

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт экологии и природопользования



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Татарский Да



20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Математическая статистика Б1.Б.13

Направление подготовки: 05.03.04 - Гидрометеорология

Профиль подготовки: Метеорология

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Абубакиров Н.Р.

Рецензент(ы):

Переведенцев Ю.П.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Широкова Е. А.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института экологии и природопользования:

Протокол заседания УМК № ____ от "____" 201__ г

Регистрационный № 246217

Казань

2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Абубакиров Н.Р. Кафедра общей математики отделение математики , Nail.A bubakirov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины Математическая статистика является освоение студентами базовых положений названной дисциплины, необходимых для применения в географических науках, для обработки информации и анализа данных.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.13 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 05.03.04 Гидрометеорология и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина математическая статистика относится к математическому и естественнонаучному циклу Б 2.В 2. Базовые знания различных разделов дисциплины используются при выполнении курсовых работ и других научно-исследовательских заданий. Курс читается на 3 курсе, в 5 семестре. Форма итоговой аттестации - зачёт.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	Владением базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в гидрометеорологии, для обработки и анализа данных, прогнозирования гидрометеорологических характеристик

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- ? историю развития математической мысли как в нашей стране, так и за рубежом;
- ? теоретические основы различных разделов теории вероятностей и математической статистики, изучаемых в рамках данной образовательной программы;
- ? основные методы доказательств математических утверждений и теорем (доказательство от противного, по индукции и т.д.)

2. должен уметь:

- ? применять теоретические знания для решения практических задач;
- ? логически связно и аргументированно излагать свою точку зрения при решении научно-исследовательских задач;
- ? строить математические модели изучаемых случайных явлений, анализировать их;
- ? делать количественные и качественные выводы по результатам анализа построенных математических явлений.

3. должен владеть:

- ? основными методами статистической обработки данных;
- ? методами поиска необходимой информации для решения прикладных задач;

? способностью к анализу полученной информации.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Владеть основными компетенциями

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементы комбинаторики. Классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности. Действия с событиями.	7	1-2	2	0	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Формулы полной вероятности, Байеса, Бернулли. Теоремы Лапласа.	7	3-4	2	0	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Случайные величины, функция и плотность распределения, числовые характеристики.	7	5-6	2	0	2	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Неравенства Чебышева, Бернулли; предельные теоремы.	7	7-8	2	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Система двух случайных величин, условные и безусловные законы; корреляция.	7	9-10	2	0	2	Контрольная работа Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Генеральная и выборочная совокупности, гистограмма, точечные оценки, их свойства.	7	11-12	2	0	2	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Интервальные оценки, изучение корреляционной зависимости между величинами.	7	13-15	2	0	3	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Понятие о критериях согласия, проверка гипотез о равномерном и нормальном распределении.	7	16-18	2	0	3	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Итоговая форма контроля	7	18	2	0	0	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			18	0	18	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Элементы комбинаторики. Классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности. Действия с событиями.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Математическая статистика как наука. Предмет статистической науки, связь ее с другими науками. Разделы математической статистики. Методы математической статистики. Основные категории и понятия математической статистики: совокупность, вариация, признак, закономерность. Закон больших чисел и его роль в изучении статистических закономерностей.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задач на классическое определение вероятности и геометрическое определение: Пример 1.1. Подбрасывается правильная монета и регистрируется сторона (герб или решка) монеты, которая обращена к наблюдателю после ее падения. Пространство состоит из двух точек: !1=Г (выпал герб) и !2 =Р (выпала решка). Любое событие А в этом примере является либо элементарным, либо достоверным.

Тема 2. Формулы полной вероятности, Байеса, Бернулли. Теоремы Лапласа.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Вывод формул полной вероятности, Байеса, Бернулли. Сущность и значение статистических показателей, атрибуты показателя. Классификация статистических показателей. Понятие и виды абсолютных величин, единицы измерения. Сущность относительных величин, формы их выражения и виды. Виды относительных величин: динамики, выполнения планового задания, выполнения планового задания, структуры, координации, интенсивности, сравнения, дифференциации. Условия научного использования абсолютных и относительных величин.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Пример: Геометрические вероятности: задача о встрече. Два человека договорились встретиться в течение определенного часа. Предлагается, что момент прихода каждого из встречающихся не зависит от намерений другого и имеет ?равномерное? распределение в назначенному промежутке встречи 60 минут (момент прихода случаен). Пришедший первым ждет другого только 10 минут, после чего уходит (встреча не состоялась). Какова вероятность встречи?

