

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Центр заочного и дистанционного обучения



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Линейная алгебра Б1.Б.11.2

Направление подготовки: 38.03.01 - Экономика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: на базе СПО

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Махмутова Д.И.

**Рецензент(ы):**

Воронцова В.Л.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Широкова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института управления, экономики и финансов (центр заочного и дистанционного обучения):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 954916816

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) старший преподаватель, б/с Махмутова Д.И. Кафедра общей математики отделение математики , DilMahmutova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Преподавание курса 'Линейная алгебра' имеет цель - дать современное представление о линейной алгебре и методах оптимизации и управления, применяемых при изучении процессов, протекающих в экономике, финансах и бизнесе.

К задачам дисциплины относятся:

- обучение студентов основам линейной алгебры и математического программирования, используемым при решении теоретических и практических задач в области экономики, финансов и бизнеса;
- развитие навыков в применении математического аппарата - важного инструмента экономического анализа, организации и управления;
- развитие у студентов логического и аналитического мышления.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.11 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 38.03.01 Экономика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3, 4 семестры.

Изучению дисциплины 'Линейная алгебра' предшествует изучение школьных курсов математики и информатики, дисциплин 'Математический анализ' и 'Теория вероятностей и математическая статистика' в вузе.

Дисциплина 'Линейная алгебра' необходима для овладения теоретическими и практическими знаниями, лежащими в основе общенаучных дисциплин экономического профиля, а также курсов, изучающих конкретные задачи микро- и макроэкономики, финансов и бизнеса. Знания, полученные при изучении дисциплины 'Линейная алгебра', могут быть использованы при изучении курсов 'Экономико-математическое моделирование', 'Моделирование экономических процессов', 'Стратегическое планирование' и др.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-7 (общекультурные компетенции)	- способность к самоорганизации и самообразованию
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	- способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	- способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
ПК-1 (профессиональные компетенции)	- способность собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	- способность использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии
ПК-4 (профессиональные компетенции)	- способность на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты
ПК-8 (профессиональные компетенции)	- способность использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основы линейной алгебры, необходимые для постановки, математического моделирования и решения экономических и управленческих задач.

2. должен уметь:

- формулировать постановку задачи и выбирать алгоритм ее решения;  
 - составлять экономико-математические модели,  
 - применять методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;  
 - анализировать результаты решения задач,  
 - грамотно оформлять ход решения задач.

3. должен владеть:

- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач;  
 - методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов и принятия управленческих решений.

- к применению методов линейной алгебры при решении задач профессиональной деятельности.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины отсутствует в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Определители и его свойства. Матрицы и действия над ними.	3		1	2	0	письменная работа дискуссия
2.	Тема 2. Модель Леонтьева.	3		1	1	0	письменная работа дискуссия
3.	Тема 3. n-мерные векторные пространства. Линейная зависимость и ранг системы векторов.	3		1	1	0	тестирование устный опрос
4.	Тема 4. Собственные числа и собственные вектора. Квадратичные формы, приведение к каноническому виду.	3		0	1	0	письменное домашнее задание устный опрос
5.	Тема 5. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.	3		1	1	0	тестирование письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Опорные решения систем линейных уравнений.	4		1	1	0	письменное домашнее задание дискуссия
7.	Тема 7. Элементы векторной алгебры. Виды произведений в R <sup>3</sup> : скалярное, векторное, смешанное.	4		1	0	0	письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Элементы аналитической геометрии на плоскости. Кривые второго порядка.	4		1	0	0	письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Элементы аналитической геометрии в пространстве. Поверхности в пространстве.	4		1	1	0	письменное домашнее задание контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
Итого				8	8	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Определители и его свойства. Матрицы и действия над ними.

#### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определители 2-го, 3-го, n-го порядков. Свойства определителей. Методы вычисления определителей n порядка: разложение определителя, метод понижения порядка. Система n линейных уравнений с n неизвестными, ее решение методом Крамера. Действия над матрицами и их свойства. Обратная матрица, теорема о ее существовании. Алгоритм нахождения обратной матрицы.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление определителей 2-го, 3-го, 4-го порядков. Формулы Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Умножение матрицы на число, транспонирование, сложение, умножение матриц. Вычисление обратной матрицы.

### Тема 2. Модель Леонтьева.

#### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Матрицы коэффициентов прямых и полных затрат, их экономический смысл. Уравнение зависимости между валовой и конечной продукцией.

#### **практическое занятие (1 часа(ов)):**

Межотраслевой баланс системы "затраты - выпуск продукции". Нахождение матрицы коэффициентов прямых и полных затрат. Экономический анализ матрицы коэффициентов полных затрат. Вычисление валового выпуска по уравнению зависимости между валовой и конечной продукцией.

### Тема 3. n-мерные векторные пространства. Линейная зависимость и ранг системы векторов.

#### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

n-мерные векторы и действия над ними, n-мерное линейное векторное пространство  $R(n)$ . Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Понятие базиса n-мерного векторного пространства. Разложение вектора по векторам базиса. Ранг системы векторов и ранг матрицы.

#### **практическое занятие (1 часа(ов)):**

Вычисление линейной комбинации векторов. Определение линейной зависимости и линейной независимости системы векторов. Нахождение базиса n-мерного векторного пространства. Нахождение разложения заданного вектора по векторам базиса. Метод окаймляющих миноров для вычисления ранга матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Определение ранга системы векторов.

### Тема 4. Собственные числа и собственные вектора. Квадратичные формы, приведение к каноническому виду.

#### **практическое занятие (1 часа(ов)):**

Вычисление собственных значений матрицы. Алгоритм нахождения собственных векторов линейных операторов и применение их свойств. Нахождение матрицы квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Определение положительной и отрицательной определенности квадратичных форм с помощью критерия Сильвестра.

### Тема 5. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.

#### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Произвольные системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Понятие общего, частного и базисного решений системы уравнений. Метод Жордана-Гаусса. Переход от одного базисного решения к другому.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Определение совместности произвольной системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными по теореме Кронекера-Капелли. Нахождение общего, частного и базисного решений системы уравнений методом Жордана-Гаусса. Переход от одного базисного решения к другому.

**Тема 6. Опорные решения систем линейных уравнений.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Понятия опорного и допустимого решений систем линейных уравнений. Симплексные преобразования. Теорема о симплексных преобразованиях. Переход от одного опорного решения к другому.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Нахождение опорного и допустимого решений систем линейных уравнений с помощью симплексных преобразований.

**Тема 7. Элементы векторной алгебры. Виды произведений в  $R^3$ : скалярное, векторное, смешанное.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Скалярное произведение, его свойства и применение. Векторное произведение. Геометрический смысл векторного произведения. Смешанное произведение. Условие компланарности векторов. Евклидово пространство.

**Тема 8. Элементы аналитической геометрии на плоскости. Кривые второго порядка.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Прямая линия на плоскости, различные виды уравнения прямой, угол между двумя прямыми. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения и свойства кривых второго порядка.

**Тема 9. Элементы аналитической геометрии в пространстве. Поверхности в пространстве.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Прямая и плоскость в трехмерном пространстве и способы их задания. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Полупространства. Уравнение поверхности. Классификация поверхностей второго порядка. Сфера, эллипсоид, цилиндрические поверхности.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Виды уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей. Формула расстояния от точки до плоскости. Каноническое и параметрическое уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Угол между прямой и плоскостью.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Определители и его свойства. Матрицы и действия над ними.	3		подготовка к дискуссии	3	дискуссия
				подготовка к письменной работе	3	письменная работа



