

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Центр бакалавриата Экономика



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Линейная алгебра Б1.Б.9

Направление подготовки: 38.03.01 - Экономика

Профиль подготовки: Финансы и кредит

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Махмутова Д.И.

**Рецензент(ы):**

Марданов Р.Ш.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Широкова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института управления, экономики и финансов (центр бакалавриата: экономика):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 950022516

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) старший преподаватель, б/с Махмутова Д.И. Кафедра общей математики отделение математики , DilMahmutova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Преподавание курса 'Линейная алгебра' имеет цель - дать современное представление о линейной алгебре, применяемых при изучении процессов, протекающих в экономике, финансах и бизнесе.

К задачам дисциплины относятся:

- обучение студентов основам линейной алгебры, используемым при решении теоретических и практических задач в области экономики, финансов и бизнеса;
- развитие навыков в применении математического аппарата - важного инструмента экономического анализа, организации и управления;
- развитие у студентов логического и аналитического мышления.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.9 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 38.03.01 Экономика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Изучению дисциплины 'Линейная алгебра' предшествует изучение школьных курсов математики и информатики.

Дисциплина 'Линейная алгебра' необходима для овладения теоретическими и практическими знаниями, лежащими в основе общенаучных дисциплин экономического профиля, а также курсов, изучающих конкретные задачи микро- и макроэкономики, финансов и бизнеса. Знания, полученные при изучении дисциплины 'Линейная алгебра', могут быть использованы при изучении курсов 'Экономико-математические модели', 'Теория игр' и др.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	- способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	- способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	- способность находить организационно-управленческие решения в профессиональной деятельности и готовностью нести за них ответственность
ПК-10 (профессиональные компетенции)	- способность использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии
ПК-3 (профессиональные компетенции)	- способность выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-8 (профессиональные компетенции)	- способность использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основы линейной алгебры, необходимые для постановки, математического моделирования и решения экономических и управленческих задач.

2. должен уметь:

- формулировать постановку задачи и выбирать алгоритм ее решения;
- составлять экономико-математические модели,
- применять методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;
- анализировать результаты решения задач,
- грамотно оформлять ход решения задач.

3. должен владеть:

- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач;
- методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов и принятия управленческих решений.

- к применению методов линейной алгебры при решении задач профессиональной деятельности.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема 1. Определители						

и его свойства. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

письменное

домашнее задание  
письменная работа  
устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Матрицы и действия над ними. Матричный способ решения систем линейных уравнений.	3		2	2	0	дискуссия письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Модель Леонтьева. Модель равновесных цен.	3		2	2	0	письменная работа письменное домашнее задание дискуссия
4.	Тема 4. n-мерные векторные пространства. Линейная зависимость системы векторов.	3		2	2	0	письменное домашнее задание устный опрос
5.	Тема 5. Ранг матрицы.	3		2	2	0	письменное домашнее задание устный опрос
6.	Тема 6. Собственные числа и собственные вектора. Квадратичные формы, приведение к каноническому виду.	3		2	4	0	контрольная работа письменное домашнее задание устный опрос
7.	Тема 7. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.	3		2	2	0	письменное домашнее задание тестирование
8.	Тема 8. Опорные решения систем линейных уравнений.	3		2	2	0	письменное домашнее задание дискуссия
9.	Тема 9. Элементы векторной алгебры. Виды произведений в $R^3$ : скалярное, векторное, смешанное.	3		2	2	0	устный опрос письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Комплексные числа.	3		2	2	0	устный опрос письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Элементы аналитической геометрии на плоскости. Кривые второго порядка.	3		2	2	0	устный опрос письменная работа
12.	Тема 12. Элементы аналитической геометрии в пространстве. Поверхности в пространстве.	3		4	4	0	контрольная работа письменное домашнее задание устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Итого			26	28	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Определители и его свойства. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определители 2-го, 3-го, n-го порядков. Свойства определителей. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков. Методы вычисления определителей n порядка: разложение определителя, метод понижения порядка. Система n линейных уравнений с n неизвестными, ее решение методом Крамера.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление определителей 2-го, 3-го, 4-го порядков. Использование свойств при вычислении определителей. Формулы Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными.

### Тема 2. Матрицы и действия над ними. Матричный способ решения систем линейных уравнений.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами и их свойства. Обратная матрица, теорема о ее существовании. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Матричная форма записи систем n линейных уравнений с n неизвестными и ее решение с помощью обратной матрицы.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**



Умножение матрицы на число, транспонирование, сложение, умножение матриц. Вычисление обратной матрицы. Решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными с помощью обратной матрицы. Решение матричных уравнений.

