МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.
_____
"___"_____20___ г.

Программа дисциплины

Метрическая геометрия Б1.В.ДВ.5

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика
Профиль подготовки: Анализ на многообразиях
Квалификация выпускника: магистр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):
Сосов Е.Н.

Рецензент(ы):
Попов А.А.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Попов А. А.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No

Казань
2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Сосов Е.Н. Кафедра геометрии отделение математики , Evgenii.Sosov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины 'Метрическая геометрия' являются:

1)фундаментальная подготовка в метрической геометрии;

2)знакомство с приложениями метрической геометрии.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.5 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.04.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Дисциплина 'Метрическая геометрия' входит в цикл профессиональных дисциплин в вариативной части.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, дифференциальная геометрия и топология.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать основные проблемы в своей предметной области, выбирать методы и средства их решения
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1) Знать: основные понятия, и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

2) Понимать: роль метрической геометрии в современной геометрии.

3) Уметь: решать задачи в метрической геометрии.

4) Владеть: математическим аппаратом в метрической геометрии.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);
55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);
54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория кривых в метрическом пространстве. Простой путь. Простая дуга. Эквивалентные пути. Кривая в метрическом пространстве. Кривая Коха. Свойства длины пути.	2	1	2	4	0	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Длина дуги, как параметр. Характеризация функции длины дуги. Дифференцируемые пути в евклидовом пространстве. Пространство путей. Теорема Арцела-Асколи. Существование кратчайшего пути.	2	2	2	4	0	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Липшицевы отображения, подобия и изометрические отображения метрических пространств. Расстояние по Липшицу. Пространство с внутренней метрикой.	2	3	2	4	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Сегмент. Геодезическое пространство. Геодезическая кривая, луч, прямая. Выпуклость метрического пространства по Менгеру. Теорема Хопфа-Ринова-Конфоссена. Геодезическая выпуклость и выпуклость по Менгеру.	2	4	2	4	0	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Произведения метрических пространств. Отображения, неувеличивающие (сохраняющие) длины кривых. Нерастягивающие отображения. Отображения уменьшающие (неуменьшающие) расстояние. Изометрии компактных пространств. Локальные изометрии. Метрика Буземана на группах подобий и изометрий.	2	5	2	4	0	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Фактор-пространство метрического пространства. Однородные метрические пространства. Конус и сферическая надстройка над метрическим пространством. Верхний угол, угол, избыток. Пространство направлений.	2	6	2	4	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Чебышевский центр ограниченного множества в метрическом пространстве. Отклонение и расстояние Хаусдорфа. Метрическая проекция и обобщенное квазирешение операторного уравнения первого рода. Расстояние по Громову-Хаусдорфу.	2	7	2	4	0	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Итого			14	28	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Теория кривых в метрическом пространстве. Простой путь. Простая дуга. Эквивалентные пути. Кривая в метрическом пространстве. Кривая Коха. Свойства длины пути.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Теория кривых в метрическом пространстве. Простой путь. Простая дуга. Эквивалентные пути. Кривая в метрическом пространстве. Кривая Коха. Свойства длины пути.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Задачи по темам. Простой путь. Простая дуга. Эквивалентные пути. Кривая в метрическом пространстве. Кривая Коха. Свойства длины пути.

Тема 2. Длина дуги, как параметр. Характеризация функции длины дуги. Дифференцируемые пути в евклидовом пространстве. Пространство путей. Теорема Арцела-Асколи. Существование кратчайшего пути.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Длина дуги, как параметр. Характеризация функции длины дуги. Дифференцируемые пути в евклидовом пространстве. Пространство путей. Теорема Арцела-Асколи. Существование кратчайшего пути.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Нахождение длины дуги. Свойства дифференцируемых путей в евклидовом пространстве. Существование кратчайшего пути.