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Модель Леонтьева.	3		подготовка к дискуссии	2	дискуссия
				подготовка к письменной работе	2	письменная работа
3.	Тема 3. n-мерные векторные пространства. Линейная зависимость и ранг системы векторов.	3		подготовка к тестированию	3	тестирование
				подготовка к устному опросу	3	устный опрос
4.	Тема 4. Собственные числа и собственные вектора. Квадратичные формы, приведение к каноническому виду.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
5.	Тема 5. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.	3		подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	3	тестирование
6.	Тема 6. Опорные решения систем линейных уравнений.	4		подготовка домашнего задания	8	письменное домашнее задание
				подготовка к дискуссии	8	дискуссия
7.	Тема 7. Элементы векторной алгебры. Виды произведений в $R^3$ : скалярное, векторное, смешанное.	4		подготовка домашнего задания	12	письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Элементы аналитической геометрии на плоскости. Кривые второго порядка.	4		подготовка домашнего задания	12	письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Элементы аналитической геометрии в пространстве. Поверхности в пространстве.	4		подготовка домашнего задания	10	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	7	контрольная работа
Итого					83	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения



Освоение дисциплины 'Линейная алгебра' предполагает использование как традиционных технологий (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и инновационных образовательных технологий с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (дискуссии по решению и анализу 'проблемных ситуаций').

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Определители и его свойства. Матрицы и действия над ними.**

дискуссия , примерные вопросы:

1. Какие свойства определителей применяются при вычислении определителя  $n$ -го порядка методом разложения, методом понижения порядка? 2. Постановка задач и переход к матричному виду. 3. Многообразие способов решения задач. 4. Сравнение непосредственного метода решения систем линейных уравнений, по формулам Крамера и способа решения с помощью матриц. 5. Преимущества и недостатки решения систем матричным методом. 6. Специфика решения экономических задач с применением матриц.

письменная работа , примерные вопросы:

1. Вычислить определитель четвертого порядка. 2. Выполнить действия над матрицами. 3. Найти обратную матрицу для данной матрицы и выполнить проверку.

### **Тема 2. Модель Леонтьева.**

дискуссия , примерные вопросы:

Постановка "ситуативной задачи": рассмотреть многоотраслевое хозяйство, производящее несколько видов продукции. Объемы промежуточного и конечного продукта считаются известными. Составить модель Леонтьева и уравнение межотраслевого баланса. Построить технологическую матрицу, определить матрицу полных затрат и найти валовый выпуск по известному конечному продукту на новый ассортимент. Обсудить полученные результаты.

письменная работа , примерные вопросы:

Дан межотраслевой баланс трех отраслей промышленности. Определить: 1) технологическую матрицу; 2) матрицу коэффициентов полных затрат и дать экономический анализ; 3) матрицу коэффициентов косвенных затрат; 4) валовый выпуск на новый ассортимент конечной продукции.

### **Тема 3. $n$ -мерные векторные пространства. Линейная зависимость и ранг системы векторов.**

тестирование , примерные вопросы:

1. 3. Базисом  $n$ -мерного пространства называется: а) любая система  $n$  линейно зависимых векторов этого пространства; б) любая система  $n$  линейно независимых векторов этого пространства; в) любая система линейно зависимых векторов этого пространства; г) любая система линейно независимых векторов этого пространства. 2. Система векторов называется линейно независимой, если: а) существует равная нулю линейная комбинация этих векторов, в которой хотя бы один из коэффициентов отличен от нуля; б) равенство нулю линейной комбинации этих векторов возможно только при равенстве нулю всех коэффициентов этой комбинации; в) существует отличная от нуля линейная комбинация этих векторов, в которой хотя бы один из коэффициентов отличен от нуля; г) равенство нулю линейной комбинации этих векторов возможно только при условии, что хотя бы один из коэффициентов отличен от нуля. 3. Число векторов, входящих в любую максимальную линейно независимую подсистему векторов, называется: а) порядком системы; б) размером системы; в) рангом системы; г) числом системы. 4. Максимальное число линейно независимых столбцов матрицы: а) равно размерности этой матрицы; б) числу строк этой матрицы; в) числу столбцов этой матрицы; г) рангу этой матрицы. 5. Ранг единичной матрицы  $n$ -го порядка равен: а) 1; б) 0; в)  $n$ ; г)  $1 < r < n$ . 6. Если  $r$  - ранг матрицы  $A$ , то отличный от нуля минор  $r$ -го порядка называется: а) основным минором матрицы  $A$ ; б) минимальным минором матрицы  $A$ ; в) базисным минором матрицы  $A$ ; г) ненулевым минором матрицы  $A$ . 7. Прибавление к одной строке матрицы другой строки, умноженной на некоторое число  $k$ , не равное 0: а) увеличивает на 1 ранг матрицы; б) уменьшает на 1 ранг матрицы; в) не меняет ранга матрицы; г) изменяет ранг матрицы на  $k$ .

