

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Математическая логика и теория алгоритмов Б1.В.ОД.7

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Киндер М.И.

Рецензент(ы):

Сушков С.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Агафонов А. А.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" 201 ____ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК № ____ от "____" 201 ____ г

Регистрационный № 817228618

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киндер М.И. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования , mkinder@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Цель математической логики и теории алгоритмов - познакомить будущего учителя с основными понятиями и методами этой дисциплины, научить оперировать ими в педагогической деятельности, показать взаимосвязи математической логики и современных ЭВМ.

В соответствии с целью учебной дисциплины, основными задачами учебной дисциплины являются:

1. ознакомить студентов с методами, которые используются при создании непосредственно самих компьютеров. Что включает в себя разделы алгебры высказываний и булевых функций;
2. ознакомить студентов с методами, которые используются при создании математического обеспечения к ним. В основе многочисленных языков программирования лежат логика высказываний и логика предикатов;
3. познакомить будущих педагогов со связью аппарата математической логики с основными математическими науками. А именно, общность всех структур математических наук, в том числе, и в методах доказательства теорем. В данный раздел входят исчисление высказываний и исчисление предикатов;
4. формирование представлений о проблемах оснований математики и роли математической логики и теории алгоритмов в решении этих проблем.

Реализация этих целей и задач позволит будущему учителю математики и информатики отчетливо сознавать неразрывную связь методов математической логики и современных компьютеров.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина "Математическая логика и теория алгоритмов" является фундаментальным основанием, как материальной части компьютера, так и его программного обеспечения.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	Владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения.
ОК-4 (общекультурные компетенции)	Способность использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности, применять методы математической обработки информации, теоретического и экспериментального исследования.
СК-1	Готовность применять знания теоретической информатики, фундаментальной и прикладной математики для анализа и синтеза информационных систем и процессов.

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СК-2	Способность использовать математический аппарат, методологию программирования и современные компьютерные технологии для решения практических задач получения, хранения, обработки и передачи информации.
СК-3	Владение современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные определения и теоремы дисциплины;
- важнейшие логические законы и основные равносильности;
- аксиомы и правила вывода исчисления высказываний;
- важнейшие примеры теории первого порядка;
- основные свойства формальных аксиоматических теорий.

2. должен уметь:

- доказывать основные теоремы курса;
- распознавать основные законы логики предикатов;
- записывать математические определения и утверждения с помощью языка логики предикатов;
- интерпретировать формулы логики предикатов;
- строить простейшие выводы и доказательства в исчислении высказываний.

3. должен владеть:

- основными понятиями дисциплины;
- алгоритмом распознавания тавтологий в логики высказываний;
- техникой равносильных преобразований формул;
- дедуктивным аппаратом логических исчислений.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студент должен демонстрировать способности в использовании важнейших логических законов и основных равносильностей, а также быть готовым доказывать основные теоремы курса, строить выводы и доказательства в исчислении высказываний.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение.	4	1	2	0	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Классификация формул высказываний.	4	2	2	0	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Нормальные формы высказываний.	4	3	2	0	2	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Логическое следование высказываний.	4	4	2	0	2	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Схемы аксиом исчисления высказываний.	4	5	2	0	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Характеристики исчисления высказываний.	4	6	2	0	4	Письменное домашнее задание Контрольная работа
7.	Тема 7. Язык логики предикатов.	4	7	2	0	2	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Классификация формул предикатов.	4	8	2	0	2	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Проблема общезначимости в логике предикатов.	4	9	2	0	2	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Исчисление предикатов. Аксиомы.	4	10	2	0	2	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Формализация математических теорий.	4	11	2	0	2	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Введение в теорию алгоритмов.	4	12	2	0	2	Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Машина Тьюринга.	4	13	2	0	2	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Функции, вычислимые на машине Тьюринга.	4	14	2	0	2	Письменное домашнее задание
15.	Тема 15. Нормальные алгоритмы Маркова.	4	15	2	0	2	Письменное домашнее задание
16.	Тема 16. Примитивно-рекурсивные функции.	4	16	2	0	2	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Теорема Геделя о неполноте.	4	17	2	0	2	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Экзамен
	Итого			34	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Введение. Дедуктивный характер математики. Предмет математической логики, ее роль в вопросах обоснования математики и тенденции развития. Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями и их свойства.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Логические операции над высказываниями и их свойства.

Тема 2. Классификация формул высказываний.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Формулы и их классификация. Тавтологии. Основные законы логики высказываний. Понятие равносильности. Равносильные преобразования формул.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Равносильные преобразования формул.

Тема 3. Нормальные формы высказываний.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

ДНФ и КНФ. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы.

