МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.
_____
"___"_____20___ г.

Программа дисциплины

Аналитическая геометрия Б1.Б.13

Направление подготовки: 01.03.03 - Механика и математическое моделирование
Профиль подготовки: Общий профиль
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):
Сосов Е.Н.

Рецензент(ы):
Попов А.А.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Попов А. А.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Сосов Е.Н. Кафедра геометрии отделение математики , Evgenii.Sosov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Аналитическая геометрия" являются: формирование геометрической культуры студента, начальная подготовка в области алгебраического анализа простейших геометрических объектов, овладение классическим математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.13 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.03 Механика и математическое моделирование и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Аналитическая геометрия входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части. Для ее успешного изучения достаточно знаний и умений, приобретенных в средней школе.

Освоение аналитической геометрии является основанием для успешного освоения как дальнейших базовых курсов - линейной алгебры и геометрии, функционального анализа, дифференциальной геометрии, механики, так и специальных курсов, таких как компьютерная геометрия; приобретенные знания будут полезны в научно-исследовательской работе.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	готовность использовать фундаментальные знания в области аналитической геометрии в будущей профессиональной деятельности
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области
ПК-10 (профессиональные компетенции)	способностью представлять и адаптировать знания с учетом уровня аудитории
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способность к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом специфики предметной области в образовательных организациях
ПК-13 (профессиональные компетенции)	способностью к проведению методических и экспертных работ в сфере образования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании геометрических объектов и явлений.

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области геометрии трехмерного евклидова (аффинного) пространства и проективной плоскости, доказывать утверждения.

3. должен владеть:

математическим аппаратом аналитической геометрии, аналитическими методами исследования геометрических объектов..

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1) Знать: основные понятия аналитической геометрии, определения и свойства мате-матических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании геометриче-ских объектов и явлений.

2) Уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области гео-метрии трехмерного евклидова (аффинного) пространства и проективной плоскости, доказы-вать утверждения.

3) Владеть: математическим аппаратом аналитической геометрии, аналитическими методами исследования геометрических объектов.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор.	1	1	1	0	1	
2.	Тема 2. Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве.	1	1-3	5	0	5	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Скалярное и косое произведения векторов.	1	3-5	4	0	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости.	1	6-8	6	0	6	Письменное домашнее задание Контрольная работа
5.	Тема 5. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями.	1	9-10	4	0	4	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Преобразования систем координат. Репер и и аффинная система координат в аффинном	1	11-12	4	0	4	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Векторное и смешанное произведения.	1	13-14	4	0	4	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Прямая линия и плоскость в пространстве.	1	15-18	8	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Аффинные и изометрические преобразования (движения).	2	1-3	4	0	4	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка.	2	4-10	8	0	8	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Проективное пространство.	2	11-17	4	0	6	Контрольная работа Письменное домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Итого			52	0	54	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор.

лабораторная работа (1 часа(ов)):

Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор.

Тема 2. Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве.

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Векторы и аффинные системы коорди-нат на плоскости и в пространстве. Сво-бодные векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Векторное пространство. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и координаты вектора. Линейные отображения. Композиции линейных ото-бражений. Аффинные системы коорди-нат на плоскости и в пространстве.

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Простое отношение трех точек на прямой. Аффинное пространство. Линейные операции в координатах.

Тема 3. Скалярное и косое произведения векторов.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Скалярное и косое произведения векто-ров. Проекции векторов на плоскость и прямую как линейные отображения. Скалярное произведение и его свойства. Ортонормированные бази-сы и прямоугольные системы коорди-нат. Формулы для вычисления скалярно-го произв6едения векторов, модуля век-тора, угла между векторами, расстояния между точками в аффинной и прямо-угольной системах координат. Евклидо-во векторное и евклидово аффинное пространства. Операция поворота вектора на угол α и ее свойства. Косое произведение векто-ров и его свойства.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Прямоугольная система координат на плоскости, вектор e(φ). Формулы для вычисления косого произведения векторов в аффинной и прямоугольной системах координат. Площадь треугольника

Тема 4. Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости. Направляющий вектор прямой. Взаимное расположение двух прямых. Пучки прямых. Прямая на евклидовой плоскости. Нормальный вектор прямой. Угол между прямыми.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Различные виды уравнений прямой на плоскости. Общее уравнение прямой. Условие параллельности вектора и прямой. Взаимное расположение двух точек относительно прямой. Уравнения прямой в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.

