

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Центр бакалавриата Менеджмент



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Линейная алгебра Б1.Б.4

Направление подготовки: 38.03.02 - Менеджмент

Профиль подготовки: Менеджмент организации

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Шульгина О.Н.

**Рецензент(ы):**

Фазылов В.Р.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Миссаров М. Д.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института управления, экономики и финансов (центр бакалавриата: менеджмент):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 949921417

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Шульгина О.Н. кафедра анализа данных и исследования операций отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Oksana.Shulgina@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Ознакомление с фундаментальными разделами линейной алгебры, необходимыми для проведения работ и проведения исследований в сервисной деятельности, а также освоение современных математических методов решения профессиональных задач.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.4 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 38.03.02 Менеджмент и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Курс линейной алгебры опирается на курс математики общеобразовательной школы и не требует более глубоких математических знаний. Из курса математики общеобразовательной школы в нем используется арифметика, понятия уравнения, системы уравнений и вектора. В результате освоения данного курса учащимися должны быть приобретены знания и умения, необходимые для вычисления определителей, решения систем линейных алгебраических уравнений различными методами и производить различные операции над матрицами. Кроме того, учащиеся должны получить первоначальные сведения о конечномерных векторных пространствах. Эти знания и умения необходимы им для дальнейшего освоения работы с двумерными массивами информации и методов оптимизации (линейным рограммированием и т.п.)

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	владение навыками количественного и качественного анализа информации при принятия управленческих решений ,построения экономических ,финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления

В результате освоения дисциплины студент:

#### 1. должен знать:

Определение детерминантов (определителей) различных порядков и их свойства; различные методы решения систем линейных алгебраических уравнений; правила выполнения различных действий над матрицами; понятие ранга матрицы и теорему Кронекера -- Капелли; определение обратной матрицы и правила ее вычисления; понятие собственных чисел и собственных векторов; первоначальные сведения о конечномерных векторных пространствах.

#### 2. должен уметь:

вычислять определители, решать системы линейных алгебраических уравнений различными методами, выполнять различные операции над матрицами, включая вычисление обратной матрицы, и находить их ранги, вычислять собственные значения и собственные вектора матриц.

3. должен владеть:

понятиями определителя, системы линейных алгебраических уравнений, матрицы, произведения матриц, единичной матрицы, обратной матрицы, вектора высших размерностей, собственного числа, собственного вектора.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

-- квалифицированно обсуждать определение детерминантов (определителей) различных порядков и их свойства; различные методы решения систем линейных алгебраических уравнений; правила выполнения различных действий над матрицами; понятие ранга матрицы и теорему Кронекера -- Капелли; определение обратной матрицы и правила ее вычисления; понятие собственных чисел и собственных векторов; первоначальные сведения о конечномерных векторных пространствах;

-- уверенно вычислять определители, решать системы линейных алгебраических уравнений различными методами, выполнять различные операции над матрицами, включая вычисление обратной матрицы, и находить их ранги, вычислять собственные значения и собственные вектора матриц.

**4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

**4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

**Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Определители и их свойства. Формулы Крамера.	1	1-2	8	8	0	Письменная работа
2.	Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем.	1	3-6	8	6	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.	1	7-10	8	6	0	Контрольная работа
4.	Тема 4. Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Собственные числа и собственные вектора.	1	11-14	6	6	0	Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Экзамен
	Итого			30	26	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Определители и их свойства. Формулы Крамера.

###### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Определение определителя n-го порядка. Вычисление определителей второго и третьего порядков. Их применение для решения систем линейных алгебраических уравнений второго и третьего порядков (формулы Крамера). Определители высших порядков, их вычисление, свойства и приложения.

###### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Понятие определителя. Применение формул для определителей второго и третьего порядков к решению примеров. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью формул Крамера. Вычисление определителей высших порядков. Письменная работа.

##### Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем.

###### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Решение систем линейных алгебраических уравнений произвольного порядка методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы и его вычисление. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем. Понятие фундаментальной системы решений.

###### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Примеры на решение систем линейных алгебраических уравнений произвольного порядка методом Остроградского -Гаусса. Способы вычисления ранга матрицы. Исследование совместности систем. Решение однородных систем. Отыскание ФСР. Контрольная работа.

##### Тема 3. Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.

###### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Выполнение операций над матрицами (сложение, вычитание и умножение на число) на примерах. Примеры на умножение матриц. Отыскание миноров и алгебраических дополнений. Построение обратной матрицы. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом. Контрольная работа.

