклидовых пространств, формулировки утверждений и методы их доказательства, основные области их приложений, в том числе в компьютерном моделировании геометрических объектов и явлений.

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальной геометрии и неевклидоваго пространства, доказывать утверждения.

3. должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальной геометрии и неевклидовых пространств, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Понимать идеи, цели и задачи предмета, его связь с другими математическими дисциплинами.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Дифференциальная геометрия кривых	4	1-6	12	0	12	Письменное домашнее задание Контрольная работа
2.	Тема 2. Дифференциальная геометрия поверхностей	4	7-12	12	0	12	Контрольная работа Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Неевклидовы пространства	4	13-18	12	0	12	Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Дифференциальная геометрия кривых

*лекционное занятие (12 часа(ов)):*

1. Предмет курса дифференциальной геометрии. Векторная функция скалярного аргумента. Дифференцирование и интегрирование векторных функций скалярного аргумента. Годограф векторной функции. Векторные функции со специальными свойствами (Теоремы о векторных функциях постоянной длины, постоянного направления и параллельной постоянной плоскости). (2) 2. Кривые в пространстве. Параметризованная кривая. Касательная и нормаль к кривой. Поверхность и ее касательные. Нормаль поверхности. Особые точки. Неявное задание кривой. (2) 3. Соприкосновение кривых. Соприкосновение кривой и поверхности. Соприкасающаяся плоскость. (2) 4. Основной (сопровождающий) трехгранник кривой, заданной параметрически. Длина дуги как параметр. Натуральная параметризация кривой. (2) 5. Вывод формул Серре-Френе. Примеры. Разложение производных по натуральному параметру. (2) 6. Геометрический смысл кривизны и кручения. Формулы для вычисления кривизны и кручения. Натуральные уравнения кривой. (2)

**лабораторная работа (12 часа(ов)):**

1. Дифференцирование векторных функций скалярного аргумента. Круговые векторные функции. (2) 2. Уравнения линии. Построение кривых на плоскости и в пространстве по их параметрическим и общим уравнениям. (4) 3. Построение касательных к кривым и нормалей к плоским кривым. (2) 4. Асимптоты. Особые точки. Исследование и построение линий. (4) 5. Нахождение соприкасающейся кривой к данной линии на плоскости и соприкасающейся поверхности к данной кривой в пространстве. (2) 6. Вычисление кривизны и кручения кривой. (2) 7. Нахождение натуральных уравнений кривой. (2) 8. контрольная работа. (2)

**Тема 2. Дифференциальная геометрия поверхностей**

**лекционное занятие (12 часа(ов)):**

1. Различные способы задания поверхности. Касательные прямые и касательные плоскости к кривой. Нормаль к поверхности. Криволинейные координаты. Линии на поверхности. (2) 2. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Нахождение угла между кривыми на поверхности. Вычисление площади поверхности. Изгибание и наложимость. Понятие о внутренней геометрии поверхности и метрическом тензоре поверхности. (2) 3. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линий на поверхности. (2) 4. Инварианты пары квадратичных форм. Главные кривизны и направления кривизн. Гауссова и средняя кривизны. Свойства второй квадратичной формы. Локальные свойства поверхности (Формула Эйлера и теоремы). (2) 5. Изгибание и наложимость. Предмет внутренней геометрии поверхности. Нормальная и геодезические кривизны. Символы Кристоффеля. Уравнения геодезических. Классификация точек поверхности. (2) 6. Геодезические на поверхностях вращения. Теорема Клеро. (2)