Тема 3. Случайные величины, функция и плотность распределения, числовые характеристики.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Определение. Примеры. Распределение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения: дискретная, абсолютно непрерывная, аналитическое и графическое представление, свойства, примеры. Абсолютно непрерывные распределения. Функция плотности распределения, свойства, примеры. Преобразования случайных величин. Нормальное распределение. Свойства нормального распределения. Числовые характеристики случайных величин: мода медиана, моменты. Математическое ожидание , дисперсия и их свойства.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Пример: Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, наугад вынимают 2 шара и перекладывают в другую урну, содержащую 4 белых и 4 черных шара. Какова вероятность иметь белый шар при случайному выборе одного шара из второй урны после перекладывания?

Тема 4. Неравенства Чебышева, Бернулли; предельные теоремы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Неравенства Чебышёва, Маркова, Чебышёва-Бъенеме. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел в форме Чебышёва, Хинчина. Слабая сходимость. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова. Следствия ЦПТ. Неравенство Бери-Эссеена. Следствия для изучения асимптотического поведения случайных величин: точность оценки мат. ожидания, репрезентативность исследуемого объекта.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Пример: Экспериментатор располагает двумя парами шаров одинакового цветового состава БЧ и БЧ. Из каждой пары наугад выбирается по одному шару и бросается в урну, где лежит белый шар. Из трех шаров в урне наугад отбирается один. Какова вероятность, что вынут белый шар?

Тема 5. Система двух случайных величин, условные и безусловные законы; корреляция.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Двумерная случайная величина. Функция распределения и ее свойства, функция плотности и ее свойства. Двумерная таблица распределения. Независимость случайных величин.

Коэффициенты ковариации и корреляции. Примеры практического применения.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Пример: Общее содержание серы служит одной из важных характеристик экологической чистоты дизельного топлива. Речь идет не об ?элементарной сере? (процентном содержании химического элемента S, что с высокой степенью точности определяется с помощью спектрального анализа вещества), а способности элемента S при сгорании топлива соединяться с кислородом, образуя серный газ SO₂: Именно этот газ через выхлопные трубы машин попадает в среду нашего обитания и соединяется с водой, образуя серную кислоту H₂SO₄: Ну, а что такое серная кислота, и что она может натворить с нашими легкими, вы знаете из школьного курса химии.

Тема 6. Генеральная и выборочная совокупности, гистограмма, точечные оценки, их свойства.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Многомерное нормальное распределение. Распределения, связанные с нормальным: хи-квадрат Пирсона, Стьюдента, Фишера-Сnedекора. Свойства, взаимосвязь распределений. Генеральная совокупность. Выборка. Особенности результатов наблюдений экономических признаков. Характеристики выборки. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения, свойства, графическое представление. Связь эмпирической функции распределения с теоретической, теоремы сходимости.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Пример: Наблюдается некоторая биологическая популяция, состоящая из особей, способных размножаться и гибнуть. Такие данные, как число потомков в определенном колене отдельной особи, численность популяции к фиксированному моменту времени t ; количество погибших и новорожденных особей и т.п., составляют особый интерес для популяционной генетики, и трудно переоценить роль вероятностных моделей в изучении динамики развития биологической популяции. Аналогичные модели используются в физике элементарных частиц, особенно при изучении ядерных реакций. Пространства T и X те же, что и в первом примере, траектории также имеют вид ступенчатых функций, но величины скачков ? произвольные целые числа.

Тема 7. Интервальные оценки, изучение корреляционной зависимости между величинами.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Точные доверительные интервалы. Свойства. Доверительный интервал для параметров нормального распределения, разности средних и отношения дисперсий. Асимптотический доверительный интервал. Связь с точным интервалом. Доверительный интервал для параметров биномиального, пуассоновского, экспоненциального распределений, коэффициента корреляции.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Пример: Отшлифованная поверхность металла обычно подвергается проверке на ?шероховатость? , для чего она помещается под микроскоп и замеряются некоторые характеристики отклонения различных точек поверхности металла от плоского уровня. Такая шероховатая поверхность $z = z(u; v)$; где $(u; v)$? фиксированная система декартовых координат, трактуется как реализация случайного поля $Z = Z(u; v)$; пространство T соответствует части плоскости $R^2 = f(u; v) g$; занимаемой обрабатываемым объектом, X : $t = R$: Пример случайного поля, в котором кроме координат $(u; v)$ пространство T включает временную ось R^+ , ? участок поверхности моря во время шторма.