Тема 4. Логическое следование высказываний.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Логическое следование. Нахождение следствий из заданных посылок. Правила логических умозаключений. Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Логическое следование.

Тема 5. Схемы аксиом исчисления высказываний.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Схемы аксиом исчисления высказываний и правило вывода. Понятие вывода. Теорема дедукции и ее следствия.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Теорема дедукции и ее следствия.

Тема 6. Характеристики исчисления высказываний.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Производные правила. Основные характеристики исчисления высказываний: относительная полнота, непротиворечивость, разрешимость, полнота в узком смысле, неполнота абсолютная.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Производные правила.

Тема 7. Язык логики предикатов.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Понятие предиката. Классификация предикатов. Логические и кванторные операции над предикатами. Язык логики предикатов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Логические и кванторные операции над предикатами.

Тема 8. Классификация формул предикатов.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Формулы. Свободные и связанные предметные переменные. Интерпретации формул.

Классификация формул. Некоторые законы логики предикатов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Некоторые законы логики предикатов.

Тема 9. Проблема общезначимости в логике предикатов.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Понятие равносильности. Проблема общезначимости в логике предикатов, ее неразрешимость в общем случае (теорема Черча). Разрешимость этой проблемы в частных случаях.

Применение языка логики предикатов для записи математических предложений и построение их отрицаний.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Понятие равносильности.

Тема 10. Исчисление предикатов. Аксиомы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Исчисление предикатов. Аксиомы, правила вывода. Полнота, непротиворечивость, неразрешимость исчисления предикатов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Исчисление предикатов.

Тема 11. Формализация математических теорий.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Формализация математических теорий. Теории первого порядка. Язык, аксиомы, правила вывода. Примеры теории первого порядка, формализующие известные аксиоматические теории. Модели теорий.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Теории первого порядка.

Тема 12. Введение в теорию алгоритмов.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Введение в теорию алгоритмов. Алгоритм, алгоритмические функции. Примеры.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Введение в теорию алгоритмов.

Тема 13. Машина Тьюринга.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Определение Машины Тьюринга. Понятие конфигурации. Композиция машин Тьюринга.

Примеры.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Машины Тьюринга. Примеры.

Тема 14. Функции, вычислимые на машине Тьюринга.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Функции, вычислимые на машине Тьюринга. Примеры.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Функции, вычислимые на машине Тьюринга. Примеры.

Тема 15. Нормальные алгоритмы Маркова.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Нормальные алгоритмы Маркова. Примеры.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нормальные алгоритмы Маркова. Примеры.

Тема 16. Примитивно-рекурсивные функции.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Операции суперпозиции и примитивной рекурсии. Примитивно-рекурсивные функции.

Примеры.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примитивно-рекурсивные функции. Примеры.

Тема 17. Теорема Геделя о неполноте.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Теорема Геделя о неполноте.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Теорема Геделя о неполноте.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение.	4	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Классификация формул высказываний.	4	2	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Нормальные формы высказываний.	4	3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
4.	Тема 4. Логическое следование высказываний.	4	4	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Схемы аксиом исчисления высказываний.	4	5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Характеристики исчисления высказываний.	4	6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
7.	Тема 7. Язык логики предикатов.	4	7	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Классификация формул предикатов.	4	8	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Проблема общезначимости в логике предикатов.	4	9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Исчисление предикатов. Аксиомы.	4	10	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Формализация математических теорий.	4	11	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
12.	Тема 12. Введение в теорию алгоритмов.	4	12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Машина Тьюринга.	4	13	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
14.	Тема 14. Функции, вычислимые на машине Тьюринга.	4	14	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
15.	Тема 15. Нормальные алгоритмы Маркова.	4	15	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Примитивно-рекурсивные функции.	4	16	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Теорема Геделя о неполноте.	4	17	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
	Итого				38	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В течении лекционных занятий используются следующие образовательные технологии: вводная лекция, лекция-информация, проблемная лекция, тематический зачет.

В течении практических занятий используются: ситуация-упражнение, технология проблемного обучения, технология учебного обучения.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение таблицы истинности формулы алгебры высказываний.

Тема 2. Классификация формул высказываний.

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство равносильности формул алгебры высказываний.

Тема 3. Нормальные формы высказываний.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ формул алгебры высказываний.

Тема 4. Логическое следование высказываний.

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство правильности умозаключения алгебры высказываний. Нахождение всех следствий из посылок.

Тема 5. Схемы аксиом исчисления высказываний.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение выводов исчисления высказываний.

Тема 6. Характеристики исчисления высказываний.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вывод формул в исчислении высказываний.

контрольная работа , примерные вопросы:

Нахождение нормальных форм алгебры высказываний двумя способами. Построение выводов, используя различные правила вывода исчисления высказываний.