**лабораторная работа (12 часа(ов)):**

1. Задачи на построение поверхностей по их явным, общим и параметрическим уравнениям. Переход от одного способа описания поверхности к другому. (2) 2. Построение касательной плоскости и нормали к поверхности. Построение касательных к координатным линиям поверхности. (2) 3. Нахождение первой квадратичной формы поверхности и решение задач внутренней геометрии поверхности: вычисление длин дуг кривых на поверхности, вычисление углов между пересекающимися линиями на поверхности, вычисление площадей поверхностей и их частей. (6) 4. Нахождение второй квадратичной формы поверхностей. Вычисление главных, гауссовой и средней кривизн поверхностей, нахождение направлений главных кривизн. Главные направления. (4) 5. Исследование локальной формы поверхности. Классификация точек поверхности. (2) 6. Задачи на геодезические линии. Геодезическая кривизна. (2) 7. Контрольная работа. (2)

**Тема 3. Неевклидовы пространства**

**лекционное занятие (12 часа(ов)):**

1. Внутренняя геометрия сферы. Отношение длины окружности на сфере к ее радиусу. Линии на сфере. (2) 2. Стереографическая проекция сферы на плоскость. Геодезическая и нормальная кривизна параллелей и меридианов. Геодезические на сфере. Сумма углов геодезического треугольника на сфере. (2) 3. Внутренняя геометрия псевдосферы. Отношение длины окружности на псевдосфере к ее радиусу. Линии на псевдосфере. Стереографическая проекция псевдосферы на плоскость. Геодезические линии на псевдосфере. 4. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. (2) 5. Метрический тензор и алгебра тензоров. (2) 6. Риманова метрика и римановы пространства. (2)

### лабораторная работа (12 часа(ов)):

1. Изучение внутренней геометрии сферы. (4) 2. Изучение внутренней геометрии псевдосферы. (3) 3. Метрический тензор. (3) 4. Риманова метрика и римановы пространства. (4)

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Дифференциальная геометрия кривых	4	1-6	подготовка к контрольной работе	8	Контрольная работа
				Предусматриваются задания для самостоятельной работы студентов (25 вариантов) и консультации по реше	10	домашнее задание
2.	Тема 2. Дифференциальная геометрия поверхностей	4	7-12	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
				Предусматриваются задания для самостоятельной работы студентов (25 вариантов) и консультации по реше	10	домашнее задание
3.	Тема 3. Неевклидовы пространства	4	13-18	Предусматриваются задания для самостоятельной работы студентов (25 вариантов) и консультации по реше	18	домашнее задание
Итого					54	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий, модульная технология обучения.

Освоение дисциплины "Дифференциальная геометрия и неевклидовы пространства" предполагает использование как традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и интерактивных форм проведения занятий с использованием программ Maple и Mathematica.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов



## Тема 1. Дифференциальная геометрия кривых

домашнее задание , примерные вопросы:

Предусматриваются задания для самостоятельной работы студентов (25 вариантов) и консультации по решению проблем возникающих при выполнении этой работы. Например, Тема: Теория кривых 1. Отрезок постоянной длины  $2a$  своими концами  $A$  и  $B$  скользит по осям прямоугольной системы координат. Из начала координат на отрезок опущен перпендикуляр  $OM$ . Составить уравнение геометрического места точек  $M$  (четырёхлепестковая роза). 2. Покажите, что кривая  $x=a\sin^2(t)$ ,  $y=b\sin(t)\cos(t)$ ,  $z=c\cos(t)$  лежит на эллипсоиде. 3. Написать уравнения касательной прямой и нормали к кривой  $x^3+y^3-3a^2xy=0$  в точке  $A(3a/2, 3a/2)$ . 4. Найти уравнение соприкасающейся сферы в заданной точке  $t=1$  для кривой  $r(3^t-t^3, 3^t-t^2, 3^t+t^3)$ . 5. Найти длину дуги кривой  $r(3^t-t^3, 3^t-t^2, 3^t+t^3)$ . Записать уравнение кривой в натуральной параметризации. 6. В точке, отвечающей параметру  $t=1$ , для кривой  $r(3^t-t^3, 3^t-t^2, 3^t+t^3)$  найти векторы и плоскости сопровождающего трехгранника. 7. Составить уравнение касательной к следующей линии в указанной точке и найти в этой точке кривизну и кручение:  $r(e^t, e^{-t}, t^2)$  при  $t=1$ . 8. Составить натуральное уравнение линии  $r(t\cos(t), t\sin(t), t)$ . 9. Показать, что линия  $\{y^2z=x, x^2z=y+1\}$  имеет с поверхностью  $z=x^2y$  в точке  $M(0; -1; 0)$  касание второго порядка. 10. Составьте уравнения касательной прямой и нормальной плоскости линии, заданной пересечением двух поверхностей:  $\{F(x,y,z)=0; G(x,y,z)=0\}$ .

Контрольная работа , примерные вопросы:

Предусматриваются задания для контрольной работы студентов (25 вариантов) по первой теме изучаемого курса. Например, Контрольное задание по теме "Дифференциальная геометрия кривых" 1. Написать уравнения касательной прямой и нормали к кривой  $x^3+y^3-3a^2xy=0$  в точке  $A(3a/2, 3a/2)$ . 2. Показать, что линия  $\{y^2z=x, x^2z=y+1\}$  имеет с поверхностью  $z=x^2y$  в точке  $M(0; -1; 0)$  касание второго порядка. 3. Составить уравнение касательной к следующей линии в указанной точке и найти в этой точке кривизну и кручение:  $r(e^t, e^{-t}, t^2)$  при  $t=1$ .

## Тема 2. Дифференциальная геометрия поверхностей

домашнее задание , примерные вопросы:

Предусматриваются задания для самостоятельной работы студентов (25 вариантов) и консультации по решению проблем возникающих при выполнении этой работы. Например, Тема: Теория поверхностей 11. Записать уравнение поверхности  $x=e^{2u}\sin(v)$ ,  $y=e^{2u}\cos(v)$ ,  $z=u^2$  в неявном виде. 12. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности:  $2x^2y+z^2=1$  в точке  $M(0; 1; 1)$ . 13. Найти первую квадратичную форму поверхности вращения  $r((a+b\cos(u))\cos(v), (a+b\cos(u))\sin(v), \sin(u))$  тора. 14. Найти периметр и внутренние углы криволинейного треугольника  $u=1/2a^2v^2$ ,  $u=-1/2a^2v^2$ ,  $v=1$ , расположенного на поверхности, у которой  $ds^2=du^2+(u^2+a^2)dv^2$ . 15. Найти вторую квадратичную форму поверхности вращения  $r(u\cos(v), u\sin(v), k^2u)$  кругового конуса и его главные кривизны. 16. Исследовать характер точек на поверхности, полученной вращением линии  $y=\ln x$  вокруг оси  $Ox$ . 17. Найти полную и среднюю кривизну поверхности вращения  $z=f(\rho)$ , где  $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$ . 18. Найти главные кривизны, полную и среднюю кривизны поверхности  $x=a\sin(u)\cos(v)$ ,  $y=a\sin(u)\sin(v)$ ,  $z=a(\ln \operatorname{tg}(u/2)+\cos(u))$  псевдосферы.

контрольная работа , примерные вопросы:

Предусматриваются задания для контрольной работы студентов (25 вариантов) по второй теме изучаемого курса. Например, Контрольное задание по теме "Дифференциальная геометрия поверхностей" 1. Найти первую квадратичную форму поверхности вращения  $r((a+b\cos(u))\cos(v), (a+b\cos(u))\sin(v), \sin(u))$  тора. 2. Найти периметр и внутренние углы криволинейного треугольника  $u=1/2a^2v^2$ ,  $u=-1/2a^2v^2$ ,  $v=1$ , расположенного на поверхности, у которой  $ds^2=du^2+(u^2+a^2)dv^2$ . 3. Найти полную и среднюю кривизну поверхности вращения  $z=f(\rho)$ , где  $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$ .