### **Тема 3. Модель Леонтьева. Модель равновесных цен.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Матрицы коэффициентов прямых и полных затрат, их экономический смысл. Уравнение зависимости между валовой и конечной продукцией. Модель равновесных цен.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Межотраслевой баланс системы "затраты - выпуск продукции". Нахождение матрицы коэффициентов прямых и полных затрат. Экономический анализ матрицы коэффициентов полных затрат. Вычисление валового выпуска по уравнению зависимости между валовой и конечной продукцией. Модель равновесных цен.

### **Тема 4. $n$ -мерные векторные пространства. Линейная зависимость системы векторов.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

$n$ -мерные векторы и действия над ними,  $n$ -мерное линейное векторное пространство  $R(n)$ . Линейные операторы. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости и линейной независимости векторов. Понятие базиса  $n$ -мерного векторного пространства. Разложение вектора по векторам базиса.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Сложение и умножение на число для  $n$ -мерных векторов. Нахождение скалярного произведения и длины вектора. Вычисление линейной комбинации векторов. Определение линейной зависимости и линейной независимости системы векторов. Нахождение базиса  $n$ -мерного векторного пространства. Нахождение разложения заданного вектора по векторам базиса.

### **Тема 5. Ранг матрицы.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Ранг системы векторов и ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы. Ортогональные системы векторов.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Понятие базисного минора. Метод окаймляющих миноров для вычисления ранга матрицы. Элементарные преобразования. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Определение ранга системы векторов.

### **Тема 6. Собственные числа и собственные вектора. Квадратичные формы, приведение к каноническому виду.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Собственные значения матрицы. Собственные векторы линейных операторов и их свойства. Теорема Фробениуса-Беррона для неразложимых матриц. Понятие квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Вычисление собственных значений матрицы. Алгоритм нахождения собственных векторов линейных операторов и применение их свойств. Теорема Фробениуса-Беррона для неразложимых матриц. Определение положительной и отрицательной определенности квадратичных форм с помощью критерия Сильвестра.

### **Тема 7. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Произвольные системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Понятие общего, частного и базисного решений системы уравнений. Метод Жордана-Гаусса. Переход от одного базисного решения к другому.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Определение совместности произвольной системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными по теореме Кронекера-Капелли. Нахождение общего, частного и базисного решений системы уравнений методом Жордана-Гаусса. Переход от одного базисного решения к другому.

### **Тема 8. Опорные решения систем линейных уравнений.**

#### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Понятия опорного и допустимого решений систем линейных уравнений. Симплексные преобразования. Теорема о симплексных преобразованиях. Переход от одного опорного решения к другому.

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Нахождение опорного и допустимого решений систем линейных уравнений с помощью симплексных преобразований. Переход от одного опорного решения к другому путем проведения еще одной итерации.

### **Тема 9. Элементы векторной алгебры. Виды произведений в $R^3$ : скалярное, векторное, смешанное.**

#### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Скалярное произведение, его свойства и применение. Векторное произведение. Геометрический смысл векторного произведения. Смешанное произведение. Условие компланарности векторов. Евклидово пространство.

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Вычисление скалярного произведения, применение скалярного произведения к определению ортогональности векторов, решению геометрических задач. Формулы вычисления векторного произведения. Применение свойств векторного произведения при решении задач. Формулы вычисления смешанного произведения, применение его свойств к решению задач.

### **Тема 10. Комплексные числа.**

#### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Основные понятия и операции с комплексными числами. Определение комплексного числа, сопряженного числа, мнимой единицы. Комплексная плоскость. Тригонометрическая форма. Произведение, сумма, частное комплексных чисел. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение корня.

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Геометрическое изображение комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Действия над комплексными числами. Показательная и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Сопряженные комплексные числа.

### **Тема 11. Элементы аналитической геометрии на плоскости. Кривые второго порядка.**

#### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Прямая линия на плоскости, различные виды уравнения прямой, угол между двумя прямыми. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения и свойства кривых второго порядка.

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Нахождение уравнения прямой в общем виде, с угловым коэффициентом, в отрезках на осях. Вычисление угла между прямыми. Определение вида кривой второго порядка, их построение.

### **Тема 12. Элементы аналитической геометрии в пространстве. Поверхности в пространстве.**

#### ***лекционное занятие (4 часа(ов)):***

Прямая и плоскость в трехмерном пространстве и способы их задания. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Полупространства. Уравнение поверхности. Классификация поверхностей второго порядка. Сфера, эллипсоид, цилиндрические поверхности.

