

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Центр бакалавриата Развитие территорий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Математический анализ Б1.Б.7

Направление подготовки: 38.03.01 - Экономика

Профиль подготовки: Мировая экономика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Хасанова А.Ю.

**Рецензент(ы):**

Марданов Р.Ш.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Широкова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института управления, экономики и финансов (центр бакалавриата: развитие территорий):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Хасанова А.Ю. Кафедра общей математики отделение математики, AsJHasanova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Сформировать у студентов навыки и умения, способствующие активному усвоению материала дисциплин естественно - научного цикла.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 38.03.01 Экономика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Знания полученные при изучении математического анализа применяются при изучении основных разделов математических дисциплин.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность к определению общих форм, закономерностей, инструментальных средств отдельной предметной области;
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умение понять поставленную задачу;
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умение формулировать результат;
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умение строго доказать утверждение;
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умение на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат;
ПК-6 (профессиональные компетенции)	умение самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата;
ПК-7 (профессиональные компетенции)	умение грамотно пользоваться языком предметной области;
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умение ориентироваться в постановках задач.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- понятие функции одной независимой переменной, его основные свойства;

- определения производной и дифференциала функции одной независимой переменной;

- основные правила дифференцирования;
- приложения двойного и тройного интегралов.

## 2. должен уметь:

- вычислять пределы, используя замечательные пределы и их следствия;
- дифференцировать неявные функции, функции заданные параметрически;
- вычислять производные и дифференциалы высших порядков;
- вычислять частные производные и дифференциалы первого и высших порядков;
- вычислять определенные и неопределенные интегралы, несобственные интегралы;
- вычислять двойные и тройные интегралы;
- проводить исследование сходимости числовых, степенных, функциональных рядов.

## 3. должен владеть:

навыками обобщения полученных знаний, конкретного и объективного изложения своих знаний в письменной и устной форме.

Студент должен демонстрировать способность и готовность применять полученные знания на практике.

## 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных(ые) единиц(ы) 324 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

#### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в анализ	1	1-3	4	6	0	письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Предел последовательности и функции	1	4-6	6	8	0	устный опрос письменное домашнее задание контрольная работа
3.	Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1	7-9	6	10	0	письменное домашнее задание устный опрос контрольная работа
4.	Тема 4. Первообразная и неопределенный интеграл	1	10-13	8	10	0	письменное домашнее задание устный опрос контрольная работа
5.	Тема 5. Определенный интеграл Несобственные интегралы	1	14	2	4	0	устный опрос письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	2	1-5	10	14	0	письменное домашнее задание устный опрос письменная работа
7.	Тема 7. Двойной и тройной интегралы	2	6-10	10	10	0	письменное домашнее задание устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Ряды.	2	11-14	6	12	0	письменное домашнее задание устный опрос письменная работа
9.	Тема 9. Дифференциальные уравнения	2		6	12	0	контрольная работа письменное домашнее задание устный опрос
<b>4.2 Содержание дисциплины</b>							
	Тема 1. Введение в анализ	1		0	0	0	зачет
<b>лекционное занятие (4 часа(ов)):</b>							
1.1.	Общая теория	2		0	0	0	экзамен
<p>1.1. Обозначения некоторых логических символов (кванторы, логические операции). Множества и операции над ними. Объединение, пересечение, разность множеств. Коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность операций. 1.2. Понятие функции. Определение функции. Элементарные функции. График функции. Обратная функция. График обратной функции. Критерий существования обратной функции. Операции над функциями. Арифметические операции. Четность функции, периодичность. Полярная система координат. Гиперболические функции. 1.3. Действительные числа. Свойство непрерывности действительных чисел. Архимедово свойство. Свойства порядка действительных чисел. Определение точной нижней и верхней грани. Окрестность, -окрестность точки, предельная точка.</p> <p><b>практическое занятие (6 часа(ов)):</b> Область определения функции. Графики.</p> <p><b>Тема 2. Предел последовательности и функции</b></p> <p><b>лекционное занятие (6 часа(ов)):</b> 2.1. Предел числовой последовательности. Подпоследовательность. Определение. Элементарные свойства пределов. Свойство двух милиционеров. Арифметические свойства. Неопределенности. 2.2. Принцип вложенных отрезков. Некоторые важные пределы. 2.3. Монотонные последовательности. Определение монотонной последовательности. Определение числа <math>e</math>. 2.4. Предел функции в точке. Определения. Свойства пределов функции. Арифметические свойства предела функции. Свойство двух милиционеров. Первый замечательный предел. 2.5. Второй замечательный предел. Следствия. 2.6. Определения функции, непрерывной в точке. Определение непрерывной в своей области определения функции. Основные свойства функций, непрерывных в точке. Арифметические свойства непрерывных функций. Точки разрыва.</p> <p><b>практическое занятие (8 часа(ов)):</b> Предел последовательности. Замечательные пределы и их следствия. Односторонние пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Непрерывность функции.</p> <p><b>Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b></p> <p><b>лекционное занятие (6 часа(ов)):</b></p>							