устный опрос , примерные вопросы:

1. Что называется  $n$ -мерным векторным пространством? 2. Какие векторы называются линейно зависимыми и линейно независимыми? 3. Какими свойствами обладают линейно зависимые системы векторов? 4. Какие преобразования матрицы не изменяют ее ранга? 5. Какие существуют методы вычисления ранга матрицы? 6. Как формулируется теорема о базисном миноре? 7. Как вычисляется ранг системы векторов?

#### **Тема 4. Собственные числа и собственные вектора. Квадратичные формы, приведение к каноническому виду.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного матрицей. Найти матрицу квадратичной формы, привести ее к каноническому виду, установить характер знакоопределенности.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Какие числа называются собственными значениями матрицы? 2. У каких матриц существуют собственные значения? 3. Какое уравнение называется характеристическим уравнением матрицы? 4. Какой вектор называется собственным вектором квадратной матрицы, линейного оператора? 5. Как найти собственный вектор матрицы, соответствующий ее собственному значению? 6. Какими свойствами обладают собственные вектора линейных операторов? 7. Каково определение квадратичной формы? 8. Какая квадратичная форма называется симметричной? 9. Какие квадратичные формы называются знакоопределенными: а) положительно определенными, б) отрицательно определенными? 10. Какие квадратичные формы знакоопределенны? 11. Какие миноры матрицы квадратичной формы называются главными? 12. Как формулируется критерий Сильвестра?

#### **Тема 5. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Найти два базисных решения системы линейных уравнений, по одному из них записать общее и найти частное решение.

тестирование , примерные вопросы:

1. Общим решением системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными называется: а) решение, в котором свободные неизвестные произвольны; б) решение, в котором базисные неизвестные линейно выражаются через свободные неизвестные; в) сумма частных решений этой системы; г) сумма частных и базисных решений этой системы. 2. Число базисных решений произвольной системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными определяется: а) формулой числа сочетаний; б) числом уравнений; в) числом неизвестных; г) размерностью матрицы системы. 3. Если в таблице Жордана-Гаусса имеются две пропорциональные строки, то: а) одну можно вычесть из другой; б) их нужно сложить; в) система не имеет решений; г) одну из них нужно вычеркнуть. 4. Если  $r$  - число базисных неизвестных, а  $n$  - общее число неизвестных в произвольной системе  $m$  линейных уравнений, то система имеет бесконечное множество решений при: а)  $r=n$ ; б)  $m=n$ ; в)  $r$  меньше  $n$ ; г)  $r$  и  $m$  больше  $n$ .

### **Тема 6. Опорные решения систем линейных уравнений.**

дискуссия, примерные вопросы:

1. Обсудить практическую важность выделения класса опорных и допустимых решений. 2. Проанализировать особенности симплексных преобразований. 3. Обсудить, при каком условии можно с уверенностью утверждать, что система уравнений не имеет опорных решений. 4. Объяснить переход от найденного опорного решения системы уравнений к новому.

письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Найти все опорные решения системы уравнений.