Тема 5. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Эксцентриситет. Директрисы и их свойства. Подобие кривых с одинаковым эксцентриситетом. Диаметр, сопряженный хордам данного направления. Сопряженные направления. Главные направления. Касательные. Фокальные (оптические) свойства. Софокусные кривые. Полярные уравнения кривых.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Фокальные радиусы. Параметрические уравнения. Пересечение кривой и прямой. Сопряженные направления. Главные направления. Уравнение гиперболы, отнесенной к асимптотам.

Тема 6. Преобразования систем координат. Репер и и аффинная система координат в аффинном

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Преобразования систем координат. Репер и аффинная система координат в аффинном пространстве. Ортонормированный репер и прямоугольная система координат в евклидовом аффинном пространстве. Ортогональные матрицы.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Преобразование аффинной системы координат. Ориентация аффинного пространства. Преобразование прямоугольных систем координат.

Тема 7. Векторное и смешанное произведения.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Векторное и смешанное произведения. Формулы для вычисления векторного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Векторные тождества. Соотношения между сторонами и углами сферических треугольников.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Векторное произведение и его свойства. Площадь треугольника в пространстве. Смешанное произведение векторов и его свойства. Формулы для вычисления смешанного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат.

Тема 8. Прямая линия и плоскость в пространстве.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Прямая линия и плоскость в пространстве. Пространство линейных функций на векторном пространстве. Сопряженный базис. Аннулятор подпространства. Способы задания подпространства в векторном пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей. Пучок плоскостей. Взаимное расположение трех плоскостей. Связка плоскостей. Взаимное расположение двух прямых.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Плоскость в трехмерном аффинном пространстве. Направляющее подпространство плоскости. Условие параллельности вектора и плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Прямая в трехмерном аффинном пространстве. Различные виды уравнений прямой. Взаимное расположение двух точек относительно плоскости.

Тема 9. Аффинные и изометрические преобразования (движения).

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Аффинные и изометрические преобразования (движения). Аффинные отображения. Изоморфизм аффинных пространств. Группа аффинных преобразований аффинного пространства. Изоморфизм евклидовых аффинных пространств. Группа движений евклидова аффинного пространства.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Уравнения аффинных отображений. Уравнения движения в прямоугольной системе координат. Сохранение отношения площадей и объемов при аффинных преобразованиях евклидова пространства.

Тема 10. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Общая теория кривых и поверхностей второго порядка. Гиперповерхность второго порядка в аффинном пространстве. Преобразование коэффициентов уравнения гиперповерхности второго порядка при замене репера. Квадратичные формы, ассоциированные с уравнением гиперповерхности. Аффинные инварианты уравнения гиперповерхности второго порядка. Пересечение гиперповерхности с прямой. Асимптотические направления. Диаметральные гиперплоскости. Сопряженность направлений относительно гиперповерхности второго порядка. Касательная гиперплоскость. Уравнения касательных плоскостей с поверхностям второго порядка, заданным каноническими уравнениями. Классификация кривых второго порядка на аффинной и евклидовой плоскостях. Классификация поверхностей второго порядка в аффинном и евклидовом трехмерных пространствах.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Поверхности второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве, заданные каноническими уравнениями. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида. Асимптотические конусы гиперболоидов. Центр. Уравнение гиперповерхности второго порядка относительно репера, начало которого находится в центре гиперповерхности. Касательная гиперплоскость.

