

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Современные проблемы вычислительной математики М1.В.3

Направление подготовки: 010400.68 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системный анализ и информационные технологии

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З.

Рецензент(ы):

-

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики ,
Rafail.Dautov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Рассматриваются современные численные методы решения основных задач линейной алгебры с разреженными матрицами большой размерности, а также методы решения краевых задач для стационарных и нестационарных многомерных дифференциальных уравнений

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.В.3 Общенаучный" основной образовательной программы 010400.68 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

"Современные проблемы вычислительной математики" входит в состав общенаучных дисциплин, раздел М1.В.3. Читается на 1 курсе, 1 семестр

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

круг прикладных задач, требующих решения задач линейной алгебры с разреженными матрицами большой размерности и многомерных дифференциальных уравнений

2. должен уметь:

ориентироваться в основных проблемах, связанных с программной реализацией численных методов на ЭВМ

3. должен владеть:

теоретическими знаниями о наиболее употребительных методах численного решения основных задач линейной алгебры и теории дифференциальных уравнений.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Метод математического моделирования. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль современных численных методов.	1	1	0	0	0	
2.	Тема 2. Основные задачи линейной алгебры: системы линейных алгебраических уравнений и задачи на собственные значения. Задачи с разреженными матрицами. Примеры приложений-источников больших и сверхбольших разреженных матриц: задачи о гидравлических и электрических сетях, многомерные дифференциальные уравнения с частными производными.	1	2	0	0	0	
3.	Тема 3. Основные свойства СЛАУ. Метод Гаусса. Факторизация матриц: схемы LU, LDL разложения матриц и их варианты.	1	3-4	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Понятие о технологии разреженных матриц: диагональная, профильная, связные схемы разреженного хранения. Упорядоченные и неупорядоченные разреженные строчные и столбцовые форматы. Реализация схемы хранения и операций в системе MatLab.	1	5	0	0	0	
5.	Тема 5. Алгоритмические аспекты реализации методов решения СЛАУ на ЭВМ. Понятие о перенумерации неизвестных: алгоритмы Катхилла-Макки, минимальной степени, параллельных сечений. Демонстрация реализации объекта sparse в системе MatLab на конкретных примерах.	1	6	0	0	0	
6.	Тема 6. Итерационные методы решения СЛАУ с большими разреженными матрицами. Двухслойные и трехслойные методы. Оптимизация двухслойных методов для симметричных матриц.	1	7	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Вариационные методы наискорейшего спуска и сопряженных градиентов. Сходимость МНС. Методы с предобуславливанием. Построение матриц предобуславливания на основе неполных LU и LDL разложений.	1	8-9	0	0	0	
8.	Тема 8. Задача на собственные значения матриц. Свойства решений. Обобщенная проблема. Редукция к задаче для 3-х диагональной матрицы в случае заполненных симметричных матриц методом отражения.	1	10	0	0	0	
9.	Тема 9. Частичная и полная проблема на собственные значения. Степенной метод, метод бисекции и понятие о QL алгоритме.	1	11-12	0	0	0	
10.	Тема 10. Метод Ланцоша решения частичной задачи с большими разреженными матрицами.	1	13	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Двумерные и трехмерные краевые задачи эллиптического типа. Нестационарные задачи. Понятия о сильном и слабом решении. Сеточные методы их приближенного определения. Сложность возникающих задач. Понятие о нелинейных задачах и системах на примере уравнений Навье-Стокса.	1	14	0	0	0	
12.	Тема 12. Определение метода конечных элементов на примере двумерных эллиптических уравнений второго порядка. Простейшие треугольные элементы. Структура разреженности матрицы МКЭ и ее свойства.	1	15	0	0	0	
13.	Тема 13. Алгоритмические аспекты МКЭ: алгоритмы триангуляции области, алгоритмы формирования глобальной и локальной матрицы. Схемы на основе элементов высокого порядка.	1	16	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
14.	Тема 14. МКЭ для уравнений параболического типа. Формирование задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о явных и неявных методах их решения на примере метода Эйлера.	1	17	0	0	0	
15.	Тема 15. Основные этапы и вопросы, возникающие при автоматизации решения краевых задач для стационарных и нестационарных задач на ЭВМ. Демонстрация системы pdeTool в Matlab.	1	18	0	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Метод математического моделирования. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль современных численных методов.

Тема 2. Основные задачи линейной алгебры: системы линейных алгебраических уравнений и задачи на собственные значения. Задачи с разреженными матрицами. Примеры приложений-источников больших и сверхбольших разреженных матриц: задачи о гидравлических и электрических сетях, многомерные дифференциальные уравнения с частными производными.

Тема 3. Основные свойства СЛАУ. Метод Гаусса. Факторизация матриц: схемы LU, LDL разложения матриц и их варианты.

Тема 4. Понятие о технологии разреженных матриц: диагональная, профильная, связанные схемы разреженного хранения. Упорядоченные и неупорядоченные разреженные строчные и столбцовые форматы. Реализация схемы хранения и операций в системе MatLab.

Тема 5. Алгоритмические аспекты реализации методов решения СЛАУ на ЭВМ. Понятие о перенумерации неизвестных: алгоритмы Катхилла-Макки, минимальной степени, параллельных сечений. Демонстрация реализации объекта sparse в системе MatLab на конкретных примерах.

Тема 6. Итерационные методы решения СЛАУ с большими разреженными матрицами. Двухслойные и трехслойные методы. Оптимизация двухслойных методов для симметричных матриц.