3.1 Определение производной. Левая и правая производная в точке. Разные случаи. Теорема о необходимом условии существования производной. 3.2. Дифференцируемые функции. Дифференциал функции. 3.3 Техника дифференцирования. Арифметические свойства. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных основных функций. 3.4. Производные и дифференциалы высших порядков. Определение. Определение дифференциалов высших порядков. Формула Лейбница. 3.5. Основные теоремы. Теорема Ролля. Теорема Коши о среднем. Формула Лагранжа конечных приращений. 3.6. Правило Лопиталю. Различные случаи. 3.7. Исследование поведения функции с помощью понятия производной. Строго возрастающая, строго убывающая функции. Локальный экстремум. Достаточные условия существования локального минимума и максимума. 3.8. Выпуклость кривой. Точки перегиба. Определения. Теорема о выпуклости. Теорема о точке перегиба. Различные случаи. Асимптоты. План исследования функции.

**практическое занятие (10 часа(ов)):**

Вычисление производных. Дифференцирование сложной, степенной функций и функции, заданной параметрически. Производная от показательной-степенной функции. Производная неявной функции. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталю.

**Тема 4. Первообразная и неопределенный интеграл**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

4.1. Определение первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегралы, часто встречающиеся на практике. 4.2. Методы интегрирования (метод подстановки или замены переменной, метод введения под знак дифференциала, метод интегрирования по частям). 4.3. Отыскание первообразных для рациональных функций. Интегрирование рациональных дробей. 4.4. Приемы интегрирования иррациональных и трансцендентных функций. Интегрирование алгебраических иррациональностей. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.

**практическое занятие (10 часа(ов)):**

Вычисление интегралов. Метод подстановки. Метод введения под знак дифференциала. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование правильных дробей. Интегрирование тригонометрических функций

**Тема 5. Определенный интеграл Несобственные интегралы**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

5.1. Определение площади криволинейной трапеции. Определение интеграла Римана. Интегральная сумма Римана. Определение интегрируемой по Риману функции. 5.2. Верхние и нижние интегральные суммы. Верхние и нижние интегралы Дарбу. 5.3. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении функции. 5.4. Правила вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница. Формула интегрирования по частям. Формула замены переменной.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Определенный интеграл. Вычисление определенных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.

**Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных**

**лекционное занятие (10 часа(ов)):**

1.1. Основные понятия и определения. Понятие функции нескольких переменных. 1.2. Частные производные и дифференциал первого порядка от функций многих переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. 1.3. Дифференцирование сложных и неявных функций. 1.4. Производные в данном направлении. Градиент функции. 1.5. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

**практическое занятие (14 часа(ов)):**



Частные производные и дифференциал первого порядка от функций многих переменных. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложных и неявных функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

### **Тема 7. Двойной и тройной интегралы**

#### **лекционное занятие (10 часа(ов)):**

2.1. Понятие двойного интеграла. 2.2. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в случае произвольной области. 2.3. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление площади фигуры, объема тела. 2.4. Определение тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройных интегралах. 2.5. Криволинейные интегралы. Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования. Нахождение функции по полному дифференциалу. Формула Грина. Вычисление площади. 2.6. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса. Элементы теории поля.

#### **практическое занятие (10 часа(ов)):**

Вычисление двойного интеграла в случае произвольной области. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление площади фигуры, объема тела. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройных интегралах.

### **Тема 8. Ряды.**

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

3.1. Ряды. Определение. Основные свойства рядов. Положительные ряды. 3.2. Признаки сходимости. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Интегральный признак сходимости Коши. 3.3. Знакопеременные ряды. Абсолютно сходящиеся ряды. 3.4. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса. 3.5. Степенные ряды. Ряды с комплексными членами. 3.6. Разложение функций в степенные ряды.