Тема 7. Язык логики предикатов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение множества истинности предиката.

Тема 8. Классификация формул предикатов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство равносильности формул алгебры предикатов.

Тема 9. Проблема общезначимости в логике предикатов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение нормальных форм алгебры предикатов.

Тема 10. Исчисление предикатов. Аксиомы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение выводов исчисления предикатов.

Тема 11. Формализация математических теорий.

контрольная работа , примерные вопросы:

Построение интерпритаций формул алгебры предикатов.

Тема 12. Введение в теорию алгоритмов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение конечной конфигурации по начальной конфигурации и заданной машины Тьюринга.

Тема 13. Машина Тьюринга.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение машин Тьюринга, реализующие линейные и разветвленные алгоритмы.

Тема 14. Функции, вычислимые на машине Тьюринга.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение машин Тьюринга, реализующие заданные функции.

Тема 15. Нормальные алгоритмы Маркова.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение элементарных цепей Маркова.

Тема 16. Примитивно-рекурсивные функции.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение функций с использованием операций суперпозиции и примитивной рекурсии.

Тема 17. Теорема Геделя о неполноте.

контрольная работа , примерные вопросы:

Построение машин Тьюринга, реализующие алгоритмы с циклами и реализующие функции от нескольких переменных.

Итоговая форма контроля

экзамен (в 4 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

Примерный перечень вопросов к экзамену:

1. Язык логики высказываний. Определение формулы.
2. Таблицы истинности формул. Тавтологии. Основные логические законы.
3. Понятие равносильности. Свойства отношения равносильности формул. Основные равносильности.
4. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы и теоремы о них.
5. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы и теоремы о них.
6. Логическое следование. Нахождение посылок по заданному логическому следованию.
7. Проверка правильности умозаключения.
8. Язык логики предикатов. Понятие формулы. Интерпритации формулы. Классификация формул.
9. Логические и кванторные операции над предикатами.
10. Понятие равносильности в логике предикатов. Признак равносильности формул в логике предикатов.
11. Приведенные формы и предваренные нормальные формы в логике предикатов и теоремы о них.
12. Проблема общезначимости в логике предикатов. Теорема Черча.
13. Схемы аксиом и правило вывода в исчислении высказываний.
14. Понятие вывода в исчислении высказываний и его свойства.
15. Теорема о дедукции и ее следствия.
16. Относительная полнота исчисления высказываний.
17. Непротиворечивость исчисления высказываний.
18. Разрешимость исчисления высказываний.
19. Полнота исчисления высказываний в узком смысле и ее абсолютная неполнота.

20. Независимость схем аксиом исчисления высказываний.
21. Схемы аксиом и правила вывода исчисления предикатов.
22. Полнота исчисления предикатов.
23. Непротиворечивость исчисления предикатов.
24. Неразрешимость исчисления предикатов.
25. Понятие теории первого порядка. Примеры.
26. Теорема Геделя о полноте теорий первого порядка.
27. Аксиомы Пеано. Формальная арифметика.
28. Теорема Геделя о неполноте формальной арифметики.
29. Машина Тьюринга. Композиция машин Тьюринга.
30. Функции, вычислимые на машине Тьюринга.
31. Примитивно рекурсивные функции.
32. Частично рекурсивные функции.
33. Нормальные алгоритмы Маркова.
34. Теорема Геделя о неполноте.

7.1. Основная литература:

1. Герасимов, А.С. Курс математической логики и теории вычислимости [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.С. Герасимов. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 416 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/50159>.
2. Глухов, М.М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Глухов, А.Б. Шишков. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 416 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4041>.
3. Лихтарников, Л.М. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.М. Лихтарников, Т.Г. Сукачева. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 288 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/231>.

7.2. Дополнительная литература:

1. Попов, С.В. Прикладная логика [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.В. Попов, Н.Л. Брошкова. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2011. - 216 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5286>.
2. Ершов, Ю.Л. Математическая логика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2011. - 356 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59599>.
3. Штарков, Ю.М. Универсальное кодирование. Теория и алгоритмы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.М. Штарков. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2013. - 288 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59667>.

7.3. Интернет-ресурсы:

Лаборатория математической логики. - <http://logic.pdmi.ras.ru/>

Математическая логика в курсе информатики. - <http://infologos.narod.ru/>

Машина Тьюринга 1.1 (симулятор машины Тьюринга). - <http://www.loonies.narod.ru/tmr.htm>/

Электронная библиотека по математике. - <http://wwwplib.ru/>

Электронная библиотека по математике. - <http://www.math.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математическая логика и теория алгоритмов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Проектор для проведения электронных лекций.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии .

Автор(ы):

Киндер М.И. _____
"___" 201 ___ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. _____
"___" 201 ___ г.