Тема 3. Липшицевы отображения, подобия и изометрические отображения метрических пространств. Расстояние по Липшицу. Пространство с внутренней метрикой.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Липшицевы отображения, подобия и изометрические отображения метрических пространств. Расстояние по Липшицу. Пространство с внутренней метрикой.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Доказательства липшицевости отображений, нахождение группы подобий, изометрий метрических пространств, расстояния по Липшицу.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Тема 4. Сегмент. Геодезическое пространство. Геодезическая кривая, луч, прямая. Выпуклость метрического пространства по Менгеру. Теорема Хопфа-Ринова-Конфоссена. Геодезическая выпуклость и выпуклость по Менгеру.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Сегмент. Геодезическое пространство. Геодезическая кривая, луч, прямая. Выпуклость метрического пространства по Менгеру. Теорема Хопфа-Ринова-Конфоссена. Геодезическая выпуклость и выпуклость по Менгеру.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Доказательства выпуклости метрического пространства по Менгеру. Геодезическая выпуклость и выпуклость по Менгеру.

Тема 5. Произведения метрических пространств. Отображения, неувеличивающие (сохраняющие) длины кривых. Нерастягивающие отображения. Отображения уменьшающие (неуменьшающие) расстояние. Изометрии компактных пространств. Локальные изометрии. Метрика Буземана на группах подобий и изометрий.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Произведения метрических пространств. Отображения, неувеличивающие (сохраняющие) длины кривых. Нерастягивающие отображения. Отображения уменьшающие (неуменьшающие) расстояние. Изометрии компактных пространств. Локальные изометрии. Метрика Буземана на группах подобий и изометрий.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Нахождение произведения метрических пространств, отображений, неувеличивающих (сохраняющих) длины кривых, нерастягивающих отображений, отображений уменьшающих (неуменьшающих) расстояние, локальных изометрий.

Тема 6. Фактор-пространство метрического пространства. Однородные метрические пространства. Конус и сферическая надстройка над метрическим пространством. Верхний угол, угол, избыток. Пространство направлений.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Фактор-пространство метрического пространства. Однородные метрические пространства. Конус и сферическая надстройка над метрическим пространством. Верхний угол, угол, избыток. Пространство направлений.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Построение фактор-пространств метрического пространства и однородных метрических пространств, конуса и сферической надстройки над метрическим пространством. Нахождение верхнего угола, угола, пространства направлений.

Тема 7. Чебышевский центр ограниченного множества в метрическом пространстве. Отклонение и расстояние Хаусдорфа. Метрическая проекция и обобщенное квазирешение операторного уравнения первого рода. Расстояние по Громову-Хаусдорфу.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Чебышевский центр ограниченного множества в метрическом пространстве. Отклонение и расстояние Хаусдорфа. Метрическая проекция и обобщенное квазирешение операторного уравнения первого рода. Расстояние по Громову-Хаусдорфу.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Нахождение чебышевского центра ограниченного множества в метрическом пространстве, отклонение и расстояния Хаусдорфа, метрической проекции, расстояния по Громову-Хаусдорфу.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория кривых в метрическом пространстве. Простой путь. Простая дуга. Эквивалентные пути. Кривая в метрическом пространстве. Кривая Коха. Свойства длины пути.	2	1	подготовка домашнего задания	10	письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Длина дуги, как параметр. Характеризация функции длины дуги. Дифференцируемые пути в евклидовом пространстве. Пространство путей. Теорема Арцела-Асколи. Существование кратчайшего пути.	2	2	подготовка домашнего задания	20	письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Липшицевы отображения, подобия и изометрические отображения метрических пространств. Расстояние по Липшицу. Пространство с внутренней метрикой.	2	3	подготовка домашнего задания	20	письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Сегмент. Геодезическое пространство. Геодезическая кривая, луч, прямая. Выпуклость метрического пространства по Менгеру. Теорема Хопфа-Ринова-Конфоссена. Геодезическая выпуклость и выпуклость по Менгеру.	2	4	подготовка домашнего задания	20	письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Произведения метрических пространств. Отображения, неувеличивающие (сохраняющие) длины кривых. Нерастягивающие отображения. Отображения уменьшающие (неуменьшающие) расстояние. Изометрии компактных пространств. Локальные изометрии. Метрика Буземана на группах подобий и изометрий.	2	5	подготовка домашнего задания	20	письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Фактор-пространство метрического пространства. Однородные метрические пространства. Конус и сферическая надстройка над метрическим пространством. Верхний угол, угол, избыток. Пространство направлений.	2	6	подготовка домашнего задания	15	письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Чебышевский центр ограниченного множества в метрическом пространстве. Отклонение и расстояние Хаусдорфа. Метрическая проекция и обобщенное квазирешение операторного уравнения первого рода. Расстояние по Громову-Хаусдорфу.	2	7	подготовка к контрольной работе	15	контрольная работа
	Итого				120	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Теория кривых в метрическом пространстве. Простой путь. Простая дуга. Эквивалентные пути. Кривая в метрическом пространстве. Кривая Коха. Свойства длины пути.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задачи по темам. Простой путь. Простая дуга. Эквивалентные пути. Кривая в метрическом пространстве. Кривая Коха. Свойства длины пути.