## Тема 3. Неевклидовы пространства

домашнее задание , примерные вопросы:

Предусматриваются задания для самостоятельной работы студентов (25 вариантов) и консультации по решению проблем возникающих при выполнении этой работы. Например, Тема: Неевклидовы пространства 19. Дано  $g_{ij} = \left\{ \begin{matrix} 1+v^2 & u \cdot v \\ u \cdot v & 1+u^2 \end{matrix} \right\}$ ;  $a^i(u^2, 1+v^2)$ ;  $b_i(1+u \cdot v, 1-u \cdot v)$ ;  $C^i_{ij} = \left\{ \begin{matrix} u^2 & u \cdot v \\ u \cdot v & v^2 \end{matrix} \right\}$ ; Найдите  $g^{ij}$ ,  $a_i$ ,  $b^i$ ,  $C^{ij}$ ,  $C_{ij}$ . 20. Дано  $\left\{ \begin{matrix} u=u \cdot v' \\ v=u/v' \end{matrix} \right\}$ . Найдите символы Кристоффеля второго рода  $\Gamma^i_{jk}$  и уравнения геодезических линий.

### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому практическому занятию. В каждом семестре проводятся по две контрольные работы.

Содержание контрольных работ составляют типовые задачи, идеи решения которых подробно разбираются на практических занятиях.

В течении семестра студенты выполняют индивидуальные задания по темам практических занятий.

Вопросы к экзамену по дисциплине "Дифференциальная геометрия и неевклидовы пространства"

1. Дифференцирование и интегрирование векторной функции.
2. Кривые в пространстве. Параметризованная кривая. Касательная и нормаль к кривой. Поверхность и ее касательные. Нормаль поверхности. Особые точки. Неявное задание кривой.
3. Соприкосновение кривых. Соприкосновение кривой и поверхности. Соприкасающаяся плоскость.
4. Основной (сопровождающий) трехгранник кривой, заданной параметрически. Длина дуги как параметр. Натуральная параметризация кривой.
5. Вывод формул Серре-Френе. Примеры.
6. Разложение производных по натуральному параметру. Геометрический смысл кривизны и кручения. Формулы для вычисления кривизны и кручения. Натуральные уравнения кривой.
7. Различные способы задания поверхности. Касательные прямые и касательные плоскости к кривой. Нормаль к поверхности. Криволинейные координаты. Линии на поверхности.
8. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Нахождение угла между кривыми на поверхности. Вычисление площади поверхности. Изгибание и наложимость. Понятие о внутренней геометрии поверхности и метрическом тензоре поверхности.
9. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линий на поверхности.
10. Инварианты пары квадратичных форм. Главные кривизны и направления кривизн. Гауссова и средняя кривизны. Свойства второй квадратичной формы. Локальные свойства поверхности (Формула Эйлера и теоремы).
11. Изгибание и наложимость. Предмет внутренней геометрии поверхности. Нормальная и геодезические кривизны. Символы Кристоффеля. Уравнения геодезических.
12. Геодезические на поверхностях вращения. Теорема Клеро. Классификация точек поверхности.
13. Внутренняя геометрия сферы. Отношение длины окружности на сфере к ее радиусу. Линии на сфере.
14. Стереографическая проекция сферы на плоскость. Геодезическая и нормальная кривизна параллелей и меридианов. Геодезические на сфере. Сумма углов геодезического треугольника на сфере.
15. Внутренняя геометрия псевдосферы. Отношение длины окружности на псевдосфере к ее радиусу. Линии на псевдосфере. Стереографическая проекция псевдосферы на плоскость. Геодезические линии на псевдосфере.
16. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского.
17. Метрический тензор и алгебра тензоров.

