

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Инженерный институт



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Методы оптимизации Б1.В.ДВ.6

Направление подготовки: 27.03.02 - Управление качеством

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Воронцов Д.П.

**Рецензент(ы):**

Хамидуллина Г.Р.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Хамидуллина Г. Р.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Инженерного института:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 868128217

Казань

2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, б/с Воронцов Д.П. кафедра управления качеством Инженерный институт, DPVoroncov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) 'Методы оптимизации' являются изучение теоретических основ оптимизации и понимание ее места в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин, знакомство с экономико-математическими моделями, а также развитие навыков самостоятельного решения проблем теории и методов решения экстремальных задач. Назначение освоения дисциплины - ознакомление студентов с базовыми моделями оптимизационного типа, основными методами их исследования и поиска решений. В числе рассматриваемых классов находятся задачи линейного программирования, включая задачи транспортного типа, и задачи о назначениях, решаемые с помощью конечных методов. Для исследования задач векторной оптимизации привлекается соответствующий аппарат. Рассматриваются элементы выпуклого анализа и условия оптимальности. Излагаются также основные подходы к решениям оптимизационных задач методами теории игр (матричных игр, игр с 'природой').

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.6 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 27.03.02 Управление качеством и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина "Методы оптимизации" изучается на третьем году обучения. Она основана на ряде курсов, изученных студентами по программе бакалавриата направления "Управление качеством", включая "Математика", "Экономика" и др.

В результате освоения дисциплины "Методы оптимизации" студенты смогут применить полученные теоретические и практические знания к решению различных прикладных проблем как при построении и обосновании различных методов оптимизации, так и при построении моделей математической экономики.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	Способность участвовать в проведении корректирующих и превентивных мероприятий, направленных на улучшение качества
ПК-13 (профессиональные компетенции)	Способность корректно формулировать задачи (проблемы) своей деятельности (проекта, исследования), устанавливать их взаимосвязи, строить модели систем задач (проблем), анализировать, диагностировать причины появления проблем
ПК-14 (профессиональные компетенции)	Умение идентифицировать основные процессы и участвовать в разработке их рабочих моделей
ПК-6 (профессиональные компетенции)	Способность использовать знания о принципах принятия решений в условиях неопределённости, о принципах оптимизации

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-20 (профессиональные компетенции)	Использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- роль и место оптимизации в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин, теорию и материал основных разделов линейного программирования, векторной оптимизации, теории игр, основные понятия и положения, лежащие в основе данной математической дисциплины.

2. должен уметь:

- применять основные результаты теории и методов оптимизации к решению различных прикладных проблем как при построении и обосновании различных методов оптимизации, так и при построении моделей математической экономики, а также в рамках практических задач управления качеством.

3. должен владеть:

