

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Методика решения нестандартных задач школьной математики Б1.В.ДВ.2

Направление подготовки: 44.04.01 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии в образовании

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Киндер М.И.

**Рецензент(ы):**

Попов А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киндер М.И. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования ,  
mkinder@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Основная цель дисциплины - познакомить студентов с некоторыми нестандартными задачами школьной математики, сформировать навык самостоятельного решения сложных задач по математике, познакомиться с методикой проведения кружковых занятий по решению нестандартных (олимпиадных) задач. Такие задачи обычно встречаются на школьных и студенческих математических олимпиадах, их можно использовать для организации исследовательской работы школьников. Материал спецкурса можно использовать в профессиональной работе будущих учителей математики.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.2 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.04.01 Педагогическое образование и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

В ходе изучения дисциплины происходит систематизация и обобщение знаний по курсу элементарной математики, знакомство с основными методами решения нестандартных (олимпиадных) задач по элементарной математике.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	Владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения.
ОК-2 (общекультурные компетенции)	Владение культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способность понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, способность пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания.
ОК-3 (общекультурные компетенции)	Способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики.
ОК-4 (общекультурные компетенции)	Способность использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности, применять методы математической обработки информации, теоретического и экспериментального исследования.

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-5 (общекультурные компетенции)	Владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе задач прикладного характера.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

методы решения логических задач ('раскраски', инварианты, принцип 'крайнего', математические игры и др.);  
основные методы решения задач по математическому анализу и алгебре многочленов;  
методы решения олимпиадных задач комбинаторного характера;  
методы решения графовых задач.

2. должен уметь:

решать несложные логические задачи школьных и районных математических олимпиад;  
решать типовые задачи математического анализа, алгебры и теории многочленов.

3. должен владеть:

основными понятиями и методами теории графов для решения задач 'на графы';  
основными понятиями и методами решения задач дискретной математики (в частности, комбинаторики).

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания для исследования и решения задач в учебно-практической деятельности учителя математики.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет с оценкой в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Методика решения логических задач. Инварианты. Раскраски.	4	1	2	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Методика решения нестандартных задач по теме "Математические игры". Разбор простейших стратегий.	4	2	0	0	2	
3.	Тема 3. Методика решения нестандартных задач по теме "Математические игры". Двоичные стратегии.	4	3	2	0	0	
4.	Тема 4. Методика решения задач по теме "Графы". Связность графов. Достаточные условия связности графов.	4	4	0	0	2	
5.	Тема 5. Методика решения задач по теме "Графы". Двудольные графы. Паросочетания.	4	5	2	0	2	
6.	Тема 6. Методика решения задач по теме "Классические неравенства". Неравенства между средними.	4	6	0	0	2	
7.	Тема 7. Методика решения задач по теме "Неравенства Буняковского-Коши, Бернулли, Минковского".	4	7	0	0	2	
8.	Тема 8. Методика решения задач по теме "Функциональные уравнения". Групповые методы.	4	8	0	0	2	
9.	Тема 9. Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений. Методические аспекты.	4	9	0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Зачет с оценкой
	Итого			6	0	16	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Методика решения логических задач. Инварианты. Раскраски.

#### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Задачи на "раскраску". Применение различных раскрасок в задачах на разбиение. "Шахматная" и "диагональная" раскраски.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Задачи на "раскраску". Раскраска "зеброй" и "в крапинку", Специальные раскраски.

### Тема 2. Методика решения нестандартных задач по теме "Математические игры". Разбор простейших стратегий.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Игры-шутки. Понятие о выигрышной стратегии. Простейшие стратегии: симметричные и парные стратегии. Игры на шахматной доске. Стратегия остатков. Игра Баше и ее разновидности.

### Тема 3. Методика решения нестандартных задач по теме "Математические игры". Двоичные стратегии.

#### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

"Двоичные" стратегия. Игры "Ним", "Цзяньшицы" с двумя множествам предметов и их разновидности. Изоморфные игры. Разные стратегии.

### Тема 4. Методика решения задач по теме "Графы". Связность графов. Достаточные условия связности графов.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Нестандартные задачи теории графов. Лемма о рукопожатиях. Связные графы. Связные компоненты графа. Достаточные условия связности графов.