Тема 11. Проективное пространство.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Проективное пространство. Проективный репер. Двойственное проективное пространство. Аффинные карты. Однородные координаты. Инцидентность. Теорема Дезарга. Проективная классификация кривых и поверхностей второго порядка.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Прямые, плоскости и гиперповерхности проективного пространства. Группа проективных преобразований.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве.	1	1-3	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Скалярное и косое произведения векторов.	1	3-5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости.	1	6-8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
5.	Тема 5. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями.	1	9-10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Преобразования систем координат. Репер и и аффинная система координат в аффинном	1	11-12	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Векторное и смешанное произведения.	1	13-14	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
8.	Тема 8. Прямая линия и плоскость в пространстве.	1	15-18	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
9.	Тема 9. Аффинные и изометрические преобразования (движения).	2	1-3	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
10.	Тема 10. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка.	2	4-10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
11.	Тема 11. Проективное пространство.	2	11-17	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
	Итого				47	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор.

Тема 2. Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 3. Скалярное и косое произведения векторов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 4. Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

контрольная работа , примерные вопросы:

Образец варианта Контрольная работа ◆1. 1. Составить уравнение диаметра эллипса x2/25+y2/16=1, сопряженного хордам, парал-лельным прямой x?5y+17=0. 2. В треугольнике ABC точка E ? середина BC. Медиана AE продолжена до диагонали AF параллелограмма ABFC. Известны: A(2;-1), E(9;2), B(10;0). Составить уравнения прямых: 1) AF, 2) FC, 3) FH, перпендикулярной AB, 4) биссектрисы угла BCA. 3. К параболе y2=40x провести касательную параллельно прямой 4x+4y-7=0. 4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых 2x-5y+3=0 и x+y+7=0 и точку A(3;-2). 5. ABCD ? параллелограмм. Точки M и N делят сторону BC на три равные части. В сис-теме координат с началом в точке N и векторами базиса e=NA и f=NC найти: 1) координаты точки D; 2) координаты точки O ? точки пересечения диагоналей параллелограмма.

Тема 5. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 6. Преобразования систем координат. Репер и и аффинная система координат в аффинном

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 7. Векторное и смешанное произведения.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 8. Прямая линия и плоскость в пространстве.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

контрольная работа , примерные вопросы:

Образец варианта Контрольная работа ◆2. 1. Составить уравнение кругового цилиндра радиуса 4 с осью x=2+t, y=-1+3t, z=-t. 2. Доказать, что четырехугольник ABCD плоский, и, считая далее известным, что он вы-пуклый, найти его площадь. A(-1;0;1), B(-2;3;2), C(2;-1;2), D(1;-2;1). 3. Даны две системы координат Oxy и O'x'y'. Координаты x и y произвольной точки от-носительно первой системы выражаются через ее координаты относительно второй системы по формулам: x=2x'-2y'+3; y=-3x'+y'-1. Найти координаты начала второй системы и еди-ничных векторов ее осей относительно первой системы и координаты начала первой систе-мы относительно второй системы. 4. Найти длину высоты BH треугольника ABC, где A(2;-1;8), B(4;3;5), C(4;1;7). 5. a) Как расположены плоскости π: r = {2;1-2}+t{1;1;2}+s{0;1;1} и τ: x+y-z-5=0 одна относительно другой? b) Опустить перпендикуляр из начала координат на плоскость τ.

Тема 9. Аффинные и изометрические преобразования (движения).

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 10. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка.

домашнее задание , примерные вопросы:

Тема 11. Проективное пространство.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

контрольная работа , примерные вопросы:

Образец варианта Контрольная работа ◆3. 1. a) Найти какое-либо аффинное преобразование плоскости, которое ось Ox переводит в прямую 2x-3y-3=0, ось Oy переводит в прямую x+y-4=0 . b) Найти аффинное преобразова-ние, которое дополнительно переводит точку (1;1) в точку (8;1). 2. Найти a) каноническое уравнение и b) каноническую систему координат для кривой 5x2+6xy+5y2-16x-16y-16=0 на евклидовой плоскости. 3. Доказать, что уравнение 3x2+7xy+4y2+5x+2y-6=0 задает гиперболу на аффинной плоскости. Найти асимптоты этой гиперболы. 4. Составить (общее) уравнение прямой на проективной плоскости, проходящей через точки A[1:-1:-3] и B[5:5:1]. 5. Как расположена прямая l: (x-1):(-2)=(y+2):3=(z-3):3 относительно гиперболоида Ф: x2/2+y2/9-z23=1?

