

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Геометрия расслоенных пространств Б1.В.ДВ.8

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Шурыгин В.В.

Рецензент(ы):

Попов А.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Попов А. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 81724817

Казань
2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. Кафедра геометрии отделение математики , vadim.shurygin

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины являются: ознакомление с основными понятиями и методами теории групп Ли и локально тривиальных расслоений;
теоретическая и практическая подготовка в области исследования геометрических структур на многообразиях; овладение современным математическим аппаратом, применяемым в геометрических исследованиях, для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.8 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.04.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Для успешного изучения дисциплины 'Геометрия расслоенных пространств' необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальной геометрии и топологии, линейной алгебры, абстрактной алгебры, теории гладких многообразий и римановой геометрии.

Приобретенные знания в результате освоения дисциплины 'Геометрия расслоенных пространств' будут полезны в научно-исследовательской работе.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	способность к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в образовательных организациях основного общего, среднего общего, среднего профессионального и высшего образования
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способность и предрасположенность к просветительной и воспитательной деятельности, готовность пропагандировать и популяризировать научные достижения
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- 1) Знать определения и свойства основных объектов теории групп Ли и локально три-виальных расслоений, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательства, возможные сферы приложений.
- 2) Уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории групп Ли и локально тривиальных расслоений, устанавливать взаимосвязи между понятиями, доказывать утверждения.

- 3) Владеть методами решения различных задач теории групп Ли и расслоенных пространств.
 4) Демонстрировать способность и готовность применять полученные знания и навыки в научно-исследовательской работе и преподавании.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Группы Ли	3	1-3	3	3	0	Письменное домашнее задание Устный опрос
2.	Тема 2. Алгебры Ли	3	4-6	3	3	0	Письменное домашнее задание Устный опрос
3.	Тема 3. Локально тривиальные расслоения	3	7-9	3	3	0	Письменное домашнее задание Контрольная работа Устный опрос
4.	Тема 4. Главные расслоения	3	10-12	3	3	0	Письменное домашнее задание Устный опрос
5.	Тема 5. Связность в главном расслоении	3	13-15	3	3	0	Письменное домашнее задание Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.		18	3	3	0	Письменное домашнее задание Устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Экзамен
	Итого			18	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Группы Ли

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Группа Ли. Примеры групп Ли. Ортогональная группа $O(n)$. Ее свойства. Полная линейная группа $GL(n, R)$. Ее свойства. Специальная линейная группа $SL(n, R)$. Ее свойства.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Примеры групп Ли. Ортогональная группа $O(n)$. Ее свойства. Полная линейная группа $GL(n, R)$. Ее свойства. Специальная линейная группа $SL(n, R)$. Ее свойства. Комплексная линейная группа $GL(n, C)$. Симплектическая группа $Sp(n, R)$. Унитарная группа.

Тема 2. Алгебры Ли

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Алгебра Ли. Примеры алгебр Ли. Структурные константы. Левые и правые сдвиги на группе Ли. Алгебра Ли группы Ли. Алгебра Ли группы обратимых элементов ассоциативной алгебры.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Примеры алгебр Ли. Структурные константы. Алгебра Ли группы Ли. Алгебра Ли группы обратимых элементов ассоциативной алгебры. Алгебры Ли групп $GL(n, R)$ и $GL(n, C)$. Алгебра Ли $\mathfrak{o}(n)$ группы Ли $O(n)$.

Тема 3. Локально тривиальные расслоения

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Локально тривиальные расслоения. Функции склейки. Морфизмы локально тривиальных расслоений. Обратный образ расслоения. Расслоенное произведение. Накрытия. Сечения расслоения. Расслоение с фундаментальной группой. Примеры расслоений.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Расслоения Хопфа. Векторные и аффинные расслоения. Касательное расслоение дифференцируемого многообразия.

Тема 4. Главные расслоения

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Главные расслоения. Функции склейки главного расслоения. Расслоение линейных реперов дифференцируемого многообразия. Морфизмы главных расслоений. Расслоение ортонормированных реперов риманова многообразия. Ассоциированные расслоения. Касательное расслоение как расслоение, ассоциированное с расслоением линейных реперов.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Морфизмы главных расслоений. Расслоение ортонормированных реперов риманова многообразия. Ассоциированные расслоения. Касательное расслоение как расслоение, ассоциированное с расслоением линейных реперов.