#### ***практическое занятие (4 часа(ов)):***

Виды уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей. Формула расстояния от точки до плоскости. Каноническое и параметрическое уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Угол между прямой и плоскости. Уравнения поверхностей второго порядка.

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Определители и его свойства. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к письменной работе	1	письменная работа
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
2.	Тема 2. Матрицы и действия над ними. Матричный способ решения систем линейных уравнений.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к дискуссии	2	дискуссия
3.	Тема 3. Модель Леонтьева. Модель равновесных цен.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к дискуссии	2	дискуссия
				подготовка к письменной работе	2	письменная работа
4.	Тема 4. n-мерные векторные пространства. Линейная зависимость системы векторов.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
5.	Тема 5. Ранг матрицы.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
6.	Тема 6. Собственные числа и собственные вектора. Квадратичные формы, приведение к каноническому виду.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	2	тестирование
8.	Тема 8. Опорные решения систем линейных уравнений.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к дискуссии	2	дискуссия
9.	Тема 9. Элементы векторной алгебры. Виды произведений в $R^3$ : скалярное, векторное, смешанное.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
10.	Тема 10. Комплексные числа.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
11.	Тема 11. Элементы аналитической геометрии на плоскости. Кривые второго порядка.	3		подготовка к письменной работе	2	письменная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
12.	Тема 12. Элементы аналитической геометрии в пространстве. Поверхности в пространстве.	3		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
Итого					54	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины 'Линейная алгебра' предполагает использование как традиционных технологий (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и инновационных образовательных технологий с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (дискуссии по решению и анализу 'проблемных ситуаций').

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Определители и его свойства. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

письменная работа , примерные вопросы:

Вычислить определитель четвертого порядка.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задания по теме из Сборника задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. 576 с.: ♦♦ 21.6 -21.9, 21.14, 21.15, 21.17.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Определитель - это число или таблица чисел? 2. Сколько элементов содержит определитель  $n$ -го порядка? 3. Что называется минором, алгебраическим дополнением элемента определителя? 4. Какими свойствами обладает определитель? 5. Как вычисляются определители 2-го и 3-го порядков? 6. Какие свойства определителей применяются при вычислении определителя  $n$ -го порядка методом разложения, методом понижения порядка? 7. Какие системы уравнений решаются методом Крамера? 8. Что гласит теорема Крамера и какие формулы для решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными здесь используются?

## **Тема 2. Матрицы и действия над ними. Матричный способ решения систем линейных уравнений.**

дискуссия , примерные вопросы:

1. Постановка задач и переход к матричному виду. 2. Многообразие способов решения задач. 3. Сравнение непосредственного метода решения систем линейных уравнений и способа решения с помощью матриц. 4. Преимущества и недостатки решения систем матричным методом. 5. Специфика решения экономических задач с применением матриц.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задания по теме из Сборника задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. 576 с.: ♦♦ 22.8 - 22.11, 22.16 - 22.19.

## **Тема 3. Модель Леонтьева. Модель равновесных цен.**

дискуссия , примерные вопросы:

Постановка "ситуативной задачи": рассмотреть многоотраслевое хозяйство, производящее несколько видов продукции. Объемы промежуточного и конечного продукта считаются известными. Составить модель Леонтьева и уравнение межотраслевого баланса. Построить технологическую матрицу, определить матрицу полных затрат и найти валовый выпуск по известному конечному продукту на новый ассортимент. Обсудить полученные результаты.

письменная работа , примерные вопросы:

Решение данной ситуационной задачи путем построения модели Леонтьева с применением данных межотраслевого баланса для трехотраслевой модели хозяйства.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задания по теме из Сборника задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. 576 с.: ♦♦ 22.25, 22.26.

## **Тема 4. $n$ -мерные векторные пространства. Линейная зависимость системы векторов.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задания по теме из Сборника задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. 576 с.: ♦♦ 23.2, 23.5, 23.6, 23.11.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Что называется  $n$ -мерным векторным пространством? 2. Какие векторы называются линейно зависимыми и линейно независимыми? 3. Какими свойствами обладают линейно зависимые системы векторов? 4. Когда линейно зависимы и линейно независимы системы из  $m$  векторов  $n$ -мерного векторного пространства в случаях: а)  $m > n$ , б)  $m = n$ , в)  $m < n$ ? 5. Могут ли у одной и той же системы векторов существовать базисы, содержащие различное число векторов? 6. Что называется базисом  $n$ -мерного векторного пространства? Сколько различных базисов существует в  $n$ -мерном векторном пространстве? 7. Что утверждает теорема о разложении вектора по базису? Докажите однозначность этого разложения.

