

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Центр бакалавриата Развитие территорий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

### Программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика Б1.В.ОД.5

Направление подготовки: 05.03.03 - Картография и геоинформатика

Профиль подготовки: Геоинформатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Хасанова А.Ю.

**Рецензент(ы):**

Багоутдинова А.Г.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Широкова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института управления, экономики и финансов (центр бакалавриата: развитие территорий):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 948333117

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Хасанова А.Ю. Кафедра общей математики отделение математики , AsJHasanova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель курса - изучение основных теоретических положений теории вероятностей и математической статистики и применение их к решению прикладных задач. Изучение курса поможет в формировании логического мышления, в более строгом рассмотрении социально-экономических закономерностей.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.5 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 05.03.03 Картография и геоинформатика и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Знания полученные в результате изучения данной дисциплины активно используются при изучении дисциплин естественно-научного цикла. Курс "Теория вероятностей и математическая статистика" совместно с курсом "Математика" представляет целостную систему знаний в области математических методов и информационных технологий, необходимую современному специалисту в области педагогического образования.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	владением базовыми знаниями фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом географических наук и картографии, для обработки информации и анализа географических и картографических данных

В результате освоения дисциплины студент:

#### 1. должен знать:

- \* основные понятия и теоремы теории вероятностей;
- \* основные законы распределения случайных величин;
- \* методы регрессионного и корреляционного анализа;
- \* основные понятия математической статистики;
- \* методы сбора, обработки и анализа статистических данных в зависимости от целей исследования;
- \* технику проверки гипотез.

#### 2. должен уметь:

- \* строить вероятностные модели;
- \* вычислять вероятности случайных событий;
- \* применять наиболее важные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики;
- \* использовать методы регрессионного и корреляционного анализа;
- \* выделить проблему, исследование которой может быть связано со статистическим анализом;

- \* определить генеральную совокупность и исследуемую случайную величину;
- \* сформулировать математическую постановку задачи;
- \* собрать экспериментальный материал и сформировать выборку;
- \* с учетом поставленной задачи, используя методы математической статистики, провести обработку и анализ данных;
- \* использовать вычислительную технику при выполнении статистических расчетов.

3. должен владеть:

- \* навыками применения современного математико-статистического инструментария для решения задач;
- \* методами сбора, обработки и анализа статистических данных в зависимости от целей исследования.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студент должен демонстрировать способность и готовность применять полученные знания на практике.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия теории вероятностей	4	1-2	4	2	0	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Элементы комбинаторики. Основные теоремы теории вероятностей	4	3-4	4	4	0	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики	4	5-6	4	2	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Основные законы распределения случайных величин. Закон больших чисел	4	7-8	4	2	0	Контрольная работа
5.	Тема 5. Системы случайных величин. Корреляция между двумя случайными величинами	4	9-10	4	4	0	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Основные понятия математической статистики	4	11-12	4	2	0	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Статистическая оценка параметров распределения. Статистическая гипотеза	4	13	2	0	0	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Зачет
	Итого			26	16	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Основные понятия теории вероятностей

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

1.1. Предмет теории вероятностей. Случайный и массовый характер испытания. Элементарный исход. Пространство элементарных исходов. 1.2 Алгебра событий. Основные понятия: событие; случайное, достоверное и невозможное событие; сумма (объединение) событий; произведение событий; противоположное событие, алгебра событий. 1.3 Различные подходы к определению вероятности. Определения вероятности: классическое, геометрическое, статистическое, аксиоматическое. Понятие независимых испытаний. Несовместные события.

#### *практическое занятие (2 часа(ов)):*

Определения вероятности: классическое, геометрическое, статистическое.

### Тема 2. Элементы комбинаторики. Основные теоремы теории вероятностей

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

2.1 Элементы комбинаторики. Перестановки, сочетания, размещения. 2.2 Основные теоремы теории вероятностей. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Понятие условной вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступлений события. Предельные теоремы Лапласа и Пуассона.

#### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Перестановки, сочетания, размещения. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса. Формула Бернулли.

