

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Одномерные интегральные операторы

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бикчантаев И.А. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), lldar.Bikchantaev@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10	способностью к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в образовательных организациях основного общего, среднего общего, среднего профессионального и высшего образования
ПК-11	способностью и предрасположенностью к просветительной и воспитательной деятельности, готовность пропагандировать и популяризировать научные достижения
ПК-2	способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом
ПК-3	способностью публично представить собственные новые научные результаты
ПК-4	способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач
ПК-6	способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках
ПК-9	способностью различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

- 1) понимать роль и место дисциплины в структуре общего курса математического анализа, понимать основные идеи, лежащие в основе теории одномерных интегральных операторов;
- 2) обладать теоретическими знаниями и иметь четкое представление о методах построения теории одномерных интегральных операторов;
- 3) приобрести навыки для постановки и решения новых задач, приводящих к решению одномерных интегральных операторов

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.7 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 36 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Нётеровы и полунётеровы операторы в банаховом пространстве.	3	0	6	0	12
2.	Тема 2. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.	3	0	6	0	12
3.	Тема 3. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p(\Gamma)$ .	3	0	6	0	12
4.	Тема 4. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p$ с весом.	3	0	6	0	12
5.	Тема 5. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.	3	0	6	0	12
6.	Тема 6. Сингулярный интегральный оператор в пространствах дифференцируемых функций.	3	0	6	0	12
	Итого		0	36	0	72

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)****Тема 1. Нётеровы и полунётеровы операторы в банаховом пространстве.**

Нормально разрешимый оператор  $A$  называется  $\{it$  нетеровым оператором $\}$  или  $\{it \Phi$ -оператором $\}$ , если он имеет конечный индекс и  $\{it$  полунетеровым оператором $\}$ , если хотя бы одно из чисел  $a(A)$  или  $b(A)$  конечно. Среди полунетеровых операторов различают  $\Phi_+$ -операторы ( $a(A) < \infty$ ) и  $\Phi_-$ -операторы ( $b(A) < \infty$ ).

**Тема 2. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.**

Очевидно, каждому идеалу (максимальному идеалу) кольца операторов соответствует идеал (максимальный идеал) в кольце символов и наоборот. В частности, множество операторов из  $\mathfrak{R}$ , у которых символ равен нулю, есть идеал кольца  $\mathfrak{R}$ . Этот идеал мы называем  $\{it$  нулевым идеалом $\}$  кольца  $\mathfrak{R}$ . Если соответствие между операторами и их символами взаимно однозначно, то нулевой идеал, очевидно, тривиален, то есть он содержит только нулевой элемент кольца  $\mathfrak{R}$ .

**Тема 3. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве  $L_p(\Gamma)$ .**

что

Определение сингулярных интегралов может быть несколько обобщено.

А именно, будем считать точки  $t_1, t_2$  на  $G$  в окрестности регулярной точки  $t \in G$  выбранными так, что дуга  $t_1 t_2 \subset G$  с концевыми точками  $t_1$  и  $t_2$  содержит внутри себя точку  $t$  и, кроме того, выполняется соотношение

**Тема 4. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве  $L_p$  с весом.**

В этом параграфе мы расширим сингулярный интегральный оператор  $S_G$  до линейного ограниченного оператора во всем пространстве  $L_p(G)$  для любого  $p$  с  $1 < p < \infty$ . Для этого мы воспользуемся непрерывным продолжением оператора, а также следующей известной интерполяционной теоремой М.Рисса

**Тема 5. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.**

Пусть  $G$  есть кусочно ляпуновская система кривых и пусть  $a, b_1, \dots, b_m$  --- действительные числа, удовлетворяющие условиям

$$1 < p < \infty, \quad -1/p < b_k < 1-1/p \quad (k=1, \dots, m). \quad (2)$$

Тогда сингулярный интегральный оператор  $S_G$  ограничен в пространстве

$$L_p(G, \rho). \quad \text{В случае замкнутой системы кривых } G \setminus S^2_G = I.$$
**Тема 6. Сингулярный интегральный оператор в пространствах дифференцируемых функций.**

Будем говорить, что кривая Ляпунова  $G$  принадлежит классу  $C^m$  ( $m$  --- натуральное число), если угол  $\alpha_G(t)$  между касательной к  $G$  и положительным направлением оси  $x$  имеет непрерывные производные до порядка  $m-1$ . Если, кроме того, производная  $\alpha_G^{(m-1)}$  удовлетворяет условию Гельдера с показателем  $\lambda$  ( $0 < \lambda \leq 1$ ), то будем писать:  $G \in C^{m, \lambda}$ .

Если  $G \in C^m$  для любого числа  $m$ , то назовем  $G$  кривой класса  $C^\infty$ .

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

**6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Блинова И.В., Попов И.Ю., Трифанова Е.С. Типовые расчеты по функциональному анализу. Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики. 2011. - [https://e.lanbook.com/book/43411?category\\_pk=911#authors](https://e.lanbook.com/book/43411?category_pk=911#authors)

Элементы функционального анализа Власова Е.А., Марчевский И.К. Издательство: Издательство "Лань" ISBN: 978-5-8114-1958-6 Год: 2015 - [https://e.lanbook.com/book/67481?category\\_pk=911#authors](https://e.lanbook.com/book/67481?category_pk=911#authors)

Элементы функционального анализа и методы математической физики: учеб. пособие: в 2 частях. Издательство: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана Год: 2011 - [https://e.lanbook.com/book/58439?category\\_pk=911#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/58439?category_pk=911#book_name)

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Следует возобновить в памяти основные положения функционального анализа. Основное внимание обратить на раздел о линейных операторах в банаховых пространствах.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.7 Одномерные интегральные операторы

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

**Основная литература:**

1. А. Ф. Филиппов . Сборник задач по дифференциальным уравнениям : более 1400 задач с ответами : учебное пособие] /? Издание 5-е .? Москва : URSS : Либроком, [2013] .? 235
2. И.А.Бикчантаев, Л.Г.Салехов. Элементы группового анализа С.Ли в дифференциальных уравнениях. Групповой анализ в обыкновенных дифференциальных уравнениях. Казань. Казанский университет. 2011. 80 с. (имеется на кафедре 50 экз.)
3. И.А. Бикчантаев, Л.Г. Салехов. Дифференциальные уравнения в обобщенных функциях. Учебное пособие. Казань. Казанский университет. 2017. - 62 с. Выставлена на сайте библиотеки КФУ. (<http://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/116959>)

**Дополнительная литература:**

1. Мищенко А.С. Курс дифференциальной геометрии и топологии. Лань, 2010.
2. Сикорский Ю.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. С приложением их к некоторым техническим задачам. КомКнига. 2010.
3. Васильева А.Б. и др. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. Лань. 2010.



Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.7 Одномерные интегральные операторы

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.