#### **практическое занятие (12 часа(ов)):**

Признаки сходимости. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Интегральный признак сходимости Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютно сходящиеся ряды. Функциональные и степенные ряды.

### **Тема 9. Дифференциальные уравнения**

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Основные понятия и определения. Понятие общего и частного решений, геометрическая интерпретация решения дифференциального уравнения. Теорема существования и единственности частного решения. Понятие особого решения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Приложение дифференциальных уравнений 1-го порядка в экономике. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

#### **практическое занятие (12 часа(ов)):**

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Приложение дифференциальных уравнений 1-го порядка в экономике. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение в анализ	1	1-3	подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Предел последовательности и функции	1	4-6	подготовка домашнего задания	6	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
3.	Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1	7-9	подготовка домашнего задания	9	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
4.	Тема 4. Первообразная и неопределенный интеграл	1	10-13	подготовка домашнего задания	8	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
5.	Тема 5. Определенный интеграл Несобственные интегралы	1	14	подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
6.	Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	2	1-5	подготовка домашнего задания	12	письменное домашнее задание
				подготовка к письменной работе	2	письменная работа
				подготовка к устному опросу	6	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Двойной и тройной интегралы	2	6-10	подготовка домашнего задания	10	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	8	устный опрос
8.	Тема 8. Ряды.	2	11-14	подготовка домашнего задания	10	письменное домашнее задание
				подготовка к письменной работе	2	письменная работа
				подготовка к устному опросу	8	устный опрос
9.	Тема 9. Дифференциальные уравнения	2		подготовка домашнего задания	10	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	6	устный опрос
Итого					130	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование как традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и инновационных образовательных технологий с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий: выполнение ряда практических заданий с использованием профессиональных программных средств создания и ведения электронных баз данных; мультимедийных программ.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Введение в анализ

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение области определения функций. Построение графиков функций. [2], ♦♦673-701; [1], с. 83, ♦♦5-6

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

[1], с.83, ♦4; [2], ♦♦630-659. [2], ♦♦11.25-11.27,11.29, 11.38-11.40, Рекомендуемая литература  
 1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. 2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с. 3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.

### Тема 2. Предел последовательности и функции

контрольная работа , примерные вопросы:

Вычисление пределов функции. 1) Найти пределы: а) ; б) ; в) ; г) . 2) Доказать эквивалентность бесконечно малых функций при  $\ln(1+x) \sim x$ .

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

[2], ♦♦ 2.6-2.8, [3], ♦♦702-725, ♦♦726-731. [2], ♦♦ 2.10, 2.12, 2.14, 2.15(15-27), [3], ♦♦734-813, ♦♦836-847 [2], ♦♦.2.18(7-12), 2.19(9-16), 2.21(3, 6, 9, 11, 13, 32, 35, 37, 38, 41), 2.22(1, 4), 2.23(3, 5, 9, 14, 16, 20), 2.26(25, 26, 28, 32, 33, 40). [3], ♦♦814-829, 830-833. Рекомендуемая литература 1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. 2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с. 3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Что называется последовательностью? 2. Какая последовательность называется ограниченной, монотонной? 3. Какое из следующих утверждений является верным: а) Если последовательность сходится, то она ограничена; б) Если последовательность ограничена, то она сходится? 4. Сформулировать геометрический смысл предела последовательности. 5. Может ли последовательность иметь два предела? 6. В чем состоит достаточный признак сходимости последовательности? 7. Какие виды неопределенностей встречаются при вычислении пределов последовательностей? 8. Какие виды неопределенностей встречаются при вычислении пределов? 9. Какие пределы называются односторонними пределами функции в точке? 10. Какие функции называются бесконечно малыми, бесконечно большими функциями в точке, как они связаны между собой? 11. Какой вид неопределенности раскрывается с помощью а) первого замечательного предела; б) второго замечательного предела? 12. Вывести первый замечательный предел. 13. Сформулировать второй замечательный предел.

### **Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

контрольная работа , примерные вопросы:

Нахождение производных от заданных функций. а) ; б) ; в) ; г) ; д) .