### **Тема 5. Ранг матрицы.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задания по теме из Сборника задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. 576 с.: ♦♦ 22.30 - 22.32, 23.12 - 23.14.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Что такое ранг матрицы? 2. Какие преобразования матрицы не изменяют ее ранга? 3. Какие существуют методы вычисления ранга матрицы? 4. Как формулируется теорема о базисном миноре? 5. Как вычисляется ранг системы векторов? 6. Какие векторы системы являются базисными векторами этой системы? 7. Как определить число линейно независимых векторов в системе векторов, если число векторов в этой системе меньше их размерности?

### **Тема 6. Собственные числа и собственные вектора. Квадратичные формы, приведение к каноническому виду.**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычислить определитель четвертого порядка; решить систему линейных уравнений с помощью формул Крамера. 2. Выполнить действия над матрицами. 3. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы; найти матрицу коэффициентов полных затрат. 4. Дана система векторов. Найти ее ранг и определить образует ли эта система базис; разложить вектор по базису. 5. Найти собственные значения матрицы; привести квадратичную форму к каноническому виду.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного матрицей. Найти матрицу квадратичной формы, привести ее к каноническому виду, установить характер знакоопределенности.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Какие числа называются собственными значениями матрицы? 2. У каких матриц существуют собственные значения? 3. Какое уравнение называется характеристическим уравнением матрицы? 4. Какой вектор называется собственным вектором квадратной матрицы, линейного оператора? 5. Как найти собственный вектор матрицы, соответствующий ее собственному значению? 6. Какими свойствами обладают собственные вектора линейных операторов? 7. Что утверждает теорема Фробениуса-Беррона? 8. Каково определение квадратичной формы? 9. Какая квадратичная форма называется симметричной? 10. Какие квадратичные формы называются знакоопределенными: а) положительно определенными, б) отрицательно определенными? 11. Какие квадратичные формы знакоопределенны? 12. Какие миноры матрицы квадратичной формы называются главными? 13. Как формулируется критерий Сильвестра?

### **Тема 7. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задания по теме из Сборника задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. 576 с.: ♦♦ 24.1 -24.4.

тестирование , примерные вопросы:

1. Общим решением системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными называется: а) решение, в котором свободные неизвестные произвольны; б) решение, в котором базисные неизвестные линейно выражаются через свободные неизвестные; в) сумма частных решений этой системы; г) сумма частных и базисных решений этой системы. 2. Число базисных решений произвольной системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными определяется: а) формулой числа сочетаний; б) числом уравнений; в) числом неизвестных; г) размерностью матрицы системы. 3. Если в таблице Жордана-Гаусса имеются две пропорциональные строки, то: а) одну можно вычесть из другой; б) их нужно сложить; в) система не имеет решений; г) одну из них нужно вычеркнуть. 4. Если  $r$  - число базисных неизвестных, а  $n$  - общее число неизвестных в произвольной системе  $m$  линейных уравнений, то система имеет бесконечное множество решений при: а)  $r=n$ ; б)  $m=n$ ; в)  $r$  меньше  $n$ ; г)  $r$  и  $m$  больше  $n$ .

### **Тема 8. Опорные решения систем линейных уравнений.**

дискуссия, примерные вопросы:

1. Обсудить практическую важность выделения класса опорных и допустимых решений. 2. Проанализировать особенности симплексных преобразований. 3. Обсудить, при каком условии можно с уверенностью утверждать, что система уравнений не имеет опорных решений. 4. Объяснить переход от найденного опорного решения системы уравнений к новому.

письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Задания по теме из Сборника задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. 576 с.: ♦♦ 24.5 - 24.7.

### **Тема 9. Элементы векторной алгебры. Виды произведений в $R^3$ : скалярное, векторное, смешанное.**

письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Выполнить действия над заданными векторами (сложение, умножение на число, поиск длины). Найти скалярное, векторное или смешанное произведение векторов. Решить задачи на использование свойств векторов (нахождение площади треугольника, параллелограмма, вычисление объема пирамиды, параллелепипеда, определение коллинеарности, компланарности векторов).