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен (в 2 семестре)

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен (в 1 семестре)

Примерные вопросы к :

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В первом семестре проводится 2 контрольные работы (на семинарах), во втором - одна. В каждой группе, как правило, дается несколько вариантов одной и той же работы. Ниже приводятся образцы вариантов контрольных работ. Самостоятельное изучение предмета осуществляется студентами по учебнику П.С.Александрова "Курс аналитической геометрии и линейной алгебры", по учебным пособиям В.В.Шурыгина "Аналитическая геометрия", части I-III. Первая часть имеется в печатном виде. Вторая и третья в электронном на сайте КФУ. Задачи для решения берутся из задачников К.Б.Игудесмана "Задачи по аналитической геометрии", части 1 и 2, а также из задачников С.В. Бахвалова, П.С. Моденова и А.С. Пархоменко и О.Н. Цубербиллер. (см. список основной литературы).

Образцы контрольных работ

Контрольная работа ◆1.

1. Составить уравнение диаметра эллипса x2/25+y2/16=1, сопряженного хордам, парал-лельным прямой x-5y+17=0.

2. В треугольнике ABC точка E - середина BC. Медиана AE продолжена до диагонали AF параллелограмма ABFC. Известны: A(2;-1), E(9;2), B(10;0). Составить уравнения прямых: 1) AF, 2) FC, 3) FH, перпендикулярной AB, 4) биссектрисы угла BCA.

3. К параболе y2=40x провести касательную параллельно прямой 4x+4y-7=0.

4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых 2x-5y+3=0 и x+y+7=0 и точку A(3;-2).

5. ABCD - параллелограмм. Точки M и N делят сторону BC на три равные части. В сис-теме координат с началом в точке N и векторами базиса e=NA и f=NC найти: 1) координаты точки D; 2) координаты точки O - точки пересечения диагоналей параллелограмма.

Контрольная работа ◆2.

1. Составить уравнение кругового цилиндра радиуса 4 с осью x=2+t, y=-1+3t, z=-t.

2. Доказать, что четырехугольник ABCD плоский, и, считая далее известным, что он вы-пуклый, найти его площадь. A(-1;0;1), B(-2;3;2), C(2;-1;2), D(1;-2;1).

3. Даны две системы координат Oxy и O'x'y'. Координаты x и y произвольной точки от-носительно первой системы выражаются через ее координаты относительно второй системы по формулам: x=2x'-2y'+3; y=-3x'+y'-1. Найти координаты начала второй системы и еди-ничных векторов ее осей относительно первой системы и координаты начала первой систе-мы относительно второй системы.

4. Найти длину высоты BH треугольника ABC, где A(2;-1;8), B(4;3;5), C(4;1;7).

5. a) Как расположены плоскости π: r = {2;1-2}+t{1;1;2}+s{0;1;1} и τ: x+y-z-5=0 одна относительно другой? b) Опустить перпендикуляр из начала координат на плоскость τ.

Контрольная работа ◆3.

1. a) Найти какое-либо аффинное преобразование плоскости, которое ось Ox переводит в прямую 2x-3y-3=0, ось Oy переводит в прямую x+y-4=0 . b) Найти аффинное преобразова-ние, которое дополнительно переводит точку (1;1) в точку (8;1).

2. Найти a) каноническое уравнение и b) каноническую систему координат для кривой 5x2+6xy+5y2-16x-16y-16=0 на евклидовой плоскости.

3. Доказать, что уравнение 3x2+7xy+4y2+5x+2y-6=0 задает гиперболу на аффинной плоскости. Найти асимптоты этой гиперболы.

4. Составить (общее) уравнение прямой на проективной плоскости, проходящей через точки A[1:-1:-3] и B[5:5:1].

5. Как расположена прямая l: (x-1):(-2)=(y+2):3=(z-3):3 относительно гиперболоида Ф: x2/2+y2/9-z23=1?

Пример билета на зачете в формате LaTeX.

{\bf 1.} (6+6=12 баллов)

Эллипс (гипербола или парабола)

{\bf a)} Определение. Каноническое уравнение, рисунок, фокусы.

{\bf b)} Директрисы и их свойства, касательная.

{\bf 2.} (20=4+4+4+4+4)

Дан треугольник ABC с вершинами

$A(-5;3)$, $B(5;-2)$ и $C(0;3)$.

{\bf a)} Вычислить площадь треугольника ABC. \quad

{\bf b)} Составить уравнение высоты AM и

найти ее направляющий вектор. \quad

{\bf c)} Составить уравнение стороны BC. \quad

{\bf d)} Найти длину высоты AM. \quad

{\bf e)} Составить уравнение медианы AN.

{\bf 3.} (4)

Через точку $F(11;3)$ провести прямую параллельную (перпендикулярную)прямой

\par

\noindent

$5x-9y+13=0$.

{\bf 4.} (4+3)

Скалярное произведение векторов. {\bf a)} Определение.

Формула для вычисления скалярного произведения в прямоугольной

системе координат. {\bf b)}

Вычислить угол между векторами ${\bf a}=\{3;-4;-5\}$ и ${\bf b}=\{-2;5;-4\}$.

{\bf 5.} (4)

Найти угол между прямыми $17x-2y+3=0$ и

$2x+3y-12=0$.

(Вариант: найти расстояние от точки $A(-2;3)$ до прямой $2x+3y-12=0$

{\bf 6.} (3+2+2) {\bf a)} Определение смешанного (Вариант: векторного) произведения векторов.

Вычислить смешанное произведение векторов ${\bf a}=\{1;1;2\}$, ${\bf b}=\{2;1;0\}$

и ${\bf c}=\{0;1;2\}$, заданных координатами в правой прямоугольной системе координат

(Вариант: Вычислить векторное произведение векторов

${\bf a}$ и ${\bf b}$).

{\bf b)} Вычислить объем параллелепипеда, построенного на

этих векторах.
(Вариант: Вычислить площадь параллелограмма, построенного на
этих векторах). {\bf c)} Правую или левую тройку образуют эти векторы?

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (семестр 2) в формате LaTeX.

1. Пространство V^*_n линейных функций на векторном пространстве
V_n. Сопряженный базис в V^*_n.
\par
2.
Аннулятор подпространства $L_m\subset V_n$. Способы задания
подпространства $L_m\subset V_n$.
\par
3. Аффинное пространство ${\cal A}_n$. Репер,
координаты точек и векторов.
\par
4.
Плоскость в трехмерном аффинном пространстве ${\cal A}_3$.
Направляющее подпространство плоскости. Условия параллельности
вектора и плоскости.
\par
5.
Уравнения плоскости в ${\cal A}_3$.
\par
6.
Уравнения прямой линии в трехмерном аффинном пространстве ${\cal A}_3$.
Простое отношение трех точек на прямой.
\par
7. Взаимное расположение двух точек относительно плоскости в
${\cal A}_3$.
\par
8. Взаимное расположение двух плоскостей ${\cal A}_3$.
Пучок плоскостей.
\par
9.
Взаимное расположение трех плоскостей в ${\cal A}_3$.
Связка плоскостей.
\par
10.
Взаимное расположение двух прямых в ${\cal A}_3$.
\par
11.
Взаимное расположение прямой и плоскости ${\cal A}_3$.
\par
12.
Евклидово векторное пространство E_n.
Основная форма евклидова пространства E_n.
Скалярное произведение векторов. Модуль вектора.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