### Тема 3. Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

3.1 Случайная величина. Виды случайных величин. Ряд распределения. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения. Закон распределения. 3.2 Функция плотности вероятности. Функция распределения как универсальная характеристика случайной величины и ее свойства. Понятие и свойства функции плотности вероятности. Кривая распределения. Функция распределения и ее свойства. Графики функции распределения. 3.3 Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Формулы для вычисления математического ожидания и дисперсии дискретной и непрерывной случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. 3.4 Мода и медиана.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Ряд распределения. Закон распределения. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Мода и медиана.

**Тема 4. Основные законы распределения случайных величин. Закон больших чисел**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

4.1 Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона. Формула Бернулли. Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона. 4.2 Нормальный закон распределения. Функция Лапласа. Понятие и свойства нормального распределения. Нормированная функция Лапласа. Свойства функции Лапласа. 4.3 Равномерное распределение. 4.4 Показательное (экспоненциальное) распределение. Функция надежности. 4.5 Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Лемма Маркова. Теорема Чебышева. (Закон больших чисел). Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. (Теорема Ляпунова).

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона. Формула Бернулли. Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона. Показательное (экспоненциальное) распределение. Функция надежности.

**Тема 5. Системы случайных величин. Корреляция между двумя случайными величинами**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

5.1 Системы случайных величин. Понятие и свойства системы двух случайных величин. Свойства функции плотности вероятности. Математические ожидания и дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин  $X$  и  $Y$ . Средние квадратичные отклонения случайных величин  $X$  и  $Y$ .

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Математические ожидания и дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин  $X$  и  $Y$ . Средние квадратичные отклонения случайных величин  $X$  и  $Y$ . Корреляция между двумя случайными величинами. Корреляционный момент (ковариация). Положительная и отрицательная корреляция. Коэффициент корреляции.

**Тема 6. Основные понятия математической статистики**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

6.1 Генеральная и выборочная совокупности. Понятие генеральной и выборочной совокупности. Свойство репрезентативности (представительность) выборки. Методы отбора. 6.2 Вариационный ряд. Частота и относительная частота. Понятие варианты, вариационного ряда. Понятие частоты и относительной частоты. Статистическое распределение. Полигон. Гистограмма. Статистическая (эмпирическая) функция распределения. 6.3 Числовые характеристики вариационного ряда. Выборочная средняя. Выборочная дисперсия. Среднее квадратичное отклонение. Размах варьирования.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вариационный ряд. Частота и относительная частота. Статистическое распределение. Полигон. Гистограмма. Статистическая (эмпирическая) функция распределения. Выборочная средняя. Выборочная дисперсия. Среднее квадратичное отклонение. Размах варьирования.

**Тема 7. Статистическая оценка параметров распределения. Статистическая гипотеза**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

7.1 Интервальный вариационный ряд. 7.2 Свойства несмещенности и состоятельности выборочных параметров. Свойство несмещенности и состоятельности выборочного среднего. Исправленная выборочная дисперсия. Стандартное отклонение. Коэффициент вариации. 7.3 Доверительные интервалы и вероятности. 7.4 Проверка статистических гипотез. Понятие нулевой (основной) и альтернативной (конкурирующей) гипотез. Область принятия гипотезы. Критическая область. Критические точки. Этапы проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий. 7.5 Выборочный коэффициент корреляции и линейное уравнение регрессии. Понятие условной средней. Диаграмма рассеивания. Линия регрессии.

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Основные понятия теории вероятностей	4	1-2	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Элементы комбинаторики. Основные теоремы теории вероятностей	4	3-4	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
3.	Тема 3. Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики	4	5-6	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Основные законы распределения случайных величин. Закон больших чисел	4	7-8	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
5.	Тема 5. Системы случайных величин. Корреляция между двумя случайными величинами	4	9-10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
6.	Тема 6. Основные понятия математической статистики	4	11-12	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Статистическая оценка параметров распределения. Статистическая гипотеза	4	13	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
	Итого				30	

#### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины предполагает использование как традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и инновационных образовательных технологий с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий: выполнение ряда практических заданий с использованием профессиональных программных средств создания и ведения электронных баз данных; мультимедийных программ.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Основные понятия теории вероятностей**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на применение определений вероятности.

### **Тема 2. Элементы комбинаторики. Основные теоремы теории вероятностей**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на нахождение числа размещений, сочетаний и перестановок.

### **Тема 3. Случайные величины, способы их задания и числовые характеристики**

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения.