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

[1], с. 152-173; [2], ♦♦ 3.14(4, 6, 7), 3.16, 3.17, 3.22, 3.23, 3.30(3), 3.34(5, 8, 10), 3.35(6,11,12), [3], ♦♦848-873.♦♦907-936. [1], с.166-185; [2], ♦♦. 3.41(1, 3, 5, 7-9, 17, 21, 23), 3.42, 3.44, 3.47(1-3, 6, 10, 14-15, 18-20, 23, 24), 3.49(21-25, 28, 30, 32, 35-37), 3.52(1-3, 2-9, 11-15, 23, 26, 27, 29), 3.53(18-28), 3.54(16-17, 24, 33, 22-23), 3.68(2, 4, 6, 10-12), 3.68-3.72. Рекомендуемая литература 1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. 2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Что называется производной функции, как обозначаются производные? 2. Сформулируйте физический, геометрический и экономический смысл производной функции. 3. Какая функция называется дифференцируемой в точке, в промежутке? 4. Какие точки называются: угловой точкой, точкой возврата с вертикальной касательной, точкой перегиба с вертикальной касательной? 5. Формулы производных постоянной, суммы, произведения, частного. 6. Сформулируйте правило дифференцирования сложной функции. 7. Какая формула связывает производные взаимно обратных функций? 8. Когда применяется метод логарифмического дифференцирования? 9. Какая функция называется неявной функцией? Можно ли утверждать, что всякое уравнение вида определяет неявную функцию? 10. Как отыскивается производная неявной функции? 11. Что называется дифференциалом функции? Сформулируйте геометрический смысл дифференциала. 12. Как связаны между собой дифференциал и производная функции? В чем различие между ними? 13. Сформулируйте свойства (арифметические операции) дифференциала. 14. В чем состоит свойство инвариантности дифференциала 1-го порядка? 15. Как определяется производная n-го порядка функции? 16. Запишите формулы дифференциалов 1-го, 2-го, 3-го, ..., n-го порядков функции. 17. Какими свойствами должна обладать функция в точке  $x_0$  и в ее окрестности для того, чтобы в ней можно было применить теорему Ферма? Как называется точка, если в ней выполняется теорема Ферма для функции  $y=f(x)$ ? 18. Сформулируйте условия, при которых на отрезке  $[a, b]$  к функции  $y=f(x)$  применима теорема Ролля? 19. В чем состоит геометрический смысл теоремы Лагранжа? 20. В каких случаях при вычислении пределов можно применять правило Лопиталя? 21. Выберите верное утверждение: а) Если в точке дифференцируемая функция имеет экстремум, то в этой точке производная функции равна нулю; б) Если в точке производная функции равна нулю, то в этой точке функция имеет экстремум. 22. Сформулируйте необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции в интервале. 23. Какие условия должны выполняться для функции  $f(x)$ , чтобы ее точка была критической? 24. Сформулируйте достаточные условия существования экстремума функции (1-е и 2-е правила). 25. Какая кривая называется выпуклой (вогнутой) в интервале  $(a, b)$ ? 26. Какая точка графика называется точкой перегиба? 27. Сформулируйте достаточные условия выпуклости, вогнутости кривых, необходимые условия существования точки перегиба. 27. Назовите виды точек перегиба и сформулируйте условия, при которых имеет место тот или иной вид точки перегиба.

#### Тема 4. Первообразная и неопределенный интеграл

контрольная работа, примерные вопросы:

Вычисление неопределенных интегралов. а) ; б) ; в) ; г) .

письменное домашнее задание, примерные вопросы:

[1], с. 331 - 346; [2], ♦♦ 7.2(2-6, 8, 9, 11, 13, 15, 16, 18, 20, 24), 7.7, 7.8(1-17), 7.9(1-11, 15-17). [1],

с. 346-361; [2], ♦♦ 7.12(2-14, 17, 21, 22, 26), 7.14(1-16, 18-20, 28, 30). [1], с. 361-377; [2], ♦♦

7.17(1-24), 7.18(1-6). Рекомендуемая литература 1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. 2.

Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с.

устный опрос, примерные вопросы:

1. Какая формула связывает функцию и ее первообразную? 2. Сколько первообразных имеет непрерывная функция? 3. Дайте определение неопределенного интеграла и сформулируйте его свойства. 4. В чем состоит свойство инвариантности формул интегрирования? 5. На каких свойствах неопределенного интеграла основан метод разложения? 6. Какие свойства дифференциала функции применяются при подведении функций под знак дифференциала? 7. Изложите основы метода замены переменной. 8. В каких случаях применяется метод интегрирования по частям? 9. Какая алгебраическая дробь называется правильной? Неправильной? Приведите примеры. 10. Какие дроби называются простейшими? Приведите примеры. 11. Когда и как производится разложение правильной дроби на простейшие? Приведите примеры. 12. Какие методы и формулы применяются при интегрировании тригонометрических функций? 13. Какой метод чаще всего применяется при интегрировании простейших иррациональных функций? 14. При интегрировании каких иррациональных функций применяются тригонометрические подстановки?

## Тема 5. Определенный интеграл Несобственные интегралы

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление определенных интегралов. [1], с. 384-418; [2], ♦♦ 8.5(2-15), 8.6(1-12, 19, 29, 31), 8.7, 8.8(2-3), 8.13(4, 10, 15, 17). Рекомендуемая литература 1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. 2.

Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

[1], с. 425-436; [2], ♦♦ 8.33(1-19), 8.34(1-15), 8.35. Рекомендуемая литература 1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. 2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Что называется интегральной суммой данной функции  $f(x)$  на данном отрезке  $[a;b]$ ? 2. Что называется определенным интегралом от данной функции на данном отрезке? 3. В чем состоит свойство сохранения знака определенного интеграла? 4. В чем состоит свойство аддитивности определенного интеграла? 5. Разъясните смысл формулы Ньютона-Лейбница. 6. В чем состоит метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле? 7. Дайте определение несобственного интеграла от непрерывной функции по бесконечному промежутку, приведите примеры. 8. Какие интегралы относятся к несобственным интегралам I рода? 9. Какие несобственные интегралы называются сходящимися; расходящимися?

## Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

письменная работа , примерные вопросы:

[2], ♦♦ 6.1, 6.3, 6.5, 6.6, 6.9, 6.18, 6.21 ,6.23-6.25, 6.35, 6.38, 6.46, 6.47, 6.49, 6.51, 6.69-6.74, 6.80-6.84. Рекомендуемая литература 1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. 2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

[1], с. 257-274; [2], ♦♦ 6.10(1-7, 10), 6.11, 6.13, 6.14(2-5), 6.17(1-3), 6.27, 6.29(1-7), 6.30 ? 6.33, 6.41(1-9), 6.42, 6.51(1 -5). [1], с. 274-277; [2], с. 126-135, ♦♦ 6.75, 6.76, 6.78, 6.85(1-6), 6.86, 6.88, 6.89, 6.106, 6.107. [1], с. 277 - 298; [2], ♦♦ 6.91(1 -8), 6.98(1 -6). Рекомендуемая литература 1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. 2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с.

устный опрос , примерные вопросы:



1. Дайте определение функции двух переменных. 2. Что представляет собой график функции двух переменных? 3. Какая функция называется функцией Кобба-Дугласа? 4. Как вычисляются пределы функции двух переменных? 5. Сформулируйте правила нахождения частных производных 1-го порядка функции двух переменных. 6. Напишите формулу полного дифференциала 1-го порядка функции двух переменных. 7. Дайте определение безусловных максимума и минимума функции двух переменных. 8. Какие точки называются критическими точками функции двух переменных? 9. Можно ли утверждать, что критические точки – это точки экстремума функции двух переменных? 10. Сформулируйте достаточное условие существования безусловного экстремума функции двух переменных. 11. В чем отличие условного экстремума функции двух переменных от безусловного? 12. Какое уравнение называется уравнением связи? 13. Запишите функцию Лагранжа и сформулируйте а) необходимое условие существования условного экстремума; б) достаточное условие существования условного экстремума.

### **Тема 7. Двойной и тройной интегралы**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

[1], с. 316-328; [2], ♦♦ 2304-2311, 2348-2354, 2365-2368. Рекомендуемая литература 1. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. Учебник. - М.: ИНФРА-М, 1998. 2. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Дайте определение двойного интеграла и его геометрический смысл. 2. Сформулируйте свойства двойного интеграла. 3. Как свести двойной интеграл к повторному? 4. Какие геометрические величины вычисляются с помощью двойных интегралов?

### **Тема 8. Ряды.**

письменная работа , примерные вопросы:

Задания: Исследовать сходимость ряда (а); найти область сходимости степенного ряда (б).