### **Тема 7. Элементы векторной алгебры. Виды произведений в $R^3$ : скалярное, векторное, смешанное.**

письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Выполнить действия над заданными векторами (сложение, умножение на число, поиск длины). Найти скалярное, векторное или смешанное произведение векторов. Решить задачи на использование свойств векторов (нахождение площади треугольника, параллелограмма, вычисление объема пирамиды, параллелепипеда, определение коллинеарности, компланарности векторов).

### **Тема 8. Элементы аналитической геометрии на плоскости. Кривые второго порядка.**

письменное домашнее задание, примерные вопросы:

1. Записать уравнение прямой проходящей через две заданные точки в общем виде, с угловым коэффициентом, в отрезках на осях. 2. Найти расстояние от точки до прямой; угол между прямыми; выбрать из пучка прямых прямую, проходящую параллельно/перпендикулярно данной. 3. Построить кривую второго порядка.

### **Тема 9. Элементы аналитической геометрии в пространстве. Поверхности в пространстве.**

контрольная работа, примерные вопросы:

1 задание: найти определитель; выполнить действия над матрицами; найти ранг матрицы. 2 задание: найти скалярное (векторное, смешанное) произведение векторов; найти уравнение прямой, построить кривую второго порядка. 3 задание: проверить совместность, найти общее, базисное/опорное и частное/допустимое решение системы линейных уравнений.

письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Найти уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору, проходящей через заданную точку параллельно двум векторам, через три заданные точки. Найти угол между плоскостями. Найти расстояние между параллельными плоскостями. Найти расстояние от точки до плоскости. Записать уравнение прямой в каноническом, параметрическом виде. Найти точку пересечения прямой и плоскости. Найти угол между прямыми. Найти угол между прямой и плоскостью. Построить поверхность второго порядка.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

1. Определение определителя  $n$ -го порядка. Свойства определителей.
2. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков.
3. Методы вычисления определителей  $n$ -го порядка: разложение определителя, метод понижения порядка.

4. Метод Крамера.
5. Понятие матрицы. Виды матриц.
6. Действия над матрицами и их свойства.
7. Обратная матрица, теорема о ее существовании.
8. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
9. Матричная форма записи систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными и ее решение с помощью обратной матрицы.
10. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Постановка задачи межотраслевого баланса.
11. Матрицы коэффициентов прямых и полных затрат, их экономический смысл.
12. Уравнение зависимости между валовой и конечной продукцией.
13.  $n$ -мерные векторы и действия над ними.
14. Аксиомы векторного пространства.
15. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
16. Свойства линейно зависимой и линейно независимой системы векторов.
17. Понятие базиса  $n$ -мерного векторного пространства  $R(n)$ .
18. Разложение вектора по векторам базиса.
19. Ранг матрицы: определения и свойства.
20. Методы вычисления ранга матрицы.
21. Ранг системы векторов. Теоремы о свойствах линейно зависимой и линейно независимой систем векторов.
22. Теорема Кронекера-Капелли.
23. Определения совместной, определенной и неопределенной системы линейных уравнений.
24. Понятие общего, частного и базисного решений системы уравнений.
25. Метод Жордана-Гаусса.
26. Переход от одного базисного решения к другому.
27. Понятия опорного и допустимого решений систем линейных уравнений.
28. Симплексные преобразования. Теорема о симплексных преобразованиях.
29. Собственные значения матрицы. Собственные векторы линейных операторов и их свойства.
30. Понятие квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
32. Скалярное произведение, его свойства и применение.
33. Векторное произведение. Геометрический смысл векторного произведения.
34. Смешанное произведение и его свойства.
35. Виды уравнения прямой.
36. Взаимное расположение прямых.
37. Кривые второго порядка. Окружность.
38. Эллипс.
39. Гипербола.
40. Парабола.
41. Плоскость в пространстве: виды уравнений.
42. Взаимное расположение двух плоскостей.
43. Прямая в пространстве: способы задания.
44. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
45. Взаимное расположение прямой и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

Примерные экзаменационные билеты:

**БИЛЕТ ♦1**

1. Уравнение зависимости между валовой и конечной продукцией.
2. Найти ассортимент валовой продукции, необходимый для обеспечения заданной величины конечной продукции.
3. Вычислить определитель 4-го порядка.
4. Найти общее базисное и частное решения системы линейных уравнений.