### **Тема 4. Основные законы распределения случайных величин. Закон больших чисел**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение задач на применение формулы Бернулли, функции Лапласа.

### **Тема 5. Системы случайных величин. Корреляция между двумя случайными величинами**

домашнее задание , примерные вопросы:

Математическое ожидание и дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин.

Среднее квадратическое отклонение случайных величин.

### **Тема 6. Основные понятия математической статистики**

домашнее задание , примерные вопросы:

Статистическое распределение. Полигон. Гистограмма. Статистическая (эмпирическая) функция распределения. Выборочная средняя. Выборочная дисперсия. Среднее квадратическое отклонение. Размах варьирования.

### **Тема 7. Статистическая оценка параметров распределения. Статистическая гипотеза**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка статистических гипотез.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы к зачету.

1. Предмет теории вероятностей.
2. Алгебра событий.
3. Различные подходы к определению вероятности.
4. Элементы комбинаторики. Основные теоремы теории вероятностей.
5. Случайная величина. Виды случайных величин. Ряд распределения.
6. Функция плотности вероятности. Функция распределения как универсальная характеристика случайной величины и ее свойства.
7. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.
8. Мода и медиана.
9. Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона.
10. Нормальный закон распределения. Функция Лапласа.
11. Равномерное распределение.
12. Показательное (экспоненциальное) распределение. Функция надежности.
13. Закон больших чисел.
14. Системы случайных величин.



15. Корреляция между двумя случайными величинами.
16. Генеральная и выборочная совокупности.
17. Вариационный ряд. Частота и относительная частота.
18. Числовые характеристики вариационного ряда.
19. Интервальный вариационный ряд.
20. Свойства несмещенности и состоятельности выборочных параметров.
21. Доверительные интервалы и вероятности.
22. Проверка статистических гипотез.
23. Выборочный коэффициент корреляции и линейное уравнение регрессии.

### 7.1. Основная литература:

1. Горлач, Б.А. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2013. ? 601 с. ? Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4863](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4863)
2. Иванов О. Математический анализ для первокурсников [Электронный ресурс] : / Иванов О., Климчук С. ? Электрон. дан. ? М. : МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2013. ? 136 с. ? Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=56402](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=56402)
3. Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнеv. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с. // <http://znanium.com/bookread.php?book=342089>  
Дополнительная:
  1. Туганбаев, А. А. Математический анализ : Ряды [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 3-е изд., доп. - М.: ФЛИНТА, 2012. - 49 с, режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=462668>
  2. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 3-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с., режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469727>
  3. Грес, П. В. Математика для гуманитариев. Общий курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие / П. В. Грес. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Логос, 2012. 288 с, режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=468428>

### 7.2. Дополнительная литература:

Теория вероятностей и математическая статистика, Гмурман, Владимир Ефимович, 2010г.  
Математический практикум, Ч. 5. Теория вероятностей и математическая статистика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория поля, Господариков, Александр Петрович; Корпухина, Ольга Ефремовна; Колтон, Гарри Абрамович, 2011г.  
Теория вероятностей и математическая статистика, Григорян, Тамара Анатольевна; Липачева, Екатерина Владимировна, 2012г.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Кибзун А. И., Горяинова Е. Р., Наумов А. В., Сиротин А. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами - <ftp://212.49.103.207/lvenok/TerVer/%D2%E5%F0%C2%E5%F0%20%CA%E8%E1%E7%F3%ED.pdf>
- Литература по теории вероятностей и математической статистике. - <http://pay.diary.ru/~eek/p47642323.htm>
- Семестровый курс лекций для студентов. - <http://www.nsu.ru/mmf/tvims/lotov/tvims.pdf>
- ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. БАЗОВЫЙ КУРС С ПРИМЕРАМИ И ЗАДАЧАМИ. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 224 с. - [http://postovalov.net/teaching/tv\\_ms/kibzun.pdf](http://postovalov.net/teaching/tv_ms/kibzun.pdf)

Теория вероятностей и математическая статистика. Онлайн лекции и справочник. -  
<http://www.teor-ver.ru/>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Используются: проектор, ноутбук.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 05.03.03 "Картография и геоинформатика" и профилю подготовки Геоинформатика .

Автор(ы):

Хасанова А.Ю. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Багоутдинова А.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.