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

[1], с. 439-461; [2], ♦♦ 9.8, 9.9, 9.10(1-4, 10, 13, 16). [1], с. 461-479; [2], ♦♦ 9.10(1-39). [1], с. 483-499; [2], ♦♦ 9.14(1-3), 9.15(1-7), 9.17(1-14). Рекомендуемая литература 1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. 2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Дайте определение числового ряда. 2. Какой ряд называется сходящимся; расходящимся? Дайте определение частичной суммы, суммы ряда. 3. В чем отличие конечного суммирования от бесконечного? 4. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда. 5. Сформулируйте достаточные признаки сходимости числовых рядов. 6. Какой ряд называется функциональным? 7. Что называется областью сходимости функционального ряда. Приведите примеры. 8. Какой ряд называется степенным? 9. Что называется интервалом сходимости степенного ряда? Приведите примеры. 10. Можно ли утверждать, что область сходимости степенного ряда совпадает с интервалом сходимости? 11. Сформулируйте теорему Абеля. Что называется радиусом сходимости степенного ряда? 12. Как проводится дифференцирование и интегрирование степенных рядов?

### **Тема 9. Дифференциальные уравнения**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти общее и частное решения дифференциального уравнения:  $3y2y' + y^3 = x + 1$ , при  $x = 1, y = ?$ . 2. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$ .  $2yy'' = (y')^2$ . 3. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $y'' + 16y = 5 \sin 4x$ .

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

[1], с. 393-402; [2], ♦♦ 10.14(1-6, 8-11), 10.15(1-7), 10.24(2-10), 10.25(2-6), 10.26(1-5), 10.27(1-5), 10.29, 10.36(1-3), 10.37(1, 3-4, 11-14, 21-24).[1], с.402-410; [2], ♦♦ 10.40(1-13), 10.41, 10.44(1-7), 10.45(1-19, 23-24). Рекомендуемая литература 1. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. Учебник. - М.: ИНФРА-М, 1998. 2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. - 576 с.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Какие уравнения называются дифференциальными? 2. Дайте определение и геометрическую интерпретацию общего и частного решений дифференциального уравнения. 3. Какое решение дифференциального уравнения называется особым? 4. Сформулируйте задачу Коши, теорему Коши о существовании и единственности частного решения дифференциального уравнения 1-го порядка. 5. Дайте определение дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. 6. Дайте определение однородного и неоднородного линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. 7. Какое уравнение называется характеристическим? 8. Запишите формулы общих решений линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами для различных случаев решений характеристического уравнения. 9. В каких случаях частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами может быть определено по виду правой части уравнения? 10. Какой метод используется для отыскания частного решения по виду правой части уравнения?

**Тема . Итоговая форма контроля**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Вопросы к зачету

1 семестр

1. Об использовании некоторых логических символов.
2. Общие сведения из теории множеств.
3. Понятие функции. Способы задания функций. Построение графиков функций.
4. Понятие об обратной и неявной функциях. Четность, периодичность. График функции в полярных координатах.
5. Понятие о функциях заданных параметрически. Гиперболические функции.
6. Действительные числа. Свойства действительных чисел. - окрестность точки.
7. Предел числовой последовательности.
8. Элементарные свойства пределов. Принцип вложенных отрезков.
9. Некоторые важные пределы. Монотонность последовательности.
10. Предел функции в точке. Свойства пределов функции.
11. Односторонние пределы. Предел на бесконечности. Замечательные пределы и их следствия.
12. Бесконечно малые функции и их сравнения.
13. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
14. Понятие производной.
15. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции.
16. Приложения производной к задачам геометрии и механики.
17. Техника дифференцирования. Дифференцирование обратной и сложной и функций.



18. Таблица производных основных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
19. Правило логарифмического дифференцирования. Дифференцирование показательно-степенной функции.
20. Производные и дифференциалы высших порядков.
21. Основные теоремы дифференциального исчисления.
22. Правило Лопиталья.
23. Интервалы монотонности функций. Экстремумы. Достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
24. Выпуклость, вогнутость графика функции. Точки перегиба.
25. Асимптоты. План исследования функции.
26. Понятие и свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Интегралы, часто встречающиеся на практике.
27. Методы интегрирования.
28. Интегрирование простейших рациональных дробей.
29. Интегрирование рациональных дробей.
30. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
31. Интегрирование тригонометрических выражений.
32. Понятие определенного интеграла.
33. Основные свойства определенного интеграла.
34. Правила вычисления определенных интегралов. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Ньютона-Лейбница.
35. Верхние и нижние суммы Дарбу.
36. Вычисление площади плоской фигуры.
37. Вычисление объема тела вращения.
38. Длина дуги плоской кривой

