

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Дискретная математика и математическая логика

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Альпин Ю.А. (Кафедра алгебры и математической логики, отделение математики), Yuri.Alpin@kpfu.ru ; главный научный сотрудник, д.н. (доцент) Калимуллин И.Ш. (учебно-исследовательская лаборатория алгоритмических методов алгебры и логики, Кафедра алгебры и математической логики), Iskander.Kalimullin@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ОПК-4	способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем
ПК-10	способностью к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом специфики предметной области в образовательных организациях
ПК-11	способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-5	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач
ПК-6	способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-7	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний
ПК-9	способностью к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика, информатика)

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия дискретной математики и математической логики, определения и свойства математических объектов, используемых в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

Должен уметь:

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики и математической логики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

Должен владеть:

математическим аппаратом дискретной математики и математической логики, методами доказательства утверждений в этой области, навыками алгоритмизации основных задач.

Должен демонстрировать способность и готовность:

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики и математической логики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.Б.12 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к базовой (общепрофессиональной) части.

Осваивается на 1, 2 курсах в 2, 4 семестрах.

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) на 252 часа(ов).

Контактная работа - 124 часа(ов), в том числе лекции - 60 часа(ов), практические занятия - 64 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 74 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет с оценкой во 2 семестре; зачет с оценкой в 4 семестре.

## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Неориентированные графы.	2	8	8	0	11
2.	Тема 2. Ориентированные графы.	2	8	8	0	11
3.	Тема 3. Конечные автоматы	2	8	8	0	11
4.	Тема 4. Функции алгебры логики.	2	8	8	0	11
5.	Тема 5. Синтаксис и семантика логики предикатов.	4	8	8	0	8
6.	Тема 6. Исчисление предикатов.	4	8	8	0	7
7.	Тема 7. Теорема Геделя.	4	6	8	0	8
8.	Тема 8. Теория моделей.	4	6	8	0	7
	Итого		60	64	0	74

### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

#### Тема 1. Неориентированные графы.

Основные определения и примеры, типы графов, операции над графами; компоненты связности, связные графы; эйлеровы и гамильтоновы графы, теоремы Эйлера и Дирака; основные свойства деревьев, (теорема Кэли о числе деревьев на нумерованных вершинах)\*, алгоритм Краскала нахождения остовного дерева наименьшего веса; укладка графа в трехмерном пространстве; планарность, теорема Понтрягина-Куратовского; формула Эйлера для плоских графов. совершенные паросочетания в двудольном графе, трансверсали, теорема Холла, теорема Фробениуса-Кёнига, ранг покрытия и граничный ранг (0-1)-матрицы.

#### Тема 2. Ориентированные графы.

Ориентированные графы: сильная связность, компоненты, конденсация, свойства матрицы смежности; потоки в сетях, теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке, алгоритм нахождения максимального потока, приложения теоремы о потоках.

### **Тема 3. Конечные автоматы**

Конечные автоматы и способы их задания, примеры; формальные языки; языки, распознаваемые конечными автоматами; теорема Майхилла-Нероуда о распознаваемости языков; эквивалентные состояния, минимизация автомата, распознающего данный язык; алгебра языков, распознаваемых конечными автоматами; регулярные языки, теорема Клини, пример нерегулярного языка.

### **Тема 4. Функции алгебры логики.**

Функции алгебры логики; табличный способ задания; существенные и несущественные переменные; формулы; эквивалентность формул; элементарные эквивалентности; разложение функций по переменным, совершенная дизъюнктивная нормальная форма (с.д.н.ф.) и совершенная конъюнктивная нормальная форма (с.к.н.ф.). Полиномы Жегалкина. Проблема полноты системы функций, примеры полных систем. Классы Поста и теорема Поста о полноте систем функций; предполные классы.

### **Тема 5. Синтаксис и семантика логики предикатов.**

Предмет математической логики. Вопросы оснований математики. Логика предикатов. Предикаты. Кванторы. Языки первого порядка: термы, формулы, подформулы. Модели (алгебраические системы, интерпретации) для данного языка первого порядка. Истинность замкнутой формулы в данной модели. Предикаты, выразимые в данной модели.

### **Тема 6. Исчисление предикатов.**

Исчисление предикатов. Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Выводимость в теории. Теорема о дедукции для исчисления предикатов. Правила введения и удаления логических символов.

### **Тема 7. Теорема Геделя.**

Модель для данного множества замкнутых формул. Теорема Геделя о существовании модели. Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности для логики предикатов.

### **Тема 8. Теория моделей.**

Элементарная теория данной модели. Элементарная эквивалентность моделей, элементарная подмодель. Теорема Лёвенгейма-Сколема. Разрешимость теории плотных линейно упорядоченных множеств без первого и последнего элемента. Другие примеры полных эффективно аксиоматизируемых теорий (без доказательств).

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Асанов, М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. [Электронный ресурс] / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2010. ? 368 с. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=536)

Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. М.: Лань, 2009. - 288 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/231/>

Шевелев Ю.П. Дискретная математика: учебное пособие [Электронный ресурс]: СПб.: Лань, 2016. - 592 с. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=437](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=437)

Элементы математической логики - [http://old.kpfu.ru/f5/k2/bin\\_files/logika!13.pdf](http://old.kpfu.ru/f5/k2/bin_files/logika!13.pdf)

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем.

В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Основной целью подготовки к практическим занятиям является развитие навыков решения практических задач и анализа приёмов встречающихся в этих задачах. при подготовке к каждому занятию необходимо обратиться к курсу лекций по данному вопросу и учебным пособиям.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Общий профиль".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.Б.12 Дискретная математика и математическая логика

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

**Основная литература:**

1. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. Издание 2-е, исправленное и дополненное. Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010. 362 с.
2. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. Издание 2-е, исправленное и дополненное. Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010. 368с. - URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=536)
3. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. Казань: [Казан.гос. ун-т], 2007. 77, [1] с.
4. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=242738>

**Дополнительная литература:**

1. Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике. [Электронный ресурс] / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. М. : Физматлит, 2009. - 416 с. - URL: <http://e.lanbook.com/book/2157>
2. Алгоритмы решения оптимизационных задач на графах : учеб. пособие / И.Я. Заботин, В.Р. Фазылов, О.Н. Шульгина ; Казан. гос. ун-т. Казань: Казан. гос. ун-т, 2006. 66 с.
3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. - М: МЦНМО, 2008. 128 с. // <http://e.lanbook.com/view/book/9306/>
4. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления. - М: МЦНМО, 2008. 288 с. // <http://e.lanbook.com/view/book/9307/>
5. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции. - М: МЦНМО, 2008. 192 с. // <http://e.lanbook.com/view/book/9308/>



Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.Б.12 Дискретная математика и математическая логика

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.