

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Уравнения математической физики БЗ.В.1**

Направление подготовки: 010800.62 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Салехова И.Г.

**Рецензент(ы):**

Астафьева Л.К. , Астафьева Лилия Кабировна

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Обносков Ю. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 8172614

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Салехова И.Г. Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , llysia.Salekhova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Уравнения математической физики" являются:

- 1) фундаментальная подготовка в области уравнений в частных производных;
- 2) овладение аналитическими методами математической физики;
- 3) овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях;
- 4) приобретение навыков математического моделирования процессов и объектов, разработки математических методов решения задач механики.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.1 Профессиональный" основной образовательной программы 010800.62 Механика и математическое моделирование и относится к вариативной части. Осваивается на 3 курсе, 5, 6 семестры.

Цикл Б3.В.1. Дисциплина "Уравнения математической физики" является продолжением курса "Дифференциальных уравнений" в базовой части цикла профессиональных дисциплин.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, алгебра, дифференциальные уравнения.

Освоение дисциплины "Уравнения математической физики" необходимо при последующем изучении дисциплин (модулей) "Численные методы", "Механика сплошных сред", специальных курсов.

Читается на 3 курсе (5-6 семестр).

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-11 (общекультурные компетенции)	□ владеть способностью и готовностью использования в профессиональной деятельности фундаментальной подготовки по основам профессиональных знаний
ПК-10 (профессиональные компетенции)	□ понимать корректность постановок задач
ПК-12 (профессиональные компетенции)	□ обладать глубоким пониманием сути точности фундаментального знания
ПК-15 (профессиональные компетенции)	□ обладать способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-8 (профессиональные компетенции)	□ уметь ориентироваться в постановках задач

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-9 (профессиональные компетенции)	□ знать корректные постановки классических задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории уравнений в частных производных, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

2. должен уметь:

решать задачи теоретического характера в области уравнений в частных производных.

3. должен владеть:

математическим аппаратом уравнений в частных производных, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

понимать роль дисциплины в познании мира, роль математического моделирования, использующего язык дифференциальных уравнений в этом процессе.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Постановка задач математической физики. Корректность постановок задач ма-тематической физики.	5	1-4	8	0	8	письменная работа домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных.	5	5-7	6	0	6	контрольная работа домашнее задание
3.	Тема 3. Задача Коши	5	8	2	0	6	контрольная работа домашнее задание
4.	Тема 4. Формулы Грина. Задача на собственные значения.	5	9-11	6	0	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Уравнения гиперболического типа. Смешанная задача для уравнения колебаний.	5	12-15	8	0	8	контрольная работа домашнее задание
6.	Тема 6. Задача Коши для волнового уравнения.	5	16-18	6	0	6	домашнее задание
7.	Тема 7. Уравнения параболического типа. Смешанная задача для уравнения диффузии.	6	1-3	6	0	6	домашнее задание
8.	Тема 8. Задача Коши для уравнения теплопроводности.	6	4-5	4	0	4	контрольная работа домашнее задание
9.	Тема 9. Уравнения эллиптического типа. Постановка граничных задач для стационарного типа.	6	6	2	0	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Свойства гармонических функций.	6	7	2	0	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Задача Дирихле.	6	8-11	8	0	8	контрольная работа домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Задача Неймана.	6	12	2	0	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Теория потенциалов.	6	13	2	0	2	домашнее задание
14.	Тема 14. Метод интегральных преобразований.	6	14	2	0	2	домашнее задание
15.	Тема 15. Обобщенные решения краевых задач.	6	15	4	0	6	домашнее задание
16.	Тема 16. Некоторые дополнительные сведения	6	16	2	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	экзамен
	Итого			70	0	70	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Постановка задач математической физики. Корректность постановок задач математической физики.

###### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Вывод уравнения колебаний струны. Постановка смешанной задачи (задачи Коши-Адамара) и задачи Коши для уравнения колебаний струны. Уравнение колебаний мембраны, колебание упругого тела. Общее уравнение колебаний. Колебание балки. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка задач для уравнения теплопроводности. Задача распространения тепла в однородном стержне. Уравнение диффузии. Уравнение конвективной диффузии. Общее уравнение диффузии. Стационарное тепловое поле. Уравнение Пуассона, Лапласа. Постановка граничных задач. Вывод уравнения неразрывности. Уравнение пьезопроводности. Движение не-сжимаемой однородной жидкости. Задача обтекания твердого тела. Корректность постановок задач математической физики. Пример Адамара.