- основным математическим аппаратом решения оптимизационных задач.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- формулировать экономические задачи в виде оптимизационных математических моделей;  
 - теоретически обосновывать применение математических методов решения оптимизационных задач;  
 - ориентироваться в программном обеспечении, используемом для анализа и решения задач оптимизации, иметь навыки использования пакетов аналитических вычислений;  
 - осуществлять концептуальный анализ получаемых результатов, делать практические выводы.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение. История развития, роль и место теории экстремальных задач в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин (Л.В. Канторович, Р. Беллман и др.). Экономико-математические модели: задача объемного планирования многопродуктового производства, классическая матричная транспортная задача, задача о диете (о смесях), задача о ранце (о загрузке судна), задача о назначениях, задача одномерного раскроя материалов.	6	1,2	2	2	0	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Линейное программирование. Задача линейного программирования (ЗЛП). Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП. Принцип динамического программирования на примере решения задачи о ранце.	6	3	1	1	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	<p>Тема 3. Выпуклые множества (ВМ). Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ.</p> <p>Выпуклые конусы. Опорные решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Базисы и соответствующие им частные решения СЛАУ. Опорные планы и допустимые базисы. Теорема о связи опорного плана и вершины допустимого многогранного множества. невырожденные и вырожденные опорные планы.</p>	6	4	1	1	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Симплексный метод (СМ) решения ЗЛП. Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ. Решение симметричной ЗЛП. Метод введения дополнительных переменных.	6	5	1	1	0	Контрольная работа Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Метод искусственного базиса (МИБ). Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.	6	6	1	1	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Элементы теории двойственности в линейном программировании. Пара взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности. Метод обратной матрицы (МОБ). Матрица обратная к базисной матрице. Формулы вычисления двойственных переменных, базисных координат опорного плана, коэффициентов разложения вектора по базису основанные на использовании матрицы обратной к базисной матрице. Алгоритм МОБ. Связь МОБ с симплексным методом.	6	7	1	1	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Транспортная задача (ТЗ). Закрытая транспортная модель. Свойства ТЗ. Разрешимость ТЗ. Алгоритм решения закрытой ТЗ. Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок. Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису. Метод потенциалов. Решение открытых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения). Фиктивные переменные.	6	8	1	1	0	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Графический метод. Алгоритм решения задач. Выбор оптимального варианта выпуска изделий. Экономический анализ задач с использованием графического метода.	6	9	1	1	0	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Задача о назначениях. Постановка задачи. Алгоритм решения (задачи). Венгерский метод. Планирование загрузки оборудования с учетом максимальной производительности станков. Выбор инвестпроектов в условиях ограниченности средств.	6	10	1	1	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Векторная оптимизация. Метод последовательных уступок: алгоритм применения. Метод ведущего критерия: алгоритм применения. Метод равных и наименьших относительных отклонений.	6	11	1	1	0	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Методы теории игр в оптимальных решениях. Предмет и основные понятия теории игр. Седловая точка, цена игры, чистые и смешанные стратегии. Графическое решение игр вида $(2 \times n)$ и $(m \times 2)$ . Игры с "природой".	6	12	1	1	0	Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Метод условного градиента (МУГ). Вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. Признак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ. Метод штрафных функций (МШФ). Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа. Штрафной множитель. Алгоритм МШФ.	6	13,14	2	2	0	Письменное домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Зачет
	Итого			14	14	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Введение. История развития, роль и место теории экстремальных задач в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин (Л.В. Канторович, Р. Беллман и др.). Экономико-математические модели: задача объемного планирования многопродуктового производства, классическая матричная транспортная задача, задача о диете (о смесях), задача о ранце (о загрузке судна), задача о назначениях, задача одномерного раскроя материалов.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Экономико-математические модели: задача объемного планирования многопродуктового производства, классическая матричная транспортная задача, задача о диете (о смесях), задача о ранце (о загрузке судна), задача о назначениях, задача одномерного раскроя материалов.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Концептуальная и математическая формулировка задачи объемного планирования многопродуктового производства, классической матричной транспортной задачи, задачи о диете (о смесях), задачи о ранце (о загрузке судна), задачи о назначениях, задачи одномерного раскроя материалов.

**Тема 2. Линейное программирование. Задача линейного программирования (ЗЛП). Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП. Принцип динамического программирования на примере решения задачи о ранце.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Задача линейного программирования (ЗЛП). Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Формулировка ЗЛП, преобразование ЗЛП из одной формы записи в другую.

**Тема 3. Выпуклые множества (ВМ). Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ. Выпуклые конусы. Опорные решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Базисы и соответствующие им частные решения СЛАУ. Опорные планы и допустимые базисы. Теорема о связи опорного плана и вершины допустимого многогранного множества. невырожденные и вырожденные опорные планы.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ. Выпуклые конусы.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Установление наличия (или отсутствия) выпуклости множеств. Геометрическая иллюстрация полученных результатов.

**Тема 4. Симплексный метод (СМ) решения ЗЛП. Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ. Решение симметричной ЗЛП. Метод введения дополнительных переменных.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Решение ЗЛП с помощью СМ.