## 18. Риманова метрика и римановы пространства.

### 7.1. Основная литература:

1. Гусак, Алексей Адамович. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : примеры и задачи : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по естественнонаучным специальностям / А. А. Гусак .- Издание 6-е .- Минск : ТетраСистемс, [2011] .- 288 с.
2. Бурмистров, Борис Николаевич. Элементы линейной алгебры и аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве : учебное пособие / Б. Н. Бурмистров, Л. Р. Секаева ; Казан. гос. ун-т .- Казань : [Изд-во Казан. гос. ун-та], 2009 .- 81 с.
3. Кузовлев, В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии [Электронный ресурс] : учеб. / В.П. Кузовлев, Н.Г. Подаева. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2012. - 208 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59618>.
4. Розендорн, Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2008. - 144 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2295>.
5. Игнатъев, Юрий Геннадиевич. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие : курс лекций для студентов математического факультета : специальности: (математика и информатика, математика и иностранный язык) / проф. Ю. Г. Игнатъев ; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского .- Электронные данные (1 файл: 1,9 Мб) .- (Казань : Казанский федеральный университет, 2013) .- Загл. с экрана .- Для 4-го семестра .- Режим доступа: открытый . URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_120\\_000327.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000327.pdf) .

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Бюшгенс, Сергей Сергеевич. Дифференциальная геометрия : учебник для вузов / С. С. Бюшгенс ; вступ. ст. Г.С. Бюшгенса .- 3-е издание .- Москва : Изд-во ЛКИ, 2008 .- 304 с.
2. Норден, А. П. Краткий курс дифференциальной геометрии / А. П. Норден .- Москва : Физматгиз, 1958 .- 244с.
3. Норден, А. П. Теория поверхностей : учебник для университетов и педагогических институтов / А. П. Норден .-Москва : Гостехиздат, 1956 .- 260 с.
4. Атанасян, Левон Сергеевич (1921-1998) . Геометрия : учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических вузов : [в 2 ч.] / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев .- 2-е изд., стер. - Москва : КНОРУС, 2011 .- ; 22 .- ISBN 978-5-406-00576-7 ((в пер.)) . Ч. 2 .- 2011 .- 422 с.
5. Сизый, С.В. Лекции по дифференциальной геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2007. - 346 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2320>.
6. Шаров, Г.С. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г.С. Шаров, А.М. Шелехов, М.А. Шестакова. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2005. - 112 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9440>.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- А.О. Иванов, А.А. Тужилин. Лекции по дифференциальной геометрии и топологии - <http://dfgm.math.msu.su/files/lect2.pdf>
- Игнатъев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей в евклидовом пространстве - [http://vuz.exponenta.ru/PDF/book/DifGeo13\\_14pt-dv.pdf](http://vuz.exponenta.ru/PDF/book/DifGeo13_14pt-dv.pdf)
- Нагребецкая, Ю. В. Дифференциальная геометрия : практикум - [http://elar.ufrfu.ru/bitstream/10995/52394/1/978-5-7996-2062-2\\_2017.pdf](http://elar.ufrfu.ru/bitstream/10995/52394/1/978-5-7996-2062-2_2017.pdf)

Учебные материалы по дифференциальной геометрии МГУ -

<http://dfgm.math.msu.su/materials.php>

электронная библиотека по дифференциальной геометрии и тензорному анализу -

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Дифференциальная геометрия и неевклидовы пространства" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

1. На кафедре высшей математики и математического моделирования имеется собственный кафедральный фонд книг (свыше 700 книг).
2. На педагогическом отделении имеется 3 компьютерных класса, объединенных в локальные сети и подключенные к интернету, 4 ноутбука и 3 проектора, 4 принтера, из них 1 - цветной, и 2 ксерокса, позволяющие обеспечивать учебный процесс. Компьютеры используются, помимо прочего, для спецкурсов и спецсеминаров а также для выполнения квалификационных работ.

3. На кафедре имеется оборудование, позволяющее размножать брошюровать методические пособия и учебники.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика и Иностранный язык (английский) .

Автор(ы):

Игнатъев Ю.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.