**БИЛЕТ ♦2**

1. Собственные значения матрицы. Собственные векторы линейных операторов и их свойства.
2. Найти собственные значения матрицы.
3. Выполнить действия над матрицами.
4. Определить являются ли векторы  $a$ ,  $b$ ,  $c$  компланарными.

**БИЛЕТ ♦3**

1. Свойства линейно зависимой и линейно независимой системы векторов.
2. Определить является ли система векторов линейно независимой.
3. Определить длину вектора.
4. Найти опорное решение системы линейных уравнений.

**БИЛЕТ ♦4**

1. Смешанное произведение и его свойства.
2. Найти объем пирамиды, заданной координатами вершин.
3. Найти обратную матрицу.
4. Привести квадратичную форму к каноническому виду.

**БИЛЕТ ♦5**

1. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
2. Найти угол между двумя прямыми.
3. Найти ранг системы векторов.
4. Найти матрицу коэффициентов полных затрат.

**7.1. Основная литература:**

Сборник задач по математике для экономистов, Марданов, Р. Ш., 2009г.

Линейная алгебра, Ильин, Владимир Александрович; Позняк, Эдуард Генрихович, 2010г.

Вычислительная линейная алгебра, Вержбицкий, Валентин Михайлович, 2009г.

Математика. Ч. 3, Долотказина, А. М.; Марданов, Р. Ш., 2007г.

Линейная алгебра: Учебное пособие. Рудык Борис Михайлович. Москва ООО 'Научно-издательский центр ИНФРА-М' 2013. - 318 с.

<http://znanium.com/bookread2.php?book=460611>

Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: ИНФРА-М, 2010. - 528 с.

<http://znanium.com/bookread2.php?book=203776>

Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортакровский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.

<http://znanium.com/bookread2.php?book=476097>

**7.2. Дополнительная литература:**

Сборник задач по высшей математике, Минорский, Василий Павлович, 2008г.



Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Геворкян, Павел Самвелович, 2007г.

Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Антонов, Валерий Иванович;Лагунова, Марина Витальевна;Лобкова, Наталья Ивановна, 2013г.

Аналитическая геометрия и линейная алгебра, Гусак, Алексей Адамович, 2011г.

Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономического бакалавриата: Учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. М.: ИНФРА-М, 2013 . - 472 с.

<http://znanium.com/bookread2.php?book=400839>

Справочник по математике для экономистов: Учебное пособие / Под ред. В.И. Ермакова. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2009. - 464 с.

<http://znanium.com/bookread2.php?book=187502>

Солодовников, А. С. Математика в экономике : Ч. 1 : Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование [Текст] : учебник / А. С. Солодовников, В. А. Бабайцев, А. В. Браилов, И. Г. Шандра. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Финансы и статистика, 2013. - 384 с.: ил. - ISBN 978-5-279-03488-8.

<http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=17474&ln=ru>

Туганбаев, А. А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - М.: ФЛИНТА, 2012. - 75 с. - ISBN 978-5-9765-1407-2.

<http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=20069&ln=ru>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Линейная алгебра. Алгоритмы. Методы - <http://algolist.manual.ru/maths/linalg/>

Математический портал - <http://www.allmath.ru/>

Образовательный математический сайт Exponenta.ru - <http://www.exponenta.ru/>

Общероссийский математический портал Math-Net.Ru - <http://www.mathnet.ru>

Учебно-образовательная физико-математическая библиотека - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебники, учебно-методические пособия на бумажных носителях в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского.

Электронные курсы в системе Дистанционного образования КФУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 38.03.01 "Экономика" и профилю подготовки не предусмотрено.



Автор(ы):

Махмутова Д.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Воронцова В.Л. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.