**Тема 4. Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Собственные числа и собственные вектора.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Определения линейной зависимости, независимости, линейной комбинации, базиса, координат. Изоморфизм. Подпространства. Собственные числа и собственные вектора.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Действия над векторами в конечномерном линейном векторном пространстве. Исследование линейной зависимости, независимости системы векторов. Отыскание базиса и координат вектора в найденном базисе. Простейшие линейные операторы. Отыскание собственных чисел и собственных векторов на примерах.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Определители и их свойства. Формулы Крамера.	1	1-2	подготовка к письменной работе	13	письменная работа
2.	Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем.	1	3-6	подготовка домашнего задания	13	домашнее задание
3.	Тема 3. Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.	1	7-10	подготовка к контрольной работе	13	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Собственные числа и собственные вектора.	1	11-14	подготовка домашнего задания	13	домашнее задание
	Итого				52	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В данном курсе, входящем в число традиционных курсов, образующих ядро классического высшего образования, используются традиционные образовательные технологии, что не исключает возможности использования вспомогательных технических средств (проектор) и компьютерных технологий (тестирование).

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Определители и их свойства. Формулы Крамера.

письменная работа , примерные вопросы:

Вычисление определителей различных порядков. Их применение для решения систем линейных алгебраических уравнений.

### Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение систем линейных алгебраических уравнений произвольного порядка методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы и его вычисление. Теорема Кронекера - Капелли. Решение однородных систем.

### Тема 3. Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.

контрольная работа , примерные вопросы:

Задачи с матрицей  $m \times n$ .  
 1. Найти в матрице первую строку, все элементы которой положительны  
 2. Найти в матрице первую строку, все элементы которой отрицательны  
 3. Найти в целочисленной матрице первую строку, все элементы кратны 5  
 4. Найти в матрице последнюю строку, все элементы которой упорядочены по возрастанию  
 5. Найти в матрице последнюю строку, все элементы которой упорядочены по убыванию  
 6. Проверить, есть ли в матрице хотя бы одна строка, содержащая положительный элемент, и найти ее номер  
 7. Проверить, есть ли в матрице хотя бы одна строка, содержащая отрицательный элемент, и найти ее номер  
 8. Проверить, есть ли в матрице хотя бы одна строка, содержащая элемент, равный нулю, и найти ее номер  
 9. Проверить, есть ли в целочисленной матрице хотя бы одна строка, содержащая элемент, кратный 3, и найти ее номер  
 10. Найти в матрице первую строку, все элементы которой равны нулю

### Тема 4. Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Собственные числа и собственные вектора.

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Даны четыре вектора  $a = (4; 5; 2)$ ,  $b = (3; 0; 1)$ ,  $c = (-1; 4; 2)$ ,  $d = (5; 7; 8)$  в некотором базисе. Показать, что векторы  $a$ ,  $b$ ,  $c$  образуют базис, и найти координаты вектора  $d$  в этом базисе. 2. Найти линейную комбинацию  $2a_1 - 3a_2 + a_3$  следующих векторов:  $a_1 = (1; 0; 3; -2)$ ,  $a_2 = (-1; 1; 4; 3)$ ,  $a_3 = (-5; 3; 5; 3)$ .

### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену

1. Матрицы, операции над матрицами.

1) Понятие матрицы, элементов, порядков.

2) Виды матриц: квадратная, симметричная, треугольная, диагональная, единичная, нулевая. Главная и побочная диагонали квадратной матрицы.

3) Операции над матрицами (сложение, умножение, умножение на число, транспонирование) и их свойства.

2. Определители и их свойства.

1) Определители 2-го, 3-го порядка.

2) Перестановки и подстановки. Инверсия, четность.

3) Определитель  $n$ -го порядка.

4) Свойства определителей. Определитель треугольной матрицы.

5) Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа (част. сл.).

6) Определение обратной матрицы и способ вычисления.

3. Линейные пространства

1) Определение действительного линейного (векторного) пространства.

2) Примеры линейных пространств.

3) Линейная комбинация векторов. Определения линейной зависимости и линейной независимости векторов.

4) Базис пространства, размерность. Координаты вектора. Т. о единственности разложения вектора по базису. Базис и ранг системы векторов.

5) Изоморфизм линейных пространств. Т. о изоморфности линейных пространств, следствие.

6) Ранг матрицы. Т. о ранге. Т. о необходимом и достаточном условии равенства нулю определителя.

7) Связь между базисами линейного пространства. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.

8) Подпространства.

4. Системы линейных уравнений.

1) Однородная, неоднородная, определенная, неопределенная, совместная, несовместная системы. Понятие матрицы системы. Матричная запись системы. Теорема Кронекера-Капелли.