Тема 8. Понятие о критериях согласия, проверка гипотез о равномерном и нормальному распределении.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Простые и сложные гипотезы. Основные виды гипотез: тип закона распределения, параметрические гипотезы, гипотезы однородности, гипотезы независимости. Критерий. Мощность и размер критерия. Сравнение критериев. Общая схема проверки гипотез.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Пример: Оценка параметров структурированного среднего при нормальном распределении отклика. Данная задача весьма часто возникает при калибровке шкалы прибора. Две переменные x и y связаны линейным соотношением $y = a + bx$; и для градуировки значений y на шкале прибора необходимо знать значения параметров a и b этой зависимости. Однако для каждого стандартного фиксированного значения x прибор замеряет значение y с ошибкой, так что замеры происходят в рамках вероятностной модели $Y = a + bx + \varepsilon$; где ошибка измерения (случайная величина) ε имеет нормальное распределение с нулевым средним и некоторой дисперсией σ^2 ; значение которой, как правило, также неизвестно. Случайная величина Y обычно называется откликом на значение регрессора x ; ее распределение при фиксированном x очевидно нормально ($a + bx; \sigma^2$) :

Тема 9. Итоговая форма контроля

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Проверка параметрических гипотез. Проверка однородности: гипотезы о средних и дисперсиях, однофакторный дисперсионный анализ. Критерии согласия: Колмогорова, Колмогорова -Смирнова, ?Хи?- 2-Пирсона, независимости двух случайных величин. Алгоритмы тестирования гипотез.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Элементы комбинаторики. Классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности. Действия с событиями.	7	1-2	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
2.	Тема 2. Формулы полной вероятности, Байеса, Бернулли. Теоремы Лапласа.	7	3-4	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
3.	Тема 3. Случайные величины, функция и плотность распределения, числовые характеристики.	7	5-6	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Неравенства Чебышева, Бернулли; предельные теоремы.	7	7-8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Система двух случайных величин, условные и безусловные законы; корреляция.	7	9-10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
6.	Тема 6. Генеральная и выборочная совокупности, гистограмма, точечные оценки, их свойства.	7	11-12	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Интервальные оценки, изучение корреляционной зависимости между величинами.	7	13-15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
8.	Тема 8. Понятие о критериях согласия, проверка гипотез о равномерном и нормальном распределении.	7	16-18	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Итоговая форма контроля	7	18	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Проводятся лекции, практические занятия, аудиторные и домашние контрольные работы, консультации и зачёт в конце семестра. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому практическому занятию. Зачет выставляется по положительным результатам выполнения контрольных работ и самостоятельной работы в течение семестра.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Элементы комбинаторики. Классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности. Действия с событиями.

домашнее задание , примерные вопросы:

Используя классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности и действия с событиями, решить задачи. (Гмурман, гл.1 ♦♦ 10,12, 13, 15, 24)

Тема 2. Формулы полной вероятности, Байеса, Бернулли. Теоремы Лапласа.

домашнее задание , примерные вопросы:

Используя формулы полной вероятности, Байеса, Бернулли и теоремы Лапласа, решить задачи. (Гмурман, гл.2 ♦♦ 46, 50 58,65)

Тема 3. Случайные величины, функция и плотность распределения, числовые характеристики.

домашнее задание , примерные вопросы:

Случайные величины, функция и плотность распределения, числовые характеристики. (Гмурман, гл.4, ♦♦ 164, 165, 172, 175)

Тема 4. Неравенства Чебышева, Бернулли; предельные теоремы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Используя определения и свойства случайных величин, функцию и плотность распределения, а также другие числовые характеристики, решить задачи. (Гмурман. гл.5 ♦♦ 236, 239, 243)

Тема 5. Система двух случайных величин, условные и безусловные законы; корреляция.

домашнее задание , примерные вопросы:

Используя понятия условных и безусловных законов распределения , решить задачи Гмурман, гл.8, ♦♦ 408, 410, 413, 414

Тема 6. Генеральная и выборочная совокупности, гистограмма, точечные оценки, их свойства.

