

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Факторизация матриц-функций

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Киясов С.Н. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Sergey.Kijasov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10	способностью к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в образовательных организациях основного общего, среднего общего, среднего профессионального и высшего образования
ПК-11	способностью и предрасположенностью к просветительной и воспитательной деятельности, готовность пропагандировать и популяризировать научные достижения
ПК-3	способностью публично представить собственные новые научные результаты
ПК-4	способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач
ПК-9	способностью различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основы теории функций комплексного переменного и интегральных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

Должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории функций комплексного переменного и интегральных уравнений;

Должен владеть:

математическим аппаратом теории функций комплексного переменного и интегральных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этих областях.

Должен демонстрировать способность и готовность:

самостоятельного вывода и доказательства (по аналогии) приведенных в курсе математических утверждений и теорем.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.8 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 36 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 90 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 18 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Задача линейного сопряжения для $n$ -мерного вектора.	3	0	2	0	4
2.	Тема 2. Общая характеристическая система сингулярных интегральных уравнений.	3	0	2	0	4
3.	Тема 3. Сингулярные интегральные уравнения с $n$ ядрами.	3	0	2	0	4
4.	Тема 4. Задача линейного сопряжения для двумерного вектора. Матричные представления матриц-функций второго порядка.	3	0	2	0	6
5.	Тема 5. Построение канонической системы решений двумерной задачи по известному частному решению.	3	0	4	0	10
6.	Тема 6. Классы задач линейного сопряжения для двумерного вектора, разрешимых в замкнутой форме.	3	0	4	0	12
7.	Тема 7. Общие двумерные характеристические системы сингулярных интегральных уравнений, разрешимые в замкнутой форме.	3	0	4	0	12
8.	Тема 8. Задача линейного сопряжения для трехмерного вектора. Матричные представления матриц-функций третьего порядка.	3	0	4	0	6
9.	Тема 9. Построение канонической системы решений трехмерной задачи по двум решениям задачи.	3	0	4	0	12
10.	Тема 10. Классы задач линейного сопряжения для трехмерного вектора, разрешимых в замкнутой форме.	3	0	4	0	12
11.	Тема 11. Общие трехмерные характеристические системы сингулярных интегральных уравнений, разрешимые в замкнутой форме.	3	0	4	0	8
	Итого		0	36	0	90

##### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

###### Тема 1. Задача линейного сопряжения для $n$ -мерного вектора.

Постановка задачи. Основные определения и понятия.

###### Тема 2. Общая характеристическая система сингулярных интегральных уравнений.

Связь с характеристической системой сингулярных интегральных уравнений. Новый метод исследования.

### **Тема 3. Сингулярные интегральные уравнения с $n$ ядрами.**

Основные понятия. Классы уравнений, разрешимых в замкнутой форме.

### **Тема 4. Задача линейного сопряжения для двумерного вектора. Матричные представления матриц-функций второго порядка.**

Нормальные представления для треугольных матриц-функций второго порядка. Случаи явного построения факторизации матриц-функций второго порядка.

### **Тема 5. Построение канонической системы решений двумерной задачи по известному частному решению.**

Явные представления для функций канонической системы решений через частное решение задачи.

### **Тема 6. Классы задач линейного сопряжения для двумерного вектора, разрешимых в замкнутой форме.**

Выделение классов задач линейного сопряжения для двумерного вектора, для которых удается найти частное решение.

### **Тема 7. Общие двумерные характеристические системы сингулярных интегральных уравнений, разрешимые в замкнутой форме.**

Выделение классов общих двумерных характеристических систем сингулярных интегральных уравнений, для которых удается найти частное решение.

### **Тема 8. Задача линейного сопряжения для трехмерного вектора. Матричные представления матриц-функций третьего порядка.**

Нормальные представления для треугольных матриц-функций третьего порядка. Случаи явного построения факторизации матриц-функций третьего порядка.

### **Тема 9. Построение канонической системы решений трехмерной задачи по двум решениям задачи.**

Явные представления для функций канонической системы решений через два частных решения задачи.

### **Тема 10. Классы задач линейного сопряжения для трехмерного вектора, разрешимых в замкнутой форме.**

Выделение классов задач линейного сопряжения для трехмерного вектора, для которых удается найти частные решения.

### **Тема 11. Общие трехмерные характеристические системы сингулярных интегральных уравнений, разрешимые в замкнутой форме.**

Выделение классов общих трехмерных характеристических систем сингулярных интегральных уравнений, для которых удается найти частные решения.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;

- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Евграфов М.А.. Аналитические функции - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=134](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=134)

Карасев И.П. Теория функций комплексного переменного - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2190](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2190)

Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322)

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Изучение докторской диссертации С.Н. Киясова 'Классификация задач линейного сопряжения для двумерного и трехмерного вектора, разрешимых в замкнутой форме' (Казань 2016).

В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

В ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой. Подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на семинар. Готовясь к докладу или реферативному сообщению, обращаться за методической помощью к преподавателю. Составить план-конспект своего выступления. Продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с реальной жизнью. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и дипломных работ.

### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

#### Основная литература:

Киясов, С.Н. Некоторые классы задач линейного сопряжения для трехмерного вектора, разрешимых в замкнутой форме. Сиб. мат. журн., 56:2 (2015), 389-408

Camara M.C., Rodman L., Spitkovsky I.M. 'One sided invertibility of matrices over commutative rings. corona problems. and Toeplitz operators with matrix symbols Linear Algebra Appl. 2014. V. 459. P. 58-82

Киясов, С.Н. Метод решения задачи линейного сопряжения для двумерного вектора при известном частном решении. Изв. вузов. Матем., 2016 ♦1 с. 3-13

#### Дополнительная литература:

Camara M.C., Rodman L., Spitkovsky I.M. 'One sided invertibility of matrices over commutative rings. corona problems. and Toeplitz operators with matrix symbols Linear Algebra Appl. 2014. V. 459. P. 58-82

K. F. Clancey and I. Gohberg, Factorization of matrix functions and singular integral operators, Operator Theory: Advances and Applications, vol. 3, Birkh♦Nauser, Basel and Boston, 1981.

Теория функций комплексной переменной : учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов .? Издание 6-е, стереотипное .? Москва : Физматлит, 2010 .? 336 с. : ил. ; 21 .? (Курс высшей математики и математической физики / Под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; Вып. 5) .? Библиогр.: с. 331 (12 назв.) .? Предм. указ.: с. 332-335 .? ISBN 978-5-9221-0133-2 ((в пер.)) , 700 .? ISBN 978-5-9221-0134-9.

Теория функций комплексного переменного [Текст: электронный ресурс] : сборник задач / Р. А. Даишев, А. Ю. Кузнецова ; Казан. федер. ун-т, Ин-т физики, Каф. теории относительности и гравитации .? Электронные данные (1 файл: 0,9 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2015) .? Загл. с экрана .? Для 3-го семестра .? Вых. дан. ориг. печ. изд.: Казань, 2015 .? Режим доступа: открытый .? .

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.8 Факторизация матриц-функций

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.