

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Высшая школа информационных технологий и интеллектуальных систем



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д. А. Таюрский

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Математический анализ

Направление подготовки: 09.03.04 - Программная инженерия

Профиль подготовки: Технологии разработки информационных систем

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Широкова Е.А. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Elena.Shirokova@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-7	способностью к самоорганизации и самообразованию

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Основные определения и приемы математического анализа

Должен уметь:

Ставить и решать задачи методами математического анализа и сводить физические задачи к решению дифференциальных уравнений

Должен владеть:

приемами дифференцирования, интегрирования и решения дифференциальных уравнений.

Должен демонстрировать способность и готовность:

Овладеть приемами и методами исследований функций одной и нескольких переменных с применением аппарата пределов и производных. Научиться методам приближений функций с помощью частных сумм рядов. Овладеть приемами решений дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений. Обучиться методам интегрирования и ознакомиться с приложениями определенных интегралов.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.Б.7 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 09.03.04 "Программная инженерия (Технологии разработки информационных систем)" и относится к базовой (общепрофессиональной) части.

Осваивается на 1 курсе в 1, 2 семестрах.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных(ые) единиц(ы) на 324 часа(ов).

Контактная работа - 144 часа(ов), в том числе лекции - 72 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 72 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 108 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Аксиоматический метод. Аксиоматика и интерпретация множества вещественных чисел. Топология множества вещественных чисел.	1	6	0	2	6

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Пределы последовательностей.	1	4	0	6	6
3.	Тема 3. Пределы функций. Непрерывность функций в точке и на отрезке. Сравнение бесконечно малых.	1	4	0	6	10
4.	Тема 4. Дифференцируемость функции. Производные, способы дифференцирования.	1	4	0	4	10
5.	Тема 5. Производные высших порядков. Формула Тейлора и ее применение.	1	4	0	4	8
6.	Тема 6. Приложение теории пределов и производных к исследованию функции.	1	4	0	4	12
7.	Тема 7. Функции нескольких переменных. Обобщение понятий предела и условия дифференцируемости. Матрица Якоби. Обобщение формулы Тейлора.	1	4	0	4	16
8.	Тема 8. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум.	1	4	0	6	14
9.	Тема 9. Первообразная. Таблица первообразных. Методы замены переменной и интегрирования по частям.	1	2	0	0	8
10.	Тема 10. Интегрирование рациональных дробей, некоторых классов тригонометрических функций.	2	4	0	4	2
11.	Тема 11. Интеграл Римана. Приложения интеграла Римана по отрезку.	2	4	0	4	2
12.	Тема 12. Несобственные интегралы 1го и 2го рода.	2	4	0	4	2
13.	Тема 13. Числовые ряды.	2	6	0	6	2
14.	Тема 14. Ряды Тейлора.	2	2	0	2	2
15.	Тема 15. Ряды Фурье	2	2	0	2	2
16.	Тема 16. Дифференциальные уравнения 1-го рода и задача Коши.	2	6	0	6	2
17.	Тема 17. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Линейные системы.	2	6	0	6	2
18.	Тема 18. Элементы теории устойчивости.	2	2	0	2	2
	Итого		72	0	72	108

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

**Тема 1. Аксиоматический метод. Аксиоматика и интерпретация множества вещественных чисел. Топология множества вещественных чисел.**

Аксиоматика вещественных чисел. Подмножества вещественных чисел, их мощности. Понятие ограниченного множества, точные грани. Принцип Архимеда и его следствия. Окрестности. Типы точек множества. Теорема Вейерштрасса. Методы доказательств: от противного и по индукции. Вывод формулы бинома Ньютона. Примеры ♦♦1-29 из Демидовича.

## **Тема 2. Пределы последовательностей.**

Определение и свойства предела последовательности (элементарные, арифметические и основные свойства). Критерий Коши существования предела последовательности. Раскрытие неопределенностей. Число Непера. Решение примеров на раскрытие неопределенностей. Примеры ♦♦41-150 из Демидовича.