**Тема 5. Метод искусственного базиса (МИБ). Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Решение практических примеров.

**Тема 6. Элементы теории двойственности в линейном программировании. Пара взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности. Метод обратной матрицы (МОБ). Матрица обратная к базисной матрице. Формулы вычисления двойственных переменных, базисных координат опорного плана, коэффициентов разложения вектора по базису основанные на использовании матрицы обратной к базисной матрице. Алгоритм МОБ. Связь МОБ с симплексным методом.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Пара взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Формулировка двойственных задач при симметричной и канонической форме исходных задач. Геометрическая иллюстрация свойств взаимосопряженных симметричных ЗЛП.

**Тема 7. Транспортная задача (ТЗ). Закрытая транспортная модель. Свойства ТЗ. Разрешимость ТЗ. Алгоритм решения закрытой ТЗ. Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок. Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису. Метод потенциалов. Решение открытых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения). Фиктивные переменные.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Закрытая транспортная задача. Свойства ТЗ. Разрешимость ТЗ. Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису. Метод потенциалов. Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок. Решение открытых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения). Фиктивные переменные.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Численное решение ТЗ.

**Тема 8. Графический метод. Алгоритм решения задач. Выбор оптимального варианта выпуска изделий. Экономический анализ задач с использованием графического метода.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Графический метод. Алгоритм решения задач.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Выбор оптимального варианта выпуска изделий (решения задач). Экономический анализ задач с использованием графического метода.

**Тема 9. Задача о назначениях. Постановка задачи. Алгоритм решения (задачи). Венгерский метод. Планирование загрузки оборудования с учетом максимальной производительности станков. Выбор инвестпроектов в условиях ограниченности средств.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Задача о назначениях. Постановка задачи. Алгоритм решения (задачи). Венгерский метод.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Планирование загрузки оборудования с учетом максимальной производительности станков (решения задач). Выбор инвестпроектов в условиях ограниченности средств.

**Тема 10. Векторная оптимизация. Метод последовательных уступок: алгоритм применения. Метод ведущего критерия: алгоритм применения. Метод равных и наименьших относительных отклонений.**

***лекционное занятие (1 часа(ов)):***

Векторная оптимизация. Метод последовательных уступок: алгоритм применения. Метод ведущего критерия: алгоритм применения. Метод равных и наименьших относительных отклонений.

***практическое занятие (1 часа(ов)):***

Выполнение практических заданий.

**Тема 11. Методы теории игр в оптимальных решениях. Предмет и основные понятия теории игр. Седловая точка, цена игры, чистые и смешанные стратегии. Графическое решение игр вида  $(2 \times n)$  и  $(m \times 2)$ . Игры с "природой".**

***лекционное занятие (1 часа(ов)):***

Методы теории игр в оптимальных решениях. Предмет и основные понятия теории игр. Седловая точка, цена игры, чистые и смешанные стратегии.

***практическое занятие (1 часа(ов)):***

Графическое решение игр вида  $(2 \times n)$  и  $(m \times 2)$ . Игры с "природой".

**Тема 12. Метод условного градиента (МУГ). Вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. Признак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ. Метод штрафных функций (МШФ). Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа. Штрафной множитель. Алгоритм МШФ.**

***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. Признак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ.

***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Построение нескольких точек итерационной последовательности с помощью МУГ. Геометрическая иллюстрация.