домашнее задание , примерные вопросы:

Основные понятия математической статистики, их применение к решению задач (Гмурман, гл.9, ♦♦ 440, 443, 448)

Тема 7. Интервальные оценки, изучение корреляционной зависимости между величинами.

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение доверительного интервала (Гмурман, гл, 10, 501, 504) Построение линии регрессии (гл.12, ♦♦535, 536)

Тема 8. Понятие о критериях согласия, проверка гипотез о равномерном и нормальному распределении.

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка гипотезы о нормальном распределении случайной величины (Гмурман, гл.13, ♦♦ 635, 636)

Тема 9. Итоговая форма контроля

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение задач из тем 2, 3, 5, 7 с последующим обсуждением

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой к КФУ.

Вопросы к зачёту

1. Основные понятия комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
2. Основные понятия теории вероятностей, классическое определение вероятности.
3. Статистическое и геометрическое определение вероятности.
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
5. Формула полной вероятности, формула Байеса.
6. Повторные испытания, формула Бернулли.
7. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
8. Случайная величина, дискретные и непрерывные случайные величины.
9. Равномерное, биномиальное распределение случайной величины.
10. Числовые характеристики дискретных случайных величин.
11. Непрерывные случайные величины, функция и плотность распределения.
12. Показательное, нормальное и другие распределения непрерывных величин.
13. Случайный вектор, зависимые и независимые случайные величины.
14. Корреляционная зависимость.
15. Неравенство Чебышева, теоремы Чебышева, Бернулли.
16. Генеральная и выборочная совокупности, полигон частот, гистограмма.
17. Точечные оценки, их свойства.
18. Интервальные оценки.
19. Изучение зависимостей между величинами. Нахождение прямой линии регрессии методом наименьших квадратов.
20. Критерий согласия Пирсона, проверка гипотез о равномерном и нормальному распределении.

Контрольные работы

1. Домашняя ♦1 - основные понятия теории вероятностей (10 баллов)
2. Аудиторная ♦1 - действия с событиями, случайные величины (15 баллов)
3. Аудиторная ♦2 - теоремы Лапласа, Чебышева, Бернулли, начала статистики (15 баллов)
4. Домашняя ♦2 - зависимость 2 случайных величин, линия регрессии (10 баллов)

7.1. Основная литература:

1. Павлов С. В. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / С.В. Павлов. - М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2010. - 186 с. Режим доступа:
<http://znamium.com/bookread.php?book=217167>

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман .? 12-е изд., перераб. ? Москва : Высш. образование, 2007 .? 478, [1] с. : ил. ; 22 .(Высшее образование, Основы наук) .? Предм. указ.: с. 474-479 . ISBN 978-5-9692-0150-7, 7000.

3. Хуснутдинов Р. Ш. Математическая статистика: Учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 205 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-009520-2, 500 экз. Режим доступа:
<http://znanium.com/bookread.php?book=445667>

7.2. Дополнительная литература:

1. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман .? Издание 8-е, стереотипное .? Москва : Высшая школа, 2003 .? 404 с. : ил. ? ISBN 5-06-004212-X.
2. Краткий конспект лекций по математике с элементами теории вероятностей и математической статистики : для студентов гуманит. спец. / В.А. Сочнева ; Казан. гос. ун-т .? Казань : [Казан. гос. ун-т], 2007 .? 77 с.
3. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : Учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 2-е изд. - М.: Дашков и К, 2010. - 473 с. - ISBN 978-5-394-00617-3. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=414902>

7.3. Интернет-ресурсы:

Вики-учебник - <http://znanium.com/bookread.php?book=445667>

пособие по матем. статистике - <http://znanium.com/bookread.php?book=445667>

Примеры решений задач - <http://znanium.com/bookread.php?book=445667>

учебное пособие Гмурмана - <http://znanium.com/bookread.php?book=445667>

учебное пособие КФУ -

<http://kpfu.ru/math/struktura/otdeleniya-i-kafedry/kafedra-obschej-matematiki/metodicheskie-posobiya>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математическая статистика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Не требуется.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 05.03.04 "Гидрометеорология" и профилю подготовки Метеорология .

Автор(ы):

Абубакиров Н.Р. _____
"___" 201 ___ г.

Рецензент(ы):

Переведенцев Ю.П. _____
"___" 201 ___ г.