устный опрос, примерные вопросы:

1. Как определяется скалярное произведение? 2. Какими свойствами обладает скалярное произведение? 3. Как вычисляется угол между векторами? 4. Как записываются условия параллельности векторов в координатной векторной форме? 5. Какое условие ортогональности векторов, вы знаете? 6. Что называется векторным произведением? 7. Какие свойства векторного произведения вы знаете? 8. Какова формула вычисления векторного произведения в координатах? 9. Где и как применяется векторное произведение? 10. Что такое смешанное произведение? 11. Как определяется евклидово пространство?

### **Тема 10. Комплексные числа.**

письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Выполнить действия над комплексными числами. Решить уравнения в комплексных числах. Представить комплексное число в тригонометрической форме. Изобразить указанную область.

устный опрос, примерные вопросы:

1. Как определяется сумма комплексных чисел? Разность комплексных чисел. Произведение комплексных чисел. 2. Какое число называется сопряженным? 3. Как производится деление комплексных чисел? 4. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. 5. По каким формулам определяются модуль и аргумент комплексного числа?

### **Тема 11. Элементы аналитической геометрии на плоскости. Кривые второго порядка.**

письменная работа, примерные вопросы:

1. Записать уравнение прямой проходящей через две заданные точки в общем виде, с угловым коэффициентом, в отрезках на осях. 2. Найти расстояние от точки до прямой; угол между прямыми; выбрать из пучка прямых прямую, проходящую параллельно/перпендикулярно данной. 3. Построить кривую второго порядка.

устный опрос, примерные вопросы:

1. Что называется углом между двумя прямыми? 2. Как выглядит уравнение пучка прямых? 3. Какие виды уравнения прямой Вам известны? 4. В уравнении  $y=kx+b$  что такое значения  $k$  и  $b$ ? 5. Как выглядит уравнение прямой в отрезках на осях координат? 6. Назовите условия параллельности и перпендикулярности прямых.

## **Тема 12. Элементы аналитической геометрии в пространстве. Поверхности в пространстве.**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Задание: найти скалярное (векторное, смешанное) произведение векторов; выполнить действия над комплексными числами. 2 задание: найти уравнение плоскости, проходящей а) через заданную точку перпендикулярно заданному вектору, б) через заданную точку параллельно двум заданным векторам, в) через три заданные точки; найти угол между плоскостями; расстояние от точки до плоскости; найти уравнение прямой, проходящей через заданную точку параллельно вектору; найти каноническое уравнение прямой; найти угол между прямыми; найти угол между прямой и плоскостью; найти точку пересечения прямой и плоскости. 3 задание: проверить совместность, найти общее, базисное/опорное и частное/допустимое решение системы линейных уравнений.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задания по теме из Сборника задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. 576 с.: ♦♦ 1.124 -1.138, 1.161 - 1.180.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Как записывается общее уравнение поверхностей в трехмерном пространстве? 2. Как определяется сфера и записываются ее общее и каноническое уравнения? 3. Каковы определения эллипсоида, его вершины и фокусов? Какие свойства эллипсоидов, вы знаете? 4. Как определяется цилиндрическая поверхность и записывается ее уравнение? 5. Какой вид имеет общее уравнение плоскости в пространстве? Как записываются уравнения плоскостей, параллельных координатным плоскостям, параллельных осям координат? 6. Какой вектор называется нормальным вектором плоскости? 7. Какой вид имеют общее, каноническое, параметрические уравнения прямой в пространстве. Какой вектор называется направляющим вектором прямой? 8. Каковы условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве?

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

1. Определение определителя  $n$  - го порядка. Свойства определителей.
2. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков.
3. Методы вычисления определителей  $n$ -го порядка: разложение определителя, метод понижения порядка.
4. Метод Крамера.
5. Понятие матрицы. Виды матриц.
6. Действия над матрицами и их свойства.
7. Обратная матрица, теорема о ее существовании.
8. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
9. Матричная форма записи систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными и ее решение с помощью обратной матрицы.
10. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Постановка задачи межотраслевого баланса.
11. Матрицы коэффициентов прямых и полных затрат, их экономический смысл.
12. Уравнение зависимости между валовой и конечной продукцией.
13.  $n$ -мерные векторы и действия над ними.
14. Аксиомы векторного пространства.



15. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
16. Свойства линейно зависимой и линейно независимой системы векторов.
17. Понятие базиса  $n$ -мерного векторного пространства  $R(n)$ .
18. Разложение вектора по векторам базиса.
19. Ранг матрицы: определения и свойства.
20. Методы вычисления ранга матрицы.
21. Ранг системы векторов. Теоремы о свойствах линейно зависимой и линейно независимой систем векторов.
22. Теорема Кронекера-Капелли.
23. Определения совместной, определенной и неопределенной системы линейных уравнений.
24. Понятие общего, частного и базисного решений системы уравнений.
25. Метод Жордана-Гаусса.
26. Переход от одного базисного решения к другому.
27. Понятия опорного и допустимого решений систем линейных уравнений.
28. Симплексные преобразования. Теорема о симплексных преобразованиях.
29. Собственные значения матрицы. Собственные векторы линейных операторов и их свойства.
30. Понятие квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
32. Комплексные числа. Основные понятия.
33. Действия над комплексными числами
34. Скалярное произведение, его свойства и применение.
35. Векторное произведение. Геометрический смысл векторного произведения.
36. Смешанное произведение и его свойства.
37. Плоскость в пространстве: виды уравнений.
38. Взаимное расположение двух плоскостей.
39. Прямая в пространстве: способы задания.
40. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
41. Взаимное расположение прямой и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

Примерные экзаменационные билеты:

**БИЛЕТ ♦1**

1. Уравнение зависимости между валовой и конечной продукцией.
2. Найти ассортимент валовой продукции, необходимый для обеспечения заданной величины конечной продукции.
3. Вычислить определитель 4-го порядка.
4. Найти общее базисное и частное решения системы линейных уравнений.

**БИЛЕТ ♦2**

1. Собственные значения матрицы. Собственные векторы линейных операторов и их свойства.
2. Найти собственные значения матрицы.
3. Выполнить действия над матрицами.
4. Определить являются ли векторы  $a$ ,  $b$ ,  $c$  компланарными.

**БИЛЕТ ♦3**

1. Свойства линейно зависимой и линейно независимой системы векторов.
2. Определить является ли система векторов линейно независимой.
3. Определить длину вектора.

4. Найти опорное решение системы линейных уравнений.

**БИЛЕТ ♦4**

1. Смешанное произведение и его свойства.
2. Найти объем пирамиды, заданной координатами вершин.
3. Найти обратную матрицу.
4. Привести квадратичную форму к каноническому виду.

**БИЛЕТ ♦5**

1. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
2. Найти угол между двумя прямыми.
3. Найти ранг системы векторов.
4. Найти матрицу коэффициентов полных затрат.

**7.1. Основная литература:**

Математика. Ч. 3, Долотказина, А. М.;Марданов, Р. Ш., 2007г.

Линейная алгебра, Ильин, Владимир Александрович;Позняк, Эдуард Генрихович, 2010г.

Сборник задач по математике для экономистов, Марданов, Р. Ш., 2009г.

Вычислительная линейная алгебра, Вержбицкий, Валентин Михайлович, 2009г.

Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Карчевский, Евгений Михайлович;Карчевский, Михаил Миронович, 2011г.

Линейная алгебра: Учебное пособие. Рудык Борис Михайлович. Москва ООО 'Научно-издательский центр ИНФРА-М' 2013. - 318 с.

<http://znanium.com/bookread2.php?book=460611>

Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: ИНФРА-М, 2010. - 528 с.

<http://znanium.com/bookread2.php?book=203776>

**7.2. Дополнительная литература:**

Сборник задач по высшей математике, Минорский, Василий Павлович, 2006г.

Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Геворкян, Павел Самвелович, 2007г.

Аналитическая геометрия и линейная алгебра, Гусак, Алексей Адамович, 2011г.

Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономического бакалавриата: Учебник/ М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. М.: ИНФРА-М, 2013 . - 472 с.

<http://znanium.com/bookread2.php?book=400839>

Справочник по математике для экономистов: Учебное пособие / Под ред. В.И. Ермакова. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2009. - 464 с.

<http://znanium.com/bookread2.php?book=187502>

**7.3. Интернет-ресурсы:**

Линейная алгебра. Алгоритмы. Методы - <http://algolist.manual.ru/maths/linalg/>

Математический портал - <http://www.allmath.ru/>

Образовательный математический сайт Exponenta.ru - <http://www.exponenta.ru/>

Общероссийский математический портал Math-Net.Ru - <http://www.mathnet.ru>

Учебно-образовательная физико-математическая библиотека - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library>

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебники, учебно-методические пособия на бумажных носителях в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского.

Электронные курсы в системе Дистанционного образования КФУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 38.03.01 "Экономика" и профилю подготовки Финансы и кредит .

Автор(ы):

Махмутова Д.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Марданов Р.Ш. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.