### **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение. История развития, роль и место теории экстремальных задач в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин (Л.В. Канторович, Р. Беллман и др.). Экономико-математические модели: задача объемного планирования многопродуктового производства, классическая матричная транспортная задача, задача о диете (о смесях), задача о ранце (о загрузке судна), задача о назначениях, задача одномерного раскроя материалов.	6	1,2	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Линейное программирование. Задача линейного программирования (ЗЛП). Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП. Принцип динамического программирования на примере решения задачи о ранце.	6	3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	<p>Тема 3. Выпуклые множества (ВМ). Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ. Выпуклые конусы. Опорные решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Базисы и соответствующие им частные решения СЛАУ. Опорные планы и допустимые базисы. Теорема о связи опорного плана и вершины допустимого многогранного множества. невырожденные и вырожденные опорные планы.</p>	6	4	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	<p>Тема 4. Симплексный метод (СМ) решения ЗЛП. Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ. Решение симметричной ЗЛП. Метод введения дополнительных переменных.</p>	6	5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Метод искусственного базиса (МИБ). Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.	6	6	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
6.	Тема 6. Элементы теории двойственности в линейном программировании. Пара взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности. Метод обратной матрицы (МОБ). Матрица обратная к базисной матрице. Формулы вычисления двойственных переменных, базисных координат опорного плана, коэффициентов разложения вектора по базису основанные на использовании матрицы обратной к базисной матрице. Алгоритм МОБ. Связь МОБ с симплексным методом.	6	7	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	<p>Тема 7. Транспортная задача (ТЗ). Закрытая транспортная модель. Свойства ТЗ. Разрешимость ТЗ. Алгоритм решения закрытой ТЗ. Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок. Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису. Метод потенциалов. Решение открытых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения). Фиктивные переменные.</p>	6	8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
8.	<p>Тема 8. Графический метод. Алгоритм решения задач. Выбор оптимального варианта выпуска изделий. Экономический анализ задач с использованием графического метода.</p>	6	9	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
9.	<p>Тема 9. Задача о назначениях. Постановка задачи. Алгоритм решения (задачи). Венгерский метод. Планирование загрузки оборудования с учетом максимальной производительности станков. Выбор инвестпроектов в условиях ограниченности средств.</p>	6	10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Векторная оптимизация. Метод последовательных уступок: алгоритм применения. Метод ведущего критерия: алгоритм применения. Метод равных и наименьших относительных отклонений.	6	11	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
11.	Тема 11. Методы теории игр в оптимальных решениях. Предмет и основные понятия теории игр. Седловая точка, цена игры, чистые и смешанные стратегии. Графическое решение игр вида $(2 \times n)$ и $(m \times 2)$ . Игры с "природой".	6	12	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
12.	Тема 12. Метод условного градиента (МУГ). Вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. Признак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ. Метод штрафных функций (МШФ). Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа. Штрафной множитель. Алгоритм МШФ.	6	13,14	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
	Итого				44	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В соответствии с требованиями ФГОС удельный вес занятий, проводимых в активных и интерактивных формах, составляет не менее 40% аудиторных занятий. В процессе изучения дисциплины "Методы оптимизации" студенты используют анимированные иллюстрации (выполненные средствами Wolfram Research Mathematica и Macromedia Flash), а также интерактивные обучающие системы, разработанные в поддержку изучения разделов "Симплексный метод" (система выполнена как веб-приложение с JavaScript-сценариями) и "Градиентные методы" (веб-приложение с встроенным Flash-объектом), опубликованные в разделе "Обучающие системы" сайта кафедры экономической кибернетики КФУ (<http://kek.ksu.ru>). Рекомендуется проводить лекционные занятия в классе, где рабочее место преподавателя оборудовано компьютером с доступом к Интернет, а также имеется мультимедийный проектор и экран. Практические занятия рекомендуется проводить в компьютерных классах с использованием пакета Wolfram Research Mathematica.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Введение. История развития, роль и место теории экстремальных задач в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин (Л.В. Канторович, Р. Беллман и др.). Экономико-математические модели: задача объемного планирования многопродуктового производства, классическая матричная транспортная задача, задача о диете (о смесях), задача о ранце (о загрузке судна), задача о назначениях, задача одномерного раскроя материалов.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Показать роль и место теории экстремальных задач в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин. Описать экономико-математические модели на примере задачи объемного планирования многопродуктового производства.

**Тема 2. Линейное программирование. Задача линейного программирования (ЗЛП). Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП. Принцип динамического программирования на примере решения задачи о ранце.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Показать пример графического решения двумерной задачи линейного программирования. Примерный вид задач. Найти ОР и ОДР систем неравенств.  $2x_1 + x_2 \geq 4$ ,  $3x_1 + 2x_2 \leq 6$ ,  $x_2 \leq 5$ .

**Тема 3. Выпуклые множества (ВМ). Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ. Выпуклые конусы. Опорные решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Базисы и соответствующие им частные решения СЛАУ. Опорные планы и допустимые базисы. Теорема о связи опорного плана и вершины допустимого многогранного множества. невырожденные и вырожденные опорные планы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Привести примеры операций в классе выпуклых множеств.

**Тема 4. Симплексный метод (СМ) решения ЗЛП. Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ. Решение симметричной ЗЛП. Метод введения дополнительных переменных.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Пересчитать симплексную таблицу при переходе к новому базису. Примерный вид задач. Решить задачу симплексным методом. Пересчитать симплексную таблицу.  $L(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min$  при ограничениях:  $\{ 3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 8, \{ x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 13x_4 \leq 4, X_j \geq 0, j = 1, 4$

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение симметричной задачи линейного программирования. Примерный вид задач. Решить задачу симплексным методом.  $L(x) = -2x_1 - x_2 + x_3 + X_4 \rightarrow \max$  при ограничениях:  $\{x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 2, \{2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 6, \{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 7, X_j \geq 0, j = 1, 4.$

**Тема 5. Метод искусственного базиса (МИБ). Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Описать метод искусственного базиса.

**Тема 6. Элементы теории двойственности в линейном программировании. Пара взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности. Метод обратной матрицы (МОБ). Матрица обратная к базисной матрице. Формулы вычисления двойственных переменных, базисных координат опорного плана, коэффициентов разложения вектора по базису основанные на использовании матрицы обратной к базисной матрице. Алгоритм МОБ. Связь МОБ с симплексным методом.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Показать связь метода обратной матрицы с симплексным методом.

**Тема 7. Транспортная задача (ТЗ). Закрытая транспортная модель. Свойства ТЗ. Разрешимость ТЗ. Алгоритм решения закрытой ТЗ. Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок. Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису. Метод потенциалов. Решение открытых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения). Фиктивные переменные.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить закрытую и открытую транспортную задачу. Примерный вид задач. 1. В трех пунктах производства имеется одинаковая продукция в объеме 200, 170, 130 т. Эта продукция должна быть доставлена потребителям в количестве 50, 220, 80, 110 и 140 т. Стоимости перевозок единицы продукции от каждого поставщика к каждому потребителю заданы матрицей.  $\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 10 & 8 & 15 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 6 & 7 \\ 3 & 3 & 12 & 2 & 3 & 5 \end{matrix}$  В связи с неплатежеспособностью перевозки от первого пункта производства до первого пункта потребления и от второго пункта производства до третьего пункта потребления временно закрыты. Составить оптимальный план перевозок, при котором суммарные затраты на них минимальные. 2. Спланировать перевозку строительного материала с трех заводов к четырем строительным площадкам, используя железнодорожную сеть. В течение каждого квартала на четырех площадках требуется соответственно 5, 10, 20, 15 вагонов стройматериалов. Возможности различных заводов соответственно равны 10, 15 и 25 вагонов в квартал. Условия задачи даны в табл. Числа на пересечении строк и столбцов таблицы означают стоимость перевозки одного вагона в усл. ед. Строительство и его потребности  $\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 10 & 20 & 15 & 1 & 10 \\ 2 & 8 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{matrix}$  Заводы и их возможности  $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 15 & 4 & 1 & 6 & 4 \end{matrix}$  возможности  $\begin{matrix} 3 & 25 & 1 & 9 & 4 & 3 \end{matrix}$