\par
13.
Сопряженное пространство E^*_n.
Канонический изоморфизм E_n и E^*_n.
\par
14. Ортогональное дополнение $L^\perp_m$ подпространства
$L_m\subset E_n$. $E_n=L_m\oplus L_m^\perp$.
\par
15.
Евклидово аффинное пространство ${\cal E}_n$.
\par
16.
Уравнения плоскости в прямоугольной
системе координат. Нормальное уравнение плоскости.
Расстояние от точки до плоскости.
\par
17.
Прямая в ${\cal E}_3$. Нормальное уравнение прямой.
Расстояние от точки до прямой.
Перпендикуляр, опущенный из точки на
прямую.
\par
18.
Углы между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.
\par
19.
Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние
между двумя скрещивающимися прямыми. Общий перпендикуляр двух
скрещивающихся прямых.
\par
20.
Подпространства (m-плоскости) аффинного пространства ${\cal A}_n$.
Геометрическая
интерпретация систем линейных уравнений.
\par
21.
Взаимное расположение
плоскостей (произвольных размерностей) в ${\cal A}_n$.
\par
22. Аффинные отображения. Уравнения аффинных отображений.
Изоморфизм аффинных пространств.
\par
23.
Группа аффинных преобразований аффинного пространства.
Простое отношение трех точек на прямой --- инвариант группы аффинных
преобразований.
\par

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

24.
Комплексификация вещественных векторных и аффинных пространств.
\par
25. Подпространства евклидова векторного пространства.
Изоморфизм евклидовых векторных пространств.
\par
26. Матрица основной формы евклидова пространства в произвольном
и ортонормированном реперах и ее преобразование.
Определитель матрицы основной формы.
\par
27. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами.
\par
28.
Расстояние между точками в евклидовом аффинном пространстве.
Неравенство треугольника.
\par
29. Изоморфизм евклидовых аффинных пространств. Изоморфность
евклидовых аффинных пространств одной размерности.
\par
30.
Группа движений евклидова аффинного пространства. Уравнения движения
в прямоугольной системе координат.
\par
31.
Форма объема в евклидовом пространстве E_n и ее свойства.
\par
32.
Расстояние от точки до m-плоскости в ${\cal E}_n$.
\par
33.
Уравнение гиперплоскости в евклидовом пространстве.
Расстояние от точки до гиперплоскости.
\par
34.
Расстояние от точки до прямой.
Расстояние от точки до двумерной плоскости.
\par
35.
Ортогональная
проекция вектора на подпространство в E_n.
\par
36.
Аналог векторного произведения в E_n.
\par
37.
Поверхности второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве,
заданные каноническими уравнениями.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

\par
38.
Прямолинейные образующие линейчатых поверхностей
(однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида).
Асимптотические конусы гиперболоидов.
\par
39. Гиперповерхность второго порядка в аффинном пространстве
${\cal A}_n$.
Преобразование коэффициентов уравнения гиперповерхности второго порядка при замене репера. Квадратичные формы, ассоциированные с уравнением гиперповерхности.
\par
40.
Аффинные инварианты уравнения
гиперповерхности второго порядка.
\par
41.
Пересечение гиперповерхности второго порядка с прямой.
Асимптотические направления гиперповерхности второго порядка.
\par
42. Центр гиперповерхности второго порядка.
Центральные гиперповерхности второго порядка.
43. Диаметральные гиперплоскости. Сопряженность направлений относительно гиперповерхности второго порядка.
\par
44. Касательная гиперплоскость гиперповерхности второго порядка.
\par
45. Классификация гиперповерхностей второго порядка в аффинном пространстве.
\par
46. Классификация гиперповерхностей второго порядка в евклидовом аффинном пространстве.
\par
47. Проективное пространство. Проективный репер. Прямые,
m-плоскости в проективном пространстве.
\par
Гиперповерхности второго порядка в проективном пространстве.
\par
48.
Группа проективных преобразований.

\ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

{\bf 1.} (8 баллов)
Комплексификация вещественных векторных и аффинных пространств.

{\bf 2.} (5)
Какая поверхность в ${\bf R}^3$ задается уравнением
$x^2+2x-y=0$\,?

Сделать рисунок.

{\bf 3.} (4+4+4)

a) Центр гиперповерхности второго порядка.

Центральные гиперповерхности второго порядка.

b) Является ли кривая

$\Phi:\,\,12x^2-8xy+y^2+2y-4x-15=0$ центральной? Если да, то найти центр.

c) Являются ли направления ${\bf a}=\{4;3\}$ и ${\bf b}=\{2;-7\}$

сопряженными относительно Φ\,?

{\bf 4.} (3+2)

Являются ли кривые $4x^2+2y^2-3=0$\, и $2x^2+4y^2-5=0$

a) евклидово эквивалентными? b) аффинно эквивалентными?