## Вопросы

### 2 семестр

1. Об использовании некоторых логических символов.
2. Понятие о функциях заданных параметрически. Гиперболические функции.
3. Предел числовой последовательности.
4. Элементарные свойства пределов. Принцип вложенных отрезков.
5. Некоторые важные пределы. Монотонность последовательности.
6. Предел функции в точке. Свойства пределов функции.
7. Замечательные пределы и их следствия.
8. Бесконечно малые функции и их сравнения.
9. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
10. Понятие производной. Таблица производных основных функций.
11. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции.
12. Приложения производной к задачам геометрии и механики.
13. Техника дифференцирования. Дифференцирование обратной и сложной и функций.

14. Таблица производных основных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
15. Правило логарифмического дифференцирования. Дифференцирование показательно-степенной функции.
16. Производные и дифференциалы высших порядков.
17. Правило Лопиталья.
18. Понятие и свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Интегралы, часто встречающиеся на практике.
19. Методы интегрирования.
20. Интегрирование простейших рациональных дробей.
21. Интегрирование рациональных дробей.
22. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
23. Интегрирование тригонометрических выражений.
24. Понятие определенного интеграла.
25. Основные свойства определенного интеграла.
26. Правила вычисления определенных интегралов. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Ньютона-Лейбница.
27. Понятие функции многих переменных.
28. Частные производные. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
29. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
30. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование неявной функции.
31. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
32. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия.
33. Условный экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции.
34. Понятие двойного интеграла.
35. Свойства двойного интеграла.
36. Вычисление двойного интеграла в случае произвольной области.
37. Понятие и вычисление тройного интеграла.
38. Замена переменных в тройном интеграле.
39. Понятие ряда. Линейные свойства сходящихся рядов.
40. Признаки сходимости и расходимости рядов с положительными членами.
41. Знакопеременные ряды. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости рядов.
42. Функциональные ряды.
43. Степенные ряды. Ряды с комплексными членами.
44. Разложение функций в степенные ряды.

### 7.1. Основная литература:

1. Математика: Учеб. пособие / Ю.М. Данилов, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова и др.; Под ред. Л.Н. Журбенко, Г.А. Никоновой; КГТУ. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 496 с.// <http://znanium.com/bookread.php?book=110071>

2. Математика в примерах и задачах: Учеб. пособие / Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, О.М. Дегтярева. - М.: ИНФРА-М, 2010. - 372 с. // <http://znanium.com/bookread.php?book=209484>

3. Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с. // <http://znanium.com/bookread.php?book=342089>

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Насыров, Семен Рафаилович. Введение в математический анализ. Пределы и непрерывность: учебное пособие / С. Р. Насыров; Казан. гос. ун-т. Казань: [Казанский государственный университет], 2008. 88 с.: ил.; 21. Библиогр.: с. 86 (7 назв.), 100.

2. РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ. 13. МАТЕМАТИКА; 13А. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ. АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ 13А; 13Б. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ; 13В. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА; 13Г. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА: Сводный том / РАН, Министерство Науки и Технологий РФ, ВИНТИ.

◆ 3. 2003.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Allmath.ru - математический портал - <http://www.allmath.ru/>

Exponenta.ru - образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

Масловская, Лариса Викторовна. Численные методы. Математический анализ и дифференциальные уравнения: [учебник] для студентов и аспирантов университетов и вузов, изучающих вычислительную математику и ее приложения, а также для специалистов по численному анализу / Л. В. Масловская, О. М. Масловская. Симферополь: Таврия, 2008. 329 с.: ил.; 21. - URL: [http://z3950.ksu.ru/bcover/0000730146\\_con.pdf](http://z3950.ksu.ru/bcover/0000730146_con.pdf)

Материалы по математическому анализу для студентов - <http://www.chem.msu.su/rus/teaching/chirskii/welcome.html>

Фомин, В.И. Математический анализ I : учебное пособие / В.И. Фомин. Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. - <http://www.tstu.ru/education/elib/pdf/2008/fomin-a.pdf>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Необходимо использовать на занятиях проектор, ноутбук и доску.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 38.03.01 "Экономика" и профилю подготовки Мировая экономика .

Автор(ы):

Хасанова А.Ю. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Марданов Р.Ш. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.