###### **лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦1. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ МА-ТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ (КОЛЕБАНИЕ СТРУН И СТЕРЖНЕЙ). Практическое занятие ♦2. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ МА-ТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ (ЗАДАЧА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛА). \*Номера практических занятий соответствуют номерам практических занятий [6] (основная литература).

##### Тема 2. Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных.

###### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка в случае  $n$  независимых переменных. Классификация и приведение к каноническому виду в случае двух независимых переменных.

###### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦3. КЛАССИФИКАЦИЯ И ПРИВЕДЕНИЕ К КАНОНИЧЕ-СКОМУ ВИДУ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА В СЛУЧАЕ N ПЕРЕМЕННЫХ. Практическое занятие ♦4. КЛАССИФИКАЦИЯ И ПРИВЕДЕНИЕ К КАНОНИЧЕ-СКОМУ ВИДУ В СЛУЧАЕ 2-х НЕЗАВИСИМЫХ ПЕРЕМЕННЫХ. Практическое занятие ♦5. НАХОЖДЕНИЕ ОБЩИХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ (МЕТОД ХАРАКТЕРИСТИК).

### **Тема 3. Задача Коши**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Понятие характеристики. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения второго порядка. Роль характеристик в постановке задачи Коши. Теорема Коши-Ковалевской.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦6. ЗАДАЧА КОШИ И ГУРСА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА. Практическое занятие ♦7. ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ. ФОРМУЛА ДАЛАМБЕРА. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ. Практическое занятие ♦8. ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛЫ ДАЛАМБЕРА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ДЛЯ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ СТРУНЫ. Практическое занятие ♦9. ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛЫ ДАЛАМБЕРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОГРАНИЧЕННОЙ СТРУНЫ.

### **Тема 4. Формулы Грина. Задача на собственные значения.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Формулы Грина для самосопряженного дифференциального оператора. Задача на собственные значения. Свойства собственных значений и собственных функций.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦10. ЗАДАЧА НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ Практическое занятие ♦19. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ.

### **Тема 5. Уравнения гиперболического типа. Смешанная задача для уравнения колебаний.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Постановка смешанной задачи. Общая схема решения смешанной задачи для однородного уравнения колебаний методом Фурье. Свободные колебания конечной струны, закрепленной на концах.(решение задачи методом Фурье, обоснование решения, физическая интерпретация решения). Решение задачи для неоднородного уравнения. Случай неоднородных граничных условий. Вывод энергетического равенства смешанной задачи для уравнения колебаний. Вывод априорных оценок для решения смешанной задачи. Теоремы единственности и устойчивости.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦18. ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ И ИХ СВОЙСТВА.

### **Тема 6. Задача Коши для волнового уравнения.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Решение задачи Коши для волнового уравнения методом усреднения. Физическая интерпретация решения. Метод спуска. Колебание бесконечной мембраны. Физическая интерпретация. Колебание бесконечной струны. Физическая интерпретация. Применение формулы Даламбера к задачам о колебаниях полубесконечной и конечной струны. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Теоремы единственности и устойчивости задачи Коши. Метод Римана решения задачи Коши.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦11. МЕТОД ФУРЬЕ РЕШЕНИЯ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА (СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ). Практическое занятие ♦12. КОЛЕБАНИЯ В СРЕДЕ С СОПРОТИВЛЕНИЕМУПРУ-ГОЕ ЗАКРЕПЛЕНИЕ КОНЦОВ. Практическое занятие ♦13. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ (МЕТОДСОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ). Практическое занятие ♦14. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ (НЕОДНОРОДНОСТЬ В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ).

## **Тема 7. Уравнения параболического типа. Смешанная задача для уравнения диффузии.**

### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Постановка смешанной задачи для уравнения диффузии. Принцип максимума и минимума для уравнения диффузии. Теоремы единственности и устойчивости решений смешанной при граничных условиях первого рода. Метод Фурье решения смешанной задачи.

Распространение тепла в конечном стержне с концами, поддерживаемыми при нулевой температуре (решение задачи методом Фурье, физическая интерпретация, функция Грина).

### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦15. МЕТОД ФУРЬЕ РЕШЕНИЯ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

## **Тема 8. Задача Коши для уравнения теплопроводности.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Постановка задачи. Единственность решения задачи. Задача распространения тепла в неограниченном стержне Решение задачи с помощью функции Грина.

### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.

## **Тема 9. Уравнения эллиптического типа. Постановка граничных задач для стационарного типа.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Постановка граничных задач для стационарного уравнения, для уравнения Пуассона  
Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление дважды непрерывно-дифференцируемых в замкнутой области функций

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦16. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА. Практическое занятие ♦17. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ КРУГОВЫХ ГРАНИЦ.

## **Тема 10. Свойства гармонических функций.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Свойства гармонических функций.

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦16. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА. Практическое занятие ♦17. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ КРУГОВЫХ ГРАНИЦ.

## **Тема 11. Задача Дирихле.**

### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Теоремы единственности и устойчивости решений задачи Дирихле. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье. Интеграл Пуассона. Метод функции Грина решения задачи Дирихле. Методы построения функции Грина. Решение задачи Дирихле для шара. Поведение гармонических функций и их производных на бесконечности.

### **лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦21. МЕТОД ФУНКЦИИ ГРИНА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА (СЛУЧАЙ 3-х ПЕРЕМЕННЫХ). Практическое занятие ♦22. МЕТОД ФУНКЦИИ ГРИНА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА (СЛУЧАЙ 2-х ПЕРЕМЕННЫХ).

## **Тема 12. Задача Неймана.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Постановка задачи Неймана. Корректность задачи Неймана.

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**



Практическое занятие ♦16. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА. Практическое занятие ♦17. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ КРУГОВЫХ ГРАНИЦ.

**Тема 13. Теория потенциалов.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Потенциалы простого, двойного слоя, Ньютонов потенциал. Свойства потенциалов. Применение потенциалов к решению задач Дирихле и Неймана.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Применение потенциалов к решению задач Дирихле и Неймана.

**Тема 14. Метод интегральных преобразований.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Понятие преобразований Лапласа, Фурье, Меллина. Применение интегральных преобразований к решению задач.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦20. МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА.

**Тема 15. Обобщенные решения краевых задач.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Обобщенные функции. Операции над обобщенными функциями (напомнить сведения, даваемые в курсе функционального анализа) Обобщенные решения линейных дифференциальных уравнений. Обобщенные решения краевых задач.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Практическое занятие ♦23. ОБОБЩЕННЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА. Практическое занятие ♦24. ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ.

**Тема 16. Некоторые дополнительные сведения**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Уравнения смешанного типа. Примеры задач, приводящих к уравнениям смешанного типа. Метод вычислительного эксперимента решения задач математической физики. Современные проблемы теории уравнений с частными производными

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Постановка задач математической физики. Корректность постановок задач математической физики.	5	1-4	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	2	письменная работа
2.	Тема 2. Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных.	5	5-7	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Задача Коши	5	8	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
4.	Тема 4. Формулы Грина. Задача на собственные значения.	5	9-11	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Уравнения гиперболического типа. Смешанная задача для уравнения колебаний.	5	12-15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
6.	Тема 6. Задача Коши для волнового уравнения.	5	16-18	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
7.	Тема 7. Уравнения параболического типа. Смешанная задача для уравнения диффузии.	6	1-3	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
8.	Тема 8. Задача Коши для уравнения теплопроводности.	6	4-5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
9.	Тема 9. Уравнения эллиптического типа. Постановка граничных задач для стационарного типа.	6	6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Свойства гармонических функций.	6	7	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Задача Дирихле.	6	8-11	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
12.	Тема 12. Задача Неймана.	6	12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Теория потенциалов.	6	13	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
14.	Тема 14. Метод интегральных преобразований.	6	14	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
15.	Тема 15. Обобщенные решения краевых задач.	6	15	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
	Итого				76	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Постановка задач математической физики. Корректность постановок задач математической физики.

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦1. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ (КОЛЕБАНИЕ СТРУН И СТЕРЖНЕЙ). Практическое занятие ♦2. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ (ЗАДАЧА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛА).

письменная работа , примерные вопросы:

Постановка задач для колебания струны и стержня

### Тема 2. Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных.

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦3. КЛАССИФИКАЦИЯ И ПРИВЕДЕНИЕ К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА В СЛУЧАЕ N ПЕРЕМЕННЫХ. Практическое занятие ♦4. КЛАССИФИКАЦИЯ И ПРИВЕДЕНИЕ К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ В СЛУЧАЕ 2-х НЕЗАВИСИМЫХ ПЕРЕМЕННЫХ. Практическое занятие ♦5. НАХОЖДЕНИЕ ОБЩИХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ (МЕТОД ХАРАКТЕРИСТИК).

контрольная работа , примерные вопросы:

Нахождения общих решения уравнения в частных производных.

### Тема 3. Задача Коши

домашнее задание , примерные вопросы:

Понятие характеристики. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения второго порядка. Роль характеристик в постановке задачи Коши. Теорема Коши-Ковалевской.

контрольная работа , примерные вопросы:

Задача Коши и Гурса для уравнений гиперболического типа.

### Тема 4. Формулы Грина. Задача на собственные значения.

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦10. ЗАДАЧА НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ Практическое занятие ♦19. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ.

### Тема 5. Уравнения гиперболического типа. Смешанная задача для уравнения колебаний.

домашнее задание , примерные вопросы:

## Практическое занятие ♦18. ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ И ИХ СВОЙСТВА.

контрольная работа , примерные вопросы:

Функции Бесселя и их свойства.

### **Тема 6. Задача Коши для волнового уравнения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦11. МЕТОД ФУРЬЕ РЕШЕНИЯ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА (СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ). Практическое занятие ♦12. КОЛЕБАНИЯ В СРЕДЕ С СОПРОТИВЛЕНИЕМУПРУ-ГОЕ ЗАКРЕПЛЕНИЕ КОНЦОВ. Практическое занятие ♦13. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ (МЕТОДСОБСТВЕН-НЫХ ФУНКЦИЙ). Практическое занятие ♦14. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ (НЕОДНОРОДНОСТЬ В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ).

### **Тема 7. Уравнения параболического типа. Смешанная задача для уравнения диффузии.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦15. МЕТОД ФУРЬЕ РЕШЕНИЯ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

### **Тема 8. Задача Коши для уравнения теплопроводности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Постановка задачи. Единственность решения задачи. Задача распространения тепла в неограниченном стержне Решение задачи с помощью функции Грина.

контрольная работа , примерные вопросы:

Задача Коши для уравнения теплопроводности.

### **Тема 9. Уравнения эллиптического типа. Постановка граничных задач для стационарного типа.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦16. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА. Практическое занятие ♦17. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ КРУГОВЫХ ГРАНИЦ.

### **Тема 10. Свойства гармонических функций.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦16. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА. Практическое занятие ♦17. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ КРУГОВЫХ ГРАНИЦ.

### **Тема 11. Задача Дирихле.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦21. МЕТОД ФУНКЦИИ ГРИНА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА (СЛУЧАЙ 3-х ПЕРЕМЕННЫХ. Практическое занятие ♦22. МЕТОД ФУНКЦИИ ГРИНА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА (СЛУЧАЙ 2-х ПЕРЕМЕННЫХ).

контрольная работа , примерные вопросы:

Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

### **Тема 12. Задача Неймана.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦16. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА. Практическое занятие ♦17. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В СЛУЧАЕ КРУГОВЫХ ГРАНИЦ.

### **Тема 13. Теория потенциалов.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Применение потенциалов к решению задач Дирихле и Неймана.

### **Тема 14. Метод интегральных преобразований.**

домашнее задание , примерные вопросы:

## Практическое занятие ♦20. МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА.

### Тема 15. Обобщенные решения краевых задач.

домашнее задание , примерные вопросы:

Практическое занятие ♦23. ОБОБЩЕННЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА. Практическое занятие ♦24. ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ.

### Тема 16. Некоторые дополнительные сведения

#### Тема . Итоговая форма контроля

#### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В каждом семестре проводятся по 2 контрольные работы (на семинарах). Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ. В конце 6 семестра экзамен.

## ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО КУРСУ "УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ"

Вопросы для билетов к экзаменам

Перечень теоретических вопросов, включенных в билеты:

1. Математический метод исследования физической задачи (на примере малых поперечных колебаний струны, закрепленной на концах). Решение задачи методом Фурье, обоснование решения, интерпретация решения.
2. Вывод уравнения теплопроводности, постановка задач для него. Уравнение диффузии, общее уравнение диффузии, постановка смешанной задачи для него. Стационарное уравнение, уравнение Пуассона, Лапласа, постановка граничных задач для них.
3. Потенциальное движение несжимаемой жидкости (вывод уравнения). Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление дважды непрерывно дифференцируемых в замкнутой области функций.
4. Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка в случае  $n$  независимых переменных.
5. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка в случае двух независимых переменных. Приведение их к каноническому виду.
6. Формулы Грина. Задача на собственные значения. Решение смешанной задачи для однородного уравнения колебаний методом Фурье.
7. Интеграл энергии смешанной задачи для уравнения колебаний. Вывод основного соотношения для интеграла энергии (закона сохранения энергии).
8. Вывод априорных оценок для решения смешанной задачи для уравнения колебаний. Теоремы единственности и устойчивости решений смешанной задачи (указание: закон сохранения энергии взять без вывода).
9. Решение задачи Коши для однородного волнового уравнения при  $n=3$  методом усреднения. Физическая интерпретация решения.
10. Решение задачи Коши для волнового уравнения в одномерном и двумерном случаях методом спуска. Физическая интерпретация решения.
11. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения. Решение задачи. Теоремы единственности и устойчивости при  $n=1$ .
12. Смешанная задача для уравнения диффузии. Постановка задачи. Принцип максимума. Теоремы единственности и устойчивости решений смешанной задачи.
13. Задача распространения тепла в однородном конечном стержне (решение задачи для однородного уравнения методом Фурье, обоснование решения, физическая интерпретация, функция Грина).
14. Задача распространения тепла в стержне при условии, что по стержню непрерывно распределены источники тепла (решение задачи, физическая интерпретация решения, функция Грина).

15. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теорема единственности. Решение задачи для однородного уравнения при  $n=1$  с помощью функции Грина.
16. Основные свойства гармонических функций.
17. Теорема единственности решения внутренней и внешней задачи Дирихле. Устойчивость внутренней задачи Дирихле.
18. Метод функции Грина решения задачи Дирихле. Методы построения функции Грина.
19. Поведение гармонических функций и их производных на бесконечности. Задача Неймана. Корректности задачи Неймана.
20. Потенциалы простого, двойного слоя, Ньютонов потенциал. Свойства потенциалов. Применение потенциалов к решению задач Дирихле и Неймана.

В каждый билет входит один теоретический вопрос и одна теоретическая задача, требующая применения соответствующего математического аппарата из другого раздела.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет ♦1

1. Задача распространения тепла в однородном конечном стержне (решение задачи для однородного уравнения методом Фурье. обоснование решения. физическая интерпретация, функция Грина).
2. Доказать теорему о среднеарифметическом по сфере при  $n=2$ .

Билет ♦2

1. Решение задачи Коши для волнового уравнения в одномерном и двумерном случаях методом спуска. Физическая интерпретация решения.
2. Доказать принцип минимума для уравнения диффузии.

### 7.1. Основная литература:

1. Лекции об уравнениях с частными производными/ И.Г. Петровский. - М.: Физматлит, 2009. - 400 с.
2. Уравнения математической физики: учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. Издание 2-е, стереотипное. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 400 с.; 22. Библиогр.: с. 399 (5 назв.). ISBN 5-9221-0310-5
3. Уравнения математической физики/ А.М. Ильин. - ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2181](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2181)
4. Методическое пособие для проведения практических занятий по курсу "Уравнения математической физики" / И. Г. Салехова, С. Г. Аблаева. - Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2010. - 149 с.
5. Уравнения математической физики / О.Ф.Меньших, Ю.Л.Файницкий. - Самара. Изд-во Самарского гос. аэрокосмического университета. 2006 - 118 с.  
<http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=8647>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, А.А. Вашарин, Х.Х. Каримова. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - с. 286 ISBN 5-9221-0309-1
2. Сборник задач по математической физике/ Б.М.Будак., А.А.Самарский, А.Н.Тихонов - М., ФИЗМАТЛИТ, 2004, - 688 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2122](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2122)
3. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования/ Н.Х.Ибрагимов. - Нижний Новгород: Издательство Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, 2007. - 421 с.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

EqWorld Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/education/edu-pde.htm>

EqWorld Мир математических уравнений УЧП - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-pde.htm>

Математическая физика Википедия -

[http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%F2%E5%EC%E0%F2%E8%F7%E5%F1%EA%E0%FF\\_%F4%E8%](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%F2%E5%EC%E0%F2%E8%F7%E5%F1%EA%E0%FF_%F4%E8%)

Портал Естественных Наук Форум - <http://e-science.ru/forum/index.php?>

2. Глушко В.П. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica.

Теория и технология решения задач. + CD. ISBN 978-5-8114-0983-9 2010 год 320 с. -

[http://lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=58&pl1\\_id=549](http://lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=58&pl1_id=549)

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Уравнения математической физики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010800.62 "Механика и математическое моделирование" и профилю подготовки  
Общий профиль .

Автор(ы):

Салехова И.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Астафьева Л.К. \_\_\_\_\_

Астафьева Лилия Кабировна \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.