**Тема 8. Графический метод. Алгоритм решения задач. Выбор оптимального варианта выпуска изделий. Экономический анализ задач с использованием графического метода.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить задачу графическим методом. Примерный вид задач. Решить задачи с использованием графического метода.  $L(x) = 2x_1 - 10x_2 \rightarrow \min$  при ограничениях:  $x_1 - x_2 \geq 0, x_1 - 5x_2 \geq -5, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$

**Тема 9. Задача о назначениях. Постановка задачи. Алгоритм решения (задачи). Венгерский метод. Планирование загрузки оборудования с учетом максимальной производительности станков. Выбор инвестпроектов в условиях ограниченности средств.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить задачу венгерским методом по заданной тематике. Примерный вид задач. Пять человек должны выполнить четыре работы, каждый из работников с разной производительностью может выполнить любую из этих работ. Предусматривается, что каждый работник в состоянии сделать только одну работу. Производительности работников при выполнении работ заданы матрицей.  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  Распределить людей на работу так, чтобы выполнить ее с максимальной производительностью.

**Тема 10. Векторная оптимизация. Метод последовательных уступок: алгоритм применения. Метод ведущего критерия: алгоритм применения. Метод равных и наименьших относительных отклонений.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить задачу векторной оптимизации. Примерные варианты задач. Составить математическую модель нахождения оптимального (компромиссного) решения и найти его.  $L_1 = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ ,  $L_2 = 4x_1 + x_2 \rightarrow \min$  при ограничениях:  $x_1 + 2x_2 \leq 6$ ,  $x_1 \geq 1$ ,  $x_1 - x_2 \leq 4$ ,  $x_1 + 3x_2 \geq -3$ ,  $x_1, x_2 \geq 0$ .

**Тема 11. Методы теории игр в оптимальных решениях. Предмет и основные понятия теории игр. Седловая точка, цена игры, чистые и смешанные стратегии. Графическое решение игр вида  $(2 \times n)$  и  $(m \times 2)$ . Игры с "природой".**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить матричную игру. Примерные варианты задач. Найти оптимальные стратегии и цену игры. 1.  $A = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 2 & 1 & 9 & 7 & 2 \\ 4 & 7 & 9 & 3 & 5 & 9 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

**Тема 12. Метод условного градиента (МУГ). Вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. Признак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ. Метод штрафных функций (МШФ). Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа. Штрафной множитель. Алгоритм МШФ.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задачи методом МУГ. Примерные варианты задач. Решить задачу линейного программирования с помощью метода условного градиента, завершая вычисления при:  $\|x_k - x_{k-1}\| \leq 0.1$ .  $f(x) = x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 2x_2 \rightarrow \min$ ,  $0 \leq x_1 \leq 1$ ,  $0 \leq x_2 \leq 2$ .

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы к зачету:

1. Примеры задач оптимизации. Задачи оптимизации как модели принятия решений.
2. Постановки задач оптимизации, укажите основные элементы.
3. Формализация схемы принятия решений, укажите основные элементы.
4. Эквивалентность критериев и преобразование целевых функций.
5. Графическое представление задачи линейного программирования и ее свойства.
6. Элементы теории двойственности.
7. Симплекс-метод для задач линейного программирования.
8. Методы поиска начального допустимого базиса.
9. Метод симплексных таблиц.
10. Транспортная задача в матричной постановке и ее свойства.
11. Метод потенциалов.
12. Выпуклые и замкнутые множества. Проекция и их свойства.
13. Выпуклые функции. Дифференциальные условия выпуклости. Условие оптимальности в задаче минимизации выпуклой функции.
14. Методы теории игр в оптимальных решениях. Предмет и основные понятия теории игр.
15. Векторная оптимизация. Метод последовательных уступок и метод ведущего критерия: алгоритмы применения.
16. Методы минимизации функций без вычисления производных.

17. Существование и единственность решений в задаче нелинейной оптимизации. Строгая и сильная выпуклость функций.
18. Дифференциальные и общие критерии различных классов выпуклости.
19. Условия оптимальности в задаче нелинейной оптимизации.
20. Приложение условий оптимальности к теории двойственности.
21. Метод условного градиента.
22. Методы двойственности. Метод симплексного поиска.
23. Методы штрафных функций.