2) Метод Крамера, условия его применимости.

3) Общая схема решения произвольной системы линейных уравнений. Понятия общего решения и частных решений. Условия существования единственного решения, множества решений.

4) Метод Гаусса. Условия его применимости.

5) Однородная система линейных уравнений. Совместность системы. Условия существования единственного решения, множества решений. Фундаментальная система решений, условия ее существования. Количество решений в ФСР.

5. Евклидовы пространства.

1) Определение евклидова пространства. Определение ортогональности векторов, ортогональной системы векторов. Теорема о линейной независимости ортогональной системы ненулевых векторов.



2) Определения нормированного вектора и нормированного пространства. Теорема о норме вектора в евклидовом пространстве. Нормирование ненулевого вектора. Определение скалярного произведения двух векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

6. Линейные операторы.

1) Определение оператора, линейного оператора, линейного преобразования.

2) Определение матрицы линейного преобразования. Вырожденность линейного преобразования. Отыскание координат образа вектора.

7. Квадратичные формы.

1) Определения квадратичной формы, линейной формы. Матрица квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Вырожденность квадратичной формы.

2) Каноническая и нормальная квадратичные формы, вид их матриц.

3) Определения положительно определенной, отрицательно определенной квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

8. Элементы аналитической геометрии.

1) Операции над векторами: сложение, умножение на число, скалярное произведение, векторное произведение. Необходимые и достаточные условия ортогональности и коллинеарности векторов. Операции над векторами в координатах. Длина вектора.

2) Общее уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Общее уравнение плоскости.

Пример экзаменационного билета.

1. Понятие конечномерного линейного векторного пространства.

2. Единичная матрица и ее свойства.

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Остроградского - Гаусса (указывается конкретная система).

### 7.1. Основная литература:

Балдин К.В. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс] : Учебник / К. В. Балдин; Под общ. ред. д. э. н., проф. К. В. Балдина. - 2-е изд. - М.: Издательско- торговая корпорация "Дашков и К-", 2013. - 512 с.// <http://www.znanium.com/bookread.php?book=415059>

Ячменёв Л.Т. Высшая математика: Учебник / Л.Т. Ячменёв. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 752 с.// <http://www.znanium.com/bookread.php?book=344777>

Рудык Б.М. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с.// <http://www.znanium.com/bookread.php?book=363158>

### 7.2. Дополнительная литература:

Шершнев В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебно-методическое пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ Инфра-М, 2012. - 168 с.// <http://www.znanium.com/bookread.php?book=318084>

Балдин К.В. Математическое программирование [Электронный ресурс] : Учебник / К. В. Балдин, Н. А. Брызгалов, А. В. Рукосуев; Под общ. ред. д.э.н., проф. К. В. Балдина. - 2-е изд. - М.: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К-", 2013. - 220 с.// <http://www.znanium.com/bookread.php?book=415097>

Уткин В.Б. Математика и информатика: Учебное пособие / В.Б. Уткин, К.В. Балдин, А.В. Рукосуев. - 4-е изд. - М.: Дашков и К, 2011. - 472 с.// <http://www.znanium.com/bookread.php?book=305683>

Журнал "Алгебра и анализ" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=8394](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=8394)

Журнал "Дискретная математика" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=7778](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7778)

Журнал "Дискретный анализ и исследование операций" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=25528](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=25528)

Журнал "Дифференциальные уравнения" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=9677](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=9677)

Журнал "Математические заметки" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=7874](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7874)

Журнал "Математические труды" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=7875](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7875)

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Видео-курс лекций по линейной алгебре - <http://www.intuit.ru/department/mathematics/linalres/1/>

Линейная алгебра - [http://tw.t.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA\\_01010300.html](http://tw.t.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA_01010300.html)

Линейная алгебра для чайников -

<http://obitel-minsk.by/exsite/lineynaya-algebra-dlya-chaynikov.html>

Линейная алгебра онлайн - <http://www.fxyz.ru>

Линейная алгебра (пособие для студентов технических университетов) -

<http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>

Математика для экономистов - <http://www.alleng.ru/d/math/math160.htm>

Метод Гаусса для чайников - [http://mathprofi.ru/metod\\_gaussa\\_dlya\\_chaynikov.html](http://mathprofi.ru/metod_gaussa_dlya_chaynikov.html)

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

При необходимости занятия могут проводиться в мультимедийной аудитории 610 (корпус 2 К(П)ФУ), а также в компьютерных классах ИУТР.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 38.03.02 "Менеджмент" и профилю подготовки Менеджмент организации .

Автор(ы):

Шульгина О.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Фазылов В.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.