{\bf 5.} (5)

Как расположены плоскости ${\bf r}=\{2;1;-2\}+ t^1\{1;1;2\}+t^2\{0;1;1\}$

и $x^1+x^2-x^3-5=0$ одна относительно другой?

{\bf 6.} (5)

Найти точку пересечения двух прямых $2x^1+3x^2-4x^3=0$ и

$4x^1-x^2-x^3=0$ на проективной плоскости.

{\bf 7.} (2+2)

a) Найти угол между плоскостью $\pi:\,\,x+3y-2z+12=0$

и прямой ${\bf r}=\{1;2;-1\}+ t^1\{2;-1;3\}$.

b) Из точки $A(-3;2;1)$ опустить перпендикуляр на π\,.

{\bf 8.} (3+2)

Уравнения аффинных движений на плоскости.

Найти какое-нибудь аффинное движение, переводящее прямую $x+y=0$ в прямую

$x-y+2=0$.

{\bf 9.} (4) Форма объема в евклидовом пространстве.

Найти расстояние от точки $M(1,1,1,1)$ до плоскости

${\bf r}=\{1;2;-1;-1\}+ t^1\{2;-1;3;-1\}+t^2\{1;-1;-1;3\}$.

7.1. Основная литература:

1. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - СПб.:Лань, 2009. - 512 с.

- Режим доступа: https://e.lanbook.com/reader/book/493/#1

2. Шурыгин, В. В. Аналитическая геометрия. Часть 3. Многомерные пространства. Гиперповерхности второго порядка.

/ В. В. Шурыгин, В. В. Шурыгин (мл). - Казань: КФУ, 2014. - 160 с. - Режим доступа: http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_034_000411.pdf

3. Шурыгин, В. В. Аналитическая геометрия II. Учебное пособие к курсу 'Аналитическая геометрия'.

Часть II. Аналитическая геометрия пространства. Учебное пособие / В. В. Шурыгин. - Казань: Казанский федеральный университет,

2012. - 120 с. - Режим доступа: http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/21565/05_34_2012_000060.pdf

4. Цубербиллер, Ольга Николаевна. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 336 с.

- Режим доступа: https://e.lanbook.com/reader/book/430/#1

7.2. Дополнительная литература:

Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Карчевский, Евгений Михайлович;Карчевский, Михаил Миронович, 2011г.

Аналитическая геометрия, Ильин, Владимир Александрович;Позняк, Эдуард Генрихович, 2007г.

Аналитическая геометрия, Ильин, Владимир Александрович;Позняк, Эдуард Генрихович, 2006г.

Проективная геометрия и проективные метрики, Буземан, Герберт;Келли, Пол Дж., 2010г.

Линейная алгебра и многомерная геометрия, Ефимов, Николай Владимирович;Розендорн, Эмиль Ренольдович, 2004г.

1. Карчевский, Е. М. Лекции по линейной алгебре и аналитической геометрии [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. - Казань : Казанский федеральный университет, 2014. - 352 с.

- Режим доступа: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/978-5-00019-193-4.pdf

2. Акопян, А.В. Геометрические свойства кривых второго порядка [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Акопян, А.А. Заславский. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2011. - 152 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/reader/book/9277/#1

7.3. Интернет-ресурсы:

Аналитическая геометрия: учебное пособие к курсу - http://vufind.kpfu.ru/opac/Record/RU05cLSL05cEOR05c522

Аналитическая геометрия: учебное пособие к курсу - http://vufind.kpfu.ru/opac/Record/RU05cLSL05cEOR05c521

Задачи и упражнения по аналитической геометрии - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=430

Задачи по аналитической геометрии: учебное пособие к курсу Аналитическая геометрия - http://vufind.kpfu.ru/opac/Record/RU05cLSL05cBooks05c252360307

Курс аналитической геометрии и линейной алгебры - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=493

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Аналитическая геометрия" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.03 "Механика и математическое моделирование" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):
Сосов Е.Н. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Попов А.А. _____
"__" _____ 201 __ г.