## **Тема 3. Пределы функций. Непрерывность функций в точке и на отрезке. Сравнение бесконечно малых.**

Определение предела функции в точке. Первый и второй замечательные пределы. Следствия из второго замечательного предела. Точки разрыва. Сравнение бесконечно малых величин. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Раскрытие неопределенностей различного вида с применением замечательных пределов. Примеры ♦♦411-606 из Демидовича.

## **Тема 4. Дифференцируемость функции. Производные, способы дифференцирования.**

Условие дифференцируемости функции в точке. Производная. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к кривой в точке. Физический смысл производной. Вычисление производных сложной и обратной функций. Заполнение таблицы производных. Вычисление производных функций, заданных неявно и параметрически. Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа. Примеры ♦♦845-1110 из Демидовича.

## **Тема 5. Производные высших порядков. Формула Тейлора и ее применение.**

Производные высших порядков. Способы вычисления. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора (локальная и с остаточным членом) и ее приложения для приближенных вычислений и для вычисления предела функции в точке. Правило Лопиталя. Примеры ♦♦1111-1232, 1318-1410 из Демидовича.

## **Тема 6. Приложение теории пределов и производных к исследованию функции.**

Необходимое и достаточное условия монотонности функции на промежутке. Экстремум. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Условие выпуклости функции. Асимптоты кривой. Приложение производной к решению задач оптимизации.

Примеры ♦♦1268-1290, 1299-1314, 1414-1456, 1556-1590 из Демидовича.

## **Тема 7. Функции нескольких переменных. Обобщение понятий предела и условия дифференцируемости. Матрица Якоби. Обобщение формулы Тейлора.**

Функции нескольких переменных. Примеры функций 2х переменных и график такой функции. Понятие окрестности точки в многомерном пространстве. Переход к полярным и сферическим координатам при вычислении пределов функций 2х и 3х переменных. Определение дифференцируемости функции нескольких переменных в точке. Определение дифференцируемости вектор-функции нескольких переменных в точке. Матрица Якоби. Существование производных 1-го порядка и дифференцируемость. Геометрический смысл производных первого порядка функции двух переменных. Уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной явно. Производная по направлению. Градиент. Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных. Формула Тейлора.

## **Тема 8. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум.**

Определение локального экстремума функции нескольких переменных. Необходимый признак локального экстремума. Достаточный признак локального экстремума. Случаи функции 2х переменных, случаи функции 3х и более переменных. Метод наименьших квадратов. Наибольшее и наименьшее значения функции в области. Условный экстремум. Метод исключения переменных. Метод Лагранжа. Функция Лагранжа и ее исследование. Работа в MAXIme.

## **Тема 9. Первообразная. Таблица первообразных. Методы замены переменной и интегрирования по частям.**

Определение первообразной, множество первообразных --- неопределенный интеграл. Таблица первообразных. Способ замены переменной. Способ интегрирования по частям. табличное интегрирование и решение примеров на интегрирование двумя способами.

Работа в MAXIme.

## **Тема 10. Интегрирование рациональных дробей, некоторых классов тригонометрических функций.**

Разложение рациональной функции на простейшие дроби. Интегрирование простейших дробей.

Интегрирование рациональных дробей от синусов и косинусов, а также частных видов таких дробей.

Универсальная тригонометрическая подстановка. Тригонометрические подстановки в интегралах от иррациональностей определенного вида. Работа в MAXIme.

## **Тема 11. Интеграл Римана. Приложения интеграла Римана по отрезку.**

Определение интеграла Римана по отрезку. Свойства интеграла Римана. Вычисление интеграла Римана с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Методы вычисления интеграла Римана. Приложение интеграла Римана к вычислению площадей областей на плоскости, длин дуг (на плоскости и в пространстве) и объемов по площадям поперечных сечений. Работа в MAXIme.

## **Тема 12. Несобственные интегралы 1го и 2го рода.**

Определение несобственного интеграла 1-го рода (по бесконечному промежутку). Вычисление и теорема сравнения. Решение примеров.

Определение несобственного интеграла 2-го рода (от неограниченной функции). Вычисление и теорема сравнения. Решение примеров ♦♦ 2334-2382 из Демидовича.