Тема 5. Связность в главном расслоении

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Связность в главном расслоении. Фундаментальные векторные поля. Существование связности в главном расслоении. Параллельное перенесение. Группа голономии. Гомоморфизмы связностей. Связность в присоединенном расслоении. Форма кривизны. Структурное уравнение связности.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Фундаментальные векторные поля. Связность в присоединенном расслоении. Форма кривизны. Структурное уравнение связности.

Тема 6. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Расслоения струй. Дифференциальные группы высших порядков. Расслоения реперов высших порядков. Расслоения дифференциально-геометрических объектов. Расслоение объекта линейной связности как присоединенное к расслоению реперов второго порядка

практическое занятие (3 часа(ов)):

Расслоения струй. Дифференциальные группы высших порядков. Расслоения реперов высших порядков. Расслоения дифференциально-геометрических объектов. Расслоение объекта линейной связности как присоединенное к расслоению реперов второго порядка

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Группы Ли	3	1-3	подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	6	устный опрос
2.	Тема 2. Алгебры Ли	3	4-6	подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	6	устный опрос
3.	Тема 3. Локально тривиальные расслоения	3	7-9	подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	3	устный опрос
4.	Тема 4. Главные расслоения	3	10-12	подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	6	устный опрос
5.	Тема 5. Связность в главном расслоении	3	13-15	подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	6	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.		16-18	подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	6	устный опрос
	Итого				54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Группы Ли

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Разбор задач, заданных на дом. Разбор ошибок (при необходимости).

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала: 1. Группа Ли. Примеры групп Ли. 2. Однопараметрические подгруппы групп Ли. 3. Левоинвариантные внешние формы на группе Ли. 4. Уравнения Маурера-Картана.

Тема 2. Алгебры Ли

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Разбор задач, заданных на дом. Разбор ошибок (при необходимости).

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала: 1. Алгебра Ли. Примеры алгебр Ли. 2. Структурные константы. 3. Алгебра Ли группы Ли. Алгебра Ли группы обратимых элементов ассоциативной алгебры. 4. Алгебры Ли групп $GL(n, R)$, $O(n)$ и $GL(n, C)$. 5. Присоединенное представление группы Ли. 6. Группы Ли преобразований. Фундаментальные векторные поля.

Тема 3. Локально тривиальные расслоения

контрольная работа , примерные вопросы:

Образец билета контрольной работы. 1. Умножение в R^3 определено формулой $ab=(a^1+b^1\cos a^3-b^2\sin a^3, a^2+b^1\sin a^3+b^2\cos a^3, a^3+b^3)$. Показать, что при этом получается группа Ли. Найти координаты единицы и центр группы. 2. Показать, что данные три матрицы образуют базис в алгебре Ли $su(2)$. Найти структурные уравнения. 3. Записать функции склейки для суммы Уитни двух касательных расслоений

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Разбор задач, заданных на дом. Разбор ошибок (при необходимости).

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала: 1. Морфизмы локально тривиальных расслоений. 2. Обратный образ расслоения. 3. Расслоенное произведение. 4. Расслоения Хопфа. 5. Векторные и аффинные расслоения. 6. Касательное расслоение.

Тема 4. Главные расслоения

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Разбор задач, заданных на дом. Разбор ошибок (при необходимости).

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала: 1. Главные расслоения. Функции склейки главного расслоения. 2. Расслоение линейных реперов. 3. Морфизмы главных расслоений. 4. Ассоциированные расслоения. 5. Касательное расслоение как ассоциированное расслоение.

Тема 5. Связность в главном расслоении

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Разбор задач, заданных на дом. Разбор ошибок (при необходимости).

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала: 1. Связность в главном расслоении. 2. Фундаментальные векторные поля. 3. Существование связности в главном расслоении. 4. Параллельное перенесение. 5. Группа голономии. 6. Гомоморфизмы связностей. 7. Связность в присоединенном расслоении. 8. Форма кривизны. Структурное уравнение связности

Тема 6. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Разбор задач, заданных на дом. Разбор ошибок (при необходимости).

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала: 1. Расслоения струй. 2. Дифференциальные группы высших порядков. 3. Расслоения реперов высших по-рядков. 4. Расслоения дифференциально-геометрических объектов. 5. Расслоение объекта линейной связности как присоединенное к расслоению реперов второго порядка.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену:

1. Группа Ли. Примеры групп Ли.
2. Ортогональная группа $O(n)$. Ее свойства.
3. Полная линейная группа $GL(n, R)$. Ее свойства.
4. Специальная линейная группа $SL(n, R)$. Ее свойства.
5. Комплексная линейная группа $GL(n, C)$.
6. Унитарная группа.
7. Присоединенное представление группы Ли.
8. Группы Ли преобразований. Фундаментальные векторные поля.
9. Алгебра Ли. Примеры алгебр Ли. Структурные константы.
10. Алгебра Ли группы Ли.
11. Алгебры Ли групп $GL(n, R)$ и $GL(n, C)$.
12. Алгебра Ли $\mathfrak{o}(n)$ группы Ли $O(n)$.
13. Локально тривиальные расслоения. Функции склейки.
14. Морфизмы локально тривиальных расслоений.
15. Обратный образ расслоения.
16. Расслоенное произведение.
17. Накрытия.
18. Расслоение с фундаментальной группой.
19. Примеры расслоений. Расслоения Хопфа.
20. Векторные и аффинные расслоения. Касательное расслоение дифференцируемого многообразия.
21. Главные расслоения. Функции склейки главного расслоения.
22. Расслоение линейных реперов.
23. Морфизмы главных расслоений.
24. Ассоциированные расслоения.
25. Существование связности в главном расслоении.

26. Параллельное перенесение.
27. Группа голономии.
28. Гомоморфизмы связностей.
29. Связность в присоединенном расслоении.
30. Форма кривизны. Структурное уравнение связности
31. Расслоения струй.
32. Дифференциальные группы высших порядков.
33. Расслоения реперов высших порядков.
34. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.
35. Расслоение объекта линейной связности.

7.1. Основная литература:

1. Дубровин, Б. А. Геометрия поверхностей, групп преобразований и полей. Современная геометрия: методы и приложения. / Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. - Т. 1. - Москва, URSS [Либликом], 2013. - 335 с. - Библ. КФУ: инвентарные номера 0-810876, 683258
2. Дубровин, Б. А. Геометрия и топология многообразий. Современная геометрия: методы и приложения. / Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. - Т. 2. - Москва, URSS [Либликом], 2013. - 295 с. - Библ. КФУ: инвентарные номера 0-810877, 683259
3. Дубровин, Б. А. Теория гомологий. / Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия: методы и приложения. - Т. 3. - Москва, URSS [Либликом], 2013. - 287 с. - Библ. КФУ: инвентарные номера 0-810878, 683260
4. Сосов, Е. Н. Введение в теорию групп Ли: Учебно-методическое пособие. / Е.Н.Сосов. Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет. -2016. - 89 с.- URL: http://kpfu.ru//staff_files/F709891002/Lie8.pdf

7.2. Дополнительная литература:

1. Паньженский, В.И., Введение в дифференциальную геометрию / Паньженский В.И. - 2-е изд., испр. - Лань, 2015. - 240 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/67459>

7.3. Интернет-ресурсы:

- Connections in the second order tangent bundle with extended structure group - <http://link.springer.com/article/10.1134/S199508021403010X>
- Natural Operations in Differential Geometry - <https://www.mat.univie.ac.at/~michor/kmsbookh.pdf>
- Notes on Differential Geometry and Lie Groups - <http://www.seas.upenn.edu/~jean/diffgeom.pdf>
- On the higher order geometry of Weil bundles over smooth manifolds and over parameter-dependent manifolds - <http://ijm.ksu.ru/vol18/19.html>
- Разложение расслоения струй дифференцируемых отображений в сумму Уитни касательных расслоений - <https://eudml.org/doc/72458>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Геометрия расслоенных пространств" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Проектор

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе Анализ на многообразиях.

Автор(ы):

Шурыгин В.В. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. _____

"__" _____ 201__ г.