Тема 7. Вариационные методы наискорейшего спуска и сопряженных градиентов. Сходимость МНС. Методы с предобуславливанием. Построение матриц предобуславливания на основе неполных LU и LDL разложений.

Тема 8. Задача на собственные значения матриц. Свойства решений. Обобщенная проблема. Редукция к задаче для 3-х диагональной матрицы в случае заполненных симметричных матриц методом отражения.

Тема 9. Частичная и полная проблема на собственные значения. Степенной метод, метод бисекции и понятие о QL алгоритме.

Тема 10. Метод Ланцоша решения частичной задачи с большими разреженными матрицами.

Тема 11. Двумерные и трехмерные краевые задачи эллиптического типа. Нестационарные задачи. Понятия о сильном и слабом решении. Сеточные методы их приближенного определения. Сложность возникающих задач. Понятие о нелинейных задачах и системах на примере уравнений Навье-Стокса.

Тема 12. Определение метода конечных элементов на примере двумерных эллиптических уравнений второго порядка. Простейшие треугольные элементы. Структура разреженности матрицы МКЭ и ее свойства.

Тема 13. Алгоритмические аспекты МКЭ: алгоритмы триангуляции области, алгоритмы формирования глобальной и локальной матрицы. Схемы на основе элементов высокого порядка.

Тема 14. МКЭ для уравнений параболического типа. Формирование задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о явных и неявных методах их решения на примере метода Эйлера.

Тема 15. Основные этапы и вопросы, возникающие при автоматизации решения краевых задач для стационарных и нестационарных задач на ЭВМ. Демонстрация системы pdetool в Matlab.

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель-формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Метод математического моделирования. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль современных численных методов.

Тема 2. Основные задачи линейной алгебры: системы линейных алгебраических уравнений и задачи на собственные значения. Задачи с разреженными матрицами. Примеры приложений-источников больших и сверхбольших разреженных матриц: задачи о гидравлических и электрических сетях, многомерные дифференциальные уравнения с частными производными.

Тема 3. Основные свойства СЛАУ. Метод Гаусса. Факторизация матриц: схемы LU, LDL разложения матриц и их варианты.

Тема 4. Понятие о технологии разреженных матриц: диагональная, профильная, связанные схемы разреженного хранения. Упорядоченные и неупорядоченные разреженные строчные и столбцовые форматы. Реализация схемы хранения и операций в системе MatLab.

Тема 5. Алгоритмические аспекты реализации методов решения СЛАУ на ЭВМ. Понятие о перенумерации неизвестных: алгоритмы Катхилла-Макки, минимальной степени, параллельных сечений. Демонстрация реализации объекта sparse в системе MatLab на конкретных примерах.

Тема 6. Итерационные методы решения СЛАУ с большими разреженными матрицами. Двухслойные и трехслойные методы. Оптимизация двухслойных методов для симметричных матриц.

Тема 7. Вариационные методы наискорейшего спуска и сопряженных градиентов. Сходимость МНС. Методы с предобуславливанием. Построение матриц предобуславливания на основе неполных LU и LDL разложений.

Тема 8. Задача на собственные значения матриц. Свойства решений. Обобщенная проблема. Редукция к задаче для 3-х диагональной матрицы в случае заполненных симметричных матриц методом отражения.

Тема 9. Частичная и полная проблема на собственные значения. Степенной метод, метод бисекции и понятие о QL алгоритме.

Тема 10. Метод Ланцоша решения частичной задачи с большими разреженными матрицами.

Тема 11. Двумерные и трехмерные краевые задачи эллиптического типа. Нестационарные задачи. Понятия о сильном и слабом решении. Сеточные методы их приближенного определения. Сложность возникающих задач. Понятие о нелинейных задачах и системах на примере уравнений Навье-Стокса.

Тема 12. Определение метода конечных элементов на примере двумерных эллиптических уравнений второго порядка. Простейшие треугольные элементы. Структура разреженности матрицы МКЭ и ее свойства.

Тема 13. Алгоритмические аспекты МКЭ: алгоритмы триангуляции области, алгоритмы формирования глобальной и локальной матрицы. Схемы на основе элементов высокого порядка.

Тема 14. МКЭ для уравнений параболического типа. Формирование задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о явных и неявных методах их решения на примере метода Эйлера.

Тема 15. Основные этапы и вопросы, возникающие при автоматизации решения краевых задач для стационарных и нестационарных задач на ЭВМ. Демонстрация системы pdetool в Matlab.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

По данной дисциплине предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы для зачета - Приложение1.

7.1. Основная литература:

1. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.: Наука, 1975.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1987.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Изд-во Бином. Лаборатория знаний, 2007. - 640 с.
5. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. М.: Наука, Часть 1,2.1966

7.2. Дополнительная литература:

1. Волошановская С.Н. Методы вычислений. Казань, КГУ, 1985
2. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях: Учебное пособие. - М.: Высшая школа, 2000. - 190 с
3. Волков Е.А. Численные методы. - М.: Наука, 1987.
4. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978.
5. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1989.
6. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. - М.: МФТИ, 1994
7. Локуцкий О.В., Гавриков М.Б. Начала численного анализа. М.: Янус, 1995

7.3. Интернет-ресурсы:

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Освоение дисциплины "Современные проблемы вычислительной математики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.68 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Системный анализ и информационные технологии .

Автор(ы):

Даутов Р.З. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

"__" _____ 201__ г.