

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Гладкие многообразия и группы Ли

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Иваньшин П.Н. (Кафедра геометрии, отделение математики), Pyotr.Ivanshin@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

Решать основные задачи по теории групп и алгебр Ли. Например, строить алгебру по группе, находить инфинитезимальный базис. Также необходимо уметь применять полученные знания к решению сопутствующих задач, например, к построению диаграмм Дынкина.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.13 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе в 6 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 52 часа(ов), в том числе лекции - 26 часа(ов), практические занятия - 26 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 56 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 6 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Матричные и классические группы	6	2	2	0	6
2.	Тема 2. Топология классических групп	6	2	2	0	6
3.	Тема 3. Универсальная накрывающая группа	6	2	2	0	6

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Простые группы Ли	6	2	2	0	4
5.	Тема 5. Алгебра Ли группы Ли	6	4	4	0	6
6.	Тема 6. Локальная и глобальная дифференцируемость группы Ли.	6	2	2	0	4
7.	Тема 7. Представления групп Ли	6	4	4	0	6
8.	Тема 8. Действия групп Ли	6	4	4	0	6
9.	Тема 9. Спецфункции	6	2	2	0	6
10.	Тема 10. Группы Ли и дифференциальные уравнения	6	2	2	0	6
	Итого		26	26	0	56

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Матричные и классические группы

Примеры основных групп. Полупрямое произведение. Кватернионы.

Тема 2. Топология классических групп

Процесс Грама-Шмидта. Матричное экспоненциальное отображение. Лево-инвариантное векторное поле. Полярное разложение.

Тема 3. Универсальная накрывающая группа

Примеры топологических групп. Группа компонент. Универсальная накрывающая группа.

Тема 4. Простые группы Ли

Спинорная группа. Форма Киллинга. Клиффордовы алгебры. Максимальный тор.

Тема 5. Алгебра Ли группы Ли

Однопараметрическая подгруппа. Единственность однопараметрической подгруппы. Канонические координаты. Дифференцируемость классического гомоморфизма. Фактор-группы. Присоединенное представление группы Ли.

Тема 6. Локальная и глобальная дифференцируемость группы Ли.

Формула Бейкера-Кемпбелла-Хаусдорфа. Нильпотентные группы и алгебры Ли. Алгебра Гейзенберга.

Тема 7. Представления групп Ли

Теорема Риза-Фишера. Неприводимость представления. Тензорное произведение представлений. Лемма Шура. Интегрирование, мера Хаара. Унитарный трюк Вейля. Ортогональность. Компактные группы Ли.

Тема 8. Действия групп Ли

Группа изотропии. Фундаментальные теоремы Ли. Инварианты. k -точечные инварианты.

Тема 9. Спецфункции

Универсальная обертывающая алгебра. Оператор Казимира. Группа $SO(3)$. Сферические гармоники и полиномы Лежандра. Евклидова группа плоскости и функции Бесселя.

Тема 10. Группы Ли и дифференциальные уравнения

ОДУ первого порядка. Поток векторного поля. Уравнения в частных производных. Пример: уравнение теплопроводности.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Алгебры Ли, представления. - http://qft.itp.ac.ru/mbersht/Group/2014/090_Lect.pdf

Введение в теорию алгебр Ли и их представлений -

http://www.vixri.com/d/Xamfris%20Dzh.%20_Vvedenie%20v%20teoriju%20algebr%20Li%20i%20ix%20predstavlenij.%20.pdf

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГРУПП И АЛГЕБР ЛИ - <http://dfgm.math.msu.su/files/skopenkov/lie.pdf>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Рекомендуется основательно изучить основы теории дифференцируемых многообразий. Также полезно ознакомиться с понятием расслоений и элементами алгебраической топологии.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Общий профиль".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.13 Гладкие многообразия и группы Ли

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Основная литература:

1. Корешков, Н. А. Конечномерные алгебры [Текст: электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Н. А. Корешков, С. М. Скрябин ; Казан. федер. ун-т, Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского . - Электронные данные (1 файл: 0,634 Мб) . - (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) . - Загл. с экрана . - Для 6-го семестра . - Режим доступа: только для студентов и сотрудников КФУ. Оригинал копии: Конечномерные алгебры : учебно-методическое пособие / Н. А. Корешков, С. М. Скрябин . - Казань : [Казанский университет], 2014 . - 55 с. - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_035_A5-000542.pdf
2. Корешков, Н. А. Алгебры Ли и ассоциативные алгебры [Текст : электронный ресурс]: учебное пособие / Н. А. Корешков, С. М. Скрябин ; Казан. гос. ун-т .- Электронные данные (1 файл: 0,29 Мб) .- (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) .- Загл. с экрана .- Режим доступа: открытый. Оригинал копии: Алгебры Ли и ассоциативные алгебры : учебное пособие / Н. А. Корешков, С. М. Скрябин ; Казан. гос. ун-т .- Казань : Казан. гос. ун-т, 2007 .- 24 с. - URL: <http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-767489.pdf>
3. Желобенко, Д.П. Компактные группы Ли и их представления: учебное пособие / Д.П. Желобенко. - 2-е изд., доп. - Москва: МЦНМО, 2007. - 552 с. - ISBN 978-5-94057-302-9.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9335>

Дополнительная литература:

1. Султанбеков, Ф. Ф. От решёток к булевым алгебрам [Текст: электронный ресурс]: учебное пособие / Ф. Ф. Султанбеков ; Казан. федер. ун-т .- Электронные данные (1 файл: 0,66 Мб) .- (Казань : Казанский федеральный университет, 2012) .- Загл. с экрана .- Режим доступа: открытый .- URL:http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2012_000032.pdf
2. Парамонова, И.М. Задачи семинара 'Алгебры Ли и их приложения': учебное пособие / И.М. Парамонова, О.К. Шейнман. - Москва: МЦНМО, 2004. - 48 с. - ISBN 5-94057-139-5.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9383>

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.13 Гладкие многообразия и группы Ли

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows