

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Действительный анализ

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Гумеров Р.Н. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Renat.Gumerov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия и результаты, методы решения задач теории меры и интеграла Лебега и их приложения.

Должен уметь:

Работать с множествами, отображениями и мерами, вычислять интеграл Лебега.

Должен владеть:

методами теории множеств, теории меры и интеграла

Должен демонстрировать способность и готовность:

1. Знать: основные понятия и результаты, методы решения задач теории меры и интеграла Лебега и их приложения.

2. Уметь работать с множествами, отображениями и мерами, вычислять интеграл Лебега.

3. Владеть: методами теории множеств, теории меры и интеграла.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ОД.12 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.03.01 "Математика и компьютерные науки (Математическое и компьютерное моделирование)" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 3 курсе в 5 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 5 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Сведения из теории множеств Полукольцо, кольцо, алгебра множеств.	5	2	2	0	8
2.	Тема 2. Мера на полукольце. Продолжение. Мера Лебега. Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Приложения.	5	6	6	0	24
3.	Тема 3. Измеримые функции	5	4	4	0	16
4.	Тема 4. Интеграл Лебега. Приложения.	5	6	6	0	24
	Итого		18	18	0	72

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)****Тема 1. Сведения из теории множеств Полукольцо, кольцо, алгебра множеств.**

Системы множеств. Полукольцо. Кольцо. Минимальное кольцо. Алгебра.

Сигма-кольцо. Сигма алгебра. Отображения множеств и их свойства. Свойства образов и прообразов. Прообраз кольца относительно отображения.

**Тема 2. Мера на полукольце. Продолжение. Мера Лебега. Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Приложения.**

Мера на полукольце. Продолжение меры с полукольца на кольцо. Внешняя мера. Измеримые множества.

Мера Лебега. Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Разложение меры Лебега\_Стилтьеса на дискретную и непрерывную компоненты.

**Тема 3. Измеримые функции**

Определение измеримой функции.

Различные виды сходимости измеримых функций. Элементарные свойства измеримых функций. Измеримые функции на пространстве с мерой. Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду. Теорема Егорова. Сходимость по мере. Связь сходимости по мере и почти всюду.

**Тема 4. Интеграл Лебега. Приложения.**

Определение интеграла Лебега для простых функций и общее определение. Корректность.

Свойства интеграла Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Замена переменной.

Абсолютная непрерывность. Неравенство Чебышева. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Теорема Лузина. Заряды. Теорема Хана. Теорема Радона-Никодима. Произведение мер. Теорема Фубини.

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

мехмат МГУ - <http://www.mexmat.net/materials/6/>

физфак МГУ - [http://matematika.phys.msu.ru/stud\\_spec/127](http://matematika.phys.msu.ru/stud_spec/127)

функциональный анализ. Викиконспекты -

<http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B0>

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

архив учебных материалов ВШЭ - [http://math.hse.ru/courses\\_math/bac3-11-fa](http://math.hse.ru/courses_math/bac3-11-fa)

кафедра математики физ. фак-та МГУ - [http://matematika.phys.msu.ru/stud\\_spec/127](http://matematika.phys.msu.ru/stud_spec/127)

учебные материалы мех-мата МГУ - <http://www.mexmat.net/materials/6/>

Функциональный анализ 3 курс Викиконспекты -

<http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B0>

электронная библиотека К(П)ФУ - <http://www.ksu.ru/f5/index.php?id=7>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>Для изучения материала по теории меры и интегралу Лебега рекомендуется повторить элементы теории множеств, теории рядов.</p> <p>В ходе лекций рекомендуется вести подробное конспектирование учебного материала. Желательно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения ключевых положений излагаемого материала. Оставить в лекционных тетрадях поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал лекций, а также подчеркивающие важность тех или иных теоретических положений и практических приложений. Перед каждой лекцией и после нее необходимо прорабатывать материал соответственно предыдущей и прошедшей лекции.</p>
практические занятия	<p>Повторить соответствующие разделы математического анализа, теории множеств и отображений. В ходе занятий вести конспектирование решений задач. Желательно участвовать в обсуждении всех решаемых задач. Обращать внимание на научные выводы и практические рекомендации, связанные с рассматриваемыми задачами.</p>
самостоятельная работа	<p>Перед каждым занятием и каждой лекцией необходимо решать задачи предыдущего занятия и прорабатывать материал предыдущей лекции.</p> <p>При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.</p> <p>Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.</p> <p>При подготовке к занятиям использовать литературу предложенную преподавателем и обращаться за методической помощью к нему.</p>
зачет	<p>К зачету повторить все определения и формулировки основных теорем из курса. Просмотреть и понять доказательства теорем.</p> <p>Прорешать все задачи и примеры, разобранные на занятиях и в домашних заданиях.</p> <p>Рекомендуется прорешать дополнительные задачи аналогичного типа из рекомендованных задачников и учебников.</p>

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Специализированная лаборатория.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки "Математическое и компьютерное моделирование".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ОД.12 Действительный анализ

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

**Основная литература:**

1. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 572 с. - ISBN 978-5-9221-0266-7. - Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2206>
2. Шерстнев А. Н. Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев. - Изд. 5-е. - Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб). - (Казань: Казанский государственный университет, 2009) . - Загл. с экрана. - Режим доступа: открытый. - URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)
3. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу: учебник / А.Я. Хелемский. - 2-е изд. - Москва: МЦНМО, 2014. - 560 с. - ISBN 978-5-4439-2043-6. - Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56415>

**Дополнительная литература:**

1. Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. - 2-е изд., испр.и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 240 с. - ISBN 5-9221-0271-0.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2342>
2. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа: учебное пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 272 с. - ISBN 978-5-8114-0976-1. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/245>



Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ОД.12 Действительный анализ

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.