### Тема 5. Методика решения задач по теме "Графы". Двудольные графы. Паросочетания.

#### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Эйлеровы графы. Уникурсальные кривые. Гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов. Инварианты графов.

### Тема 6. Методика решения задач по теме "Классические неравенства". Неравенства между средними.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом. Применение при доказательстве неравенств. Понятие о среднем гармоническом. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим. Геометрическая интерпретация классических неравенств.

### Тема 7. Методика решения задач по теме "Неравенства Буняковского-Коши, Бернулли, Минковского".

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Среднее квадратическое. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Йенсена. Применение различных классических неравенств о средних.

**Тема 8. Методика решения задач по теме "Функциональные уравнения". Групповые методы.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Функциональные уравнения Йенсена. Функциональные уравнения в классе непрерывных функций. Сведение функционального уравнения к дифференциальному. Решение систем функциональных уравнений. Функциональные уравнения для функций натурального аргумента.

**Тема 9. Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений. Методические аспекты.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Методика решения логических задач. Инварианты. Раскраски.	4	1	Письменное домашнее задание.	8	Письменное домашнее задание.
2.	Тема 2. Методика решения нестандартных задач по теме "Математические игры". Разбор простейших стратегий.	4	2	Письменное домашнее задание.	8	Письменное домашнее задание.
3.	Тема 3. Методика решения нестандартных задач по теме "Математические игры". Двоичные стратегии.	4	3	Письменное домашнее задание.	8	Письменное домашнее задание.
4.	Тема 4. Методика решения задач по теме "Графы". Связность графов. Достаточные условия связности графов.	4	4	Письменное домашнее задание.	8	Письменное домашнее задание.
5.	Тема 5. Методика решения задач по теме "Графы". Двудольные графы. Паросочетания.	4	5	Письменное домашнее задание.	10	Письменное домашнее задание.

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Методика решения задач по теме "Классические неравенства". Неравенства между средними.	4	6	Письменное домашнее задание.	10	Письменное домашнее задание.
7.	Тема 7. Методика решения задач по теме "Неравенства Буняковского-Коши, Бернулли, Минковского".	4	7	Письменное домашнее задание.	10	Письменное домашнее задание.
8.	Тема 8. Методика решения задач по теме "Функциональные уравнения". Групповые методы.	4	8	Письменное домашнее задание.	10	Письменное домашнее задание.
9.	Тема 9. Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений. Методические аспекты.	4	9	Письменное домашнее задание.	10	Письменное домашнее задание.
	Итого				82	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и лабораторные занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, в форме эвристической беседы и дискуссии, технологии модульного обучения, проектная деятельность.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Методика решения логических задач. Инварианты. Раскраски.

Письменное домашнее задание., примерные вопросы:

Задачи на "раскраску". Применение различных раскрасок в задачах на разбиение.

"Шахматная" и "диагональная" раскраски. Задачи на "раскраску". Раскраска "зеброй" и "в крапинку", специальные раскраски.

### Тема 2. Методика решения нестандартных задач по теме "Математические игры". Разбор простейших стратегий.

Письменное домашнее задание., примерные вопросы:

Игры-шутки. Понятие о выигрышной стратегии. Простейшие стратегии. Простейшие стратегии: симметричные и парные стратегии. Игры на шахматной доске. Стратегия остатков. Игра Баше и ее разновидности.

### Тема 3. Методика решения нестандартных задач по теме "Математические игры". Двоичные стратегии.

Письменное домашнее задание., примерные вопросы:



"Двоичные" стратегия. Игры "Ним", "Цзяньшицзы" с двумя множествами предметов и их разновидности. Изоморфные игры. Разные стратегии.

#### **Тема 4. Методика решения задач по теме "Графы". Связность графов. Достаточные условия связности графов.**

Письменное домашнее задание., примерные вопросы:

Олимпиадные задачи теории графов. Лемма о рукопожатиях. Связные графы. Связные компоненты графа. Достаточные условия связности графов. Эйлеровы графы. Уникурсальные кривые. Гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов.

#### **Тема 5. Методика решения задач по теме "Графы". Двудольные графы. Паросочетания.**

Письменное домашнее задание., примерные вопросы:

Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.

#### **Тема 6. Методика решения задач по теме "Классические неравенства". Неравенства между средними.**

Письменное домашнее задание., примерные вопросы:

Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом. Применение при доказательстве неравенств. Понятие о среднем гармоническом. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим. Геометрическая интерпретация классических неравенств. Некоторые методы доказательства неравенств: выделение полного квадрата и полного куба. Применение при доказательстве неравенств. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим. Применение неравенства о среднем гармоническом.

#### **Тема 7. Методика решения задач по теме "Неравенства Буняковского-Коши, Бернулли, Минковского".**

Письменное домашнее задание., примерные вопросы:

Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Среднее квадратическое. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Йенсена. Применение различных классических неравенств о средних.

#### **Тема 8. Методика решения задач по теме "Функциональные уравнения". Групповые методы.**

Письменное домашнее задание., примерные вопросы:

Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши. Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Разделение переменных. Симметрия и цикличность.

#### **Тема 9. Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений. Методические аспекты.**

Письменное домашнее задание., примерные вопросы:

Функциональные уравнения Йенсена. Функциональные уравнения в классе непрерывных функций. Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений. Решение систем функциональных уравнений. Функциональные уравнения для функций натурального аргумента.

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к :

1. Способы решения задач на "раскраску" с примерами. Решение задач из олимпиадной практики.
2. Инварианты. Различные типы инвариантов. Решение задач из олимпиадной практики.
3. Полуинварианты. Решение задач из олимпиадной практики.
4. Задачи на принцип "крайнего". Решение задач из олимпиадной практики.
5. Игры. Существование стратегии в конечных играх. Симметричные стратегии. Решение задач из олимпиадной практики.

6. Игры. Парные стратегии. Игры на шахматной доске. Решение задач из олимпиадной практики.
7. Стратегия остатков. Анализ игры Баше и ее разновидности.
8. "Двоичные" стратегия. Анализ игры "Ним" и некоторых ее разновидностей.
9. "Двоичные" стратегия. Анализ игры "Цзяньшицзы" с двумя множествами предметов.
10. Графы. Лемма о рукопожатиях. Эйлеровы графы. Связные графы. Достаточные условия связности графов.
11. Графы. Гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов. Решение задач из олимпиадной практики.
12. Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев.
13. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.
14. Плоские графы. Теорема Эйлера.
15. Ориентированные графы. Турниры. Построения графов с заданными степенями вершин.
16. Инварианты графа. Плотность графа. Граф Турана.
17. Замечательные неравенства. Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом. Решение задач из олимпиадной практики.
18. Замечательные неравенства. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим. Геометрическая интерпретация классических неравенств. Решение задач из олимпиадной практики.
19. Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Среднее квадратическое. Решение задач из олимпиадной практики.
20. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Йенсена. Решение задач из олимпиадной практики.
21. Функциональные уравнения. Итерации функций. Метод подстановок (групповой метод). Решение задач из олимпиадной практики.
22. Функциональные уравнения. Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши.
23. Функциональные уравнения Йенсена. Функциональные уравнения в классе непрерывных функций. Сведение функционального уравнения к дифференциальному. Решение систем функциональных уравнений.

### 7.1. Основная литература:

1. Математика в задачах. Сборник материалов выездных школ команды Москвы на Всероссийскую математическую олимпиаду. [Электронный ресурс] : сб. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2009. - 486 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71861>
2. Блинков, А.Д. Классические средние в арифметике и геометрии. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 168 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80137>.
3. Медников, Л.Э. Чётность. [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 60 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9371>.
4. Московские математические регаты. Часть 1. 1998-2006. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 349 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80122>
5. Московские математические регаты. Часть 2. 2006-2013. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 318 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80123>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Раскина, И.В. Логические задачи. [Электронный ресурс] / И.В. Раскина, Д.Э. Шноль. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2015. - 120 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71840>.
2. Шень, А. Простые и составные числа. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 16 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9446>.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Математические Этюды - <http://www.etudes.ru>

Международный математический конкурс - <http://mathkang.ru/>

Московская математическая олимпиада школьников - <http://olympiads.mccme.ru/mmo/>

Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО) - <http://www.mccme.ru>

Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" - <http://kvant.mccme.ru>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Методика решения нестандартных задач школьной математики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.04.01 "Педагогическое образование" и магистерской программе Математика, информатика и информационные технологии в образовании .

Автор(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.