Работа в MAXIMe.

### **Тема 13. Числовые ряды.**

Определение суммы числового ряда. Необходимый признак сходимости. Основные свойства рядов. Знакоположительные ряды, необходимое и достаточное условие сходимости. Признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный.

Знакопеременный ряд. Абсолютная сходимость. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.

### **Тема 14. Ряды Тейлора.**

Функциональный ряд. Мажорантный признак. Степенной ряд. Интервал сходимости. Формулы для вычисления радиуса сходимости. Проверка сходимости ряда на концах интервала сходимости. Связь суммы ряда с коэффициентами ряда внутри интервала сходимости. Ряд Тейлора и его сумма как предел значений полиномов в формуле Тейлора. Формула Эйлера.

### **Тема 15. Ряды Фурье**

Ортогональная тригонометрическая система. Разложение в ряд по тригонометрической системе периодических функций. Формулы для коэффициентов. Случаи четной и нечетной функций. Случаи разрывов функции и поведение на концах интервала непериодической функции. Работа в MAXIMe.

### **Тема 16. Дифференциальные уравнения 1-го рода и задача Коши.**

Определение дифференциального уравнения, его порядок, общее и частные решения. Задача Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка. Уравнение с разделяющимися переменными, однородные диф. уравнения 1-го порядка. Линейное уравнение первого порядка, уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка. Работа в MAXIMe. Сведение уравнений высших порядков к уравнению 1-го порядка. Постановка задач Коши. Работа в MAXIMe.

### **Тема 17. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Линейные системы.**

Линейное дифференциальное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Сведение к решению системы уравнений 1-го порядка, аналог теоремы существования и единственности для вектор-функции. Общее и частные решения однородного уравнения. Вронскиан. Характеристическое уравнение. Различные случаи корней характеристического уравнения. Решение неоднородного уравнения методами вариации произвольных постоянных и неопределенных коэффициентов. Сведение системы линейных диф. уравнений к уравнению высшего порядка. Характеристическое уравнение для системы. Работа в MAXIMe.

### **Тема 18. Элементы теории устойчивости.**

Исследование устойчивости решения системы двух линейных дифференциальных уравнений. Типы особых точек. Поведение траекторий в окрестности особой точки. Работа в MAXIMe.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Дифференциальные уравнения - <http://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=569>

Интегрирование - <http://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=668>

Математика - <http://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=528>



При подготовке к письменным домашним заданиям второго семестра целесообразно пользоваться методическим пособием Широковой Е.А.

Первая контрольная работа во втором семестре позволяет оценить знания студентов в плане приложения интеграла Римана и несобственного интеграла для вычисления площадей, длин дуг и объемов.

Вторая контрольная работа во втором семестре позволяет оценить знания студентов о типах интегральных уравнений, разрешаемых в квадратурах и умения решать соответствующие задачи Коши.

При проведении лабораторных занятий рекомендуется для упрощения вычислений применять программный пакет MAXIMA и проводить занятия в компьютерном классе.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.



Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 09.03.04 "Программная инженерия" и профилю подготовки "Технологии разработки информационных систем".

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 09.03.04 - Программная инженерия

Профиль подготовки: Технологии разработки информационных систем

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

#### Основная литература:

1. Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. [Электронный ресурс] : Учебные пособия ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2014. ? 464 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/149>.
2. Ивашев-Мусатов, О.С. Начала математического анализа. [Электронный ресурс] : Учебные пособия ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2009. ? 256 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/161>.
3. Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление. Лекции и практикум. [Электронный ресурс] : Учебные пособия ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2009. ? 288 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/302>.

#### Дополнительная литература:

1. Карташев, А.П. Математический анализ. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2007. ? 448 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/178>.
2. Туганбаев, А. А. Математический анализ : Ряды [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 3-е изд., доп. - М.: ФЛИНТА, 2012. - 49 с. - ISBN 978-5-9765-1405-8 <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=462668>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.Б.7 Математический анализ

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 09.03.04 - Программная инженерия

Профиль подготовки: Технологии разработки информационных систем

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.