В процессе изучения дисциплины "Методы оптимизации" студенты самостоятельно работают с литературой и электронными материалами, размещёнными в разделе "Обучающие системы" сайта кафедры экономической кибернетики КФУ (<http://kek.ksu.ru>), выполняют домашние задания. Форма проведения занятий предусматривает разные формы активности студентов (ответы с места на вопросы преподавателя, ответы у доски, самостоятельное решение задач и демонстрация у доски, формулировка вопросов, поиск ошибок в рассуждениях отвечающих студентов, подготовка демонстрационных файлов (например, в пакете Mathematica, PowerPoint и пр.). Преподаватель ведёт текущий учёт и контроль всех форм учебной активности студентов и учитывает результаты текущей работы (наряду с оценками за контрольные работы и экзаменационными оценками) при выставлении итоговых оценок по предмету.

### 7.1. Основная литература:

1. Кашина, О.А. Методы оптимизации: учебное пособие / О. А. Кашина, А. И. Кораблев ; Казан. гос. ун-т, Фак. вычисл. математики и кибернетики. Методы оптимизации. Часть II. Численные методы решения экстремальных задач, Казань, КГУ, 2011. - 144 с.
2. Аттетков А. В. Методы оптимизации: Учебное пособие / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 270 с.: ил.; 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-369-01037-2, 700 экз. <http://znanium.com/bookread.php?book=350985>
3. Дорогов В. Г. Введение в методы и алгоритмы принятия решений: Учебное пособие / В.Г. Дорогов, Я.О. Теплова. - М.: ИД ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. - 240 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-8199-0486-2, 1000 экз. <http://znanium.com/bookread.php?book=241287>
4. Мищенко А. В. Оптимизационные модели управления финансовыми ресурсами предприятия: Моногр. / А.В.Мищенко, Е.В.Виноградова - М.: ИЦ РИОР: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 337 с. + Vc.: 60x88 1/16. ( Доп. мат. znanium.com). - (Науч. мысль). (о) ISBN 978-5-369-01152-2, 300 экз. <http://znanium.com/bookread.php?book=377300>
5. Математика для экономистов: учеб. пособие для студ. вузов / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов . - СПб.: Питер, 2008 . - 464 с.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Пантелеев А. В. Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие с мультимедиа сопровождением [Электронный ресурс] / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - М.: Логос, 2011. - 424 с.: ил. (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-540-4. <http://znanium.com/bookread.php?book=469213>
2. Сдвижков О. А. Практикум по методам оптимизации / О.А. Сдвижков. - М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 200 с.: 60x90 1/16 + ( Доп. мат. znanium.com). (переплет) ISBN 978-5-9558-0372-2, 500 экз. <http://znanium.com/bookread.php?book=459517>
3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учеб. для студентов вузов, обучающихся по экон. специальностям и направлениям / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов . - [4-е изд., испр.] . - М.: Дело, 2003 . - 688 с.

4. Бережная Е. В., Бережной В. И. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие для студ.вузов / Е. В. Бережная, В. И. Бережной . - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Финансы и статистика, 2005 . - 432 с.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Введение в C++ - <http://cppstudio.com/post/213/>

Методы оптимизации. - <http://sapr-mgsu.narod.ru/biblio/optimiz/opt.htm>

Основы программирования на C++, PASCAL - <http://kufas.ru/programming0.htm>

Система Mathematica - [wolfram.com](http://wolfram.com)

электронные образовательные ресурсы - <http://bigor.bmstu.ru>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Методы оптимизации" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером). Предусмотрены занятия, проходящие в компьютерных классах, оборудованных мультимедийным оборудованием.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 27.03.02 "Управление качеством" и профилю подготовки не предусмотрено.

Автор(ы):

Воронцов Д.П. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Хамидуллина Г.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.