Тема 2. Длина дуги, как параметр. Характеризация функции длины дуги. Дифференцируемые пути в евклидовом пространстве. Пространство путей. Теорема Арцела-Асколи. Существование кратчайшего пути.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение длины дуги. Свойства дифференцируемых путей в евклидовом пространстве. Существование кратчайшего пути.

Тема 3. Липшицевы отображения, подобия и изометрические отображения метрических пространств. Расстояние по Липшицу. Пространство с внутренней метрикой.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательства липшицевости отображений, нахождение группы подобий, изометрий метрических пространств, расстояния по Липшицу.

Тема 4. Сегмент. Геодезическое пространство. Геодезическая кривая, луч, прямая. Выпуклость метрического пространства по Менгеру. Теорема Хопфа-Ринова-Конфоссена. Геодезическая выпуклость и выпуклость по Менгеру.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательства выпуклости метрического пространства по Менгеру. Геодезическая выпуклость и выпуклость по Менгеру.

Тема 5. Произведения метрических пространств. Отображения, неувеличивающие (сохраняющие) длины кривых. Нерастягивающие отображения. Отображения уменьшающие (неуменьшающие) расстояние. Изометрии компактных пространств. Локальные изометрии. Метрика Буземана на группах подобий и изометрий.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение произведения метрических пространств, отображений, неувеличивающих (сохраняющих) длины кривых, нерастягивающих отображений, отображений уменьшающих (неуменьшающих) расстояние, локальных изометрий.

Тема 6. Фактор-пространство метрического пространства. Однородные метрические пространства. Конус и сферическая надстройка над метрическим пространством. Верхний угол, угол, избыток. Пространство направлений.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Построение фактор-пространств метрического пространства и однородных метрических пространств, конуса и сферической надстройки над метрическим пространством. Нахождение верхнего угола, угола, пространства направлений.

Тема 7. Чебышевский центр ограниченного множества в метрическом пространстве. Отклонение и расстояние Хаусдорфа. Метрическая проекция и обобщенное квазирешение операторного уравнения первого рода. Расстояние по Громову-Хаусдорфу.

контрольная работа , примерные вопросы:

Нахождение чебышевского центра ограниченного множества в метрическом пространстве, отклонение и расстояния Хаусдорфа, метрической проекции, расстояния по Громову-Хаусдорфу.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену.

1. Простой путь. Простая дуга. Эквивалентные пути. Кривая в метрическом пространстве.
2. Кривая Коха. Свойства длины пути. Длина дуги, как параметр. Характеризация функции длины дуги.
3. Дифференцируемые пути в евклидовом пространстве.
4. Пространство путей. Теорема Арцела-Асколи. Существование кратчайшего пути.
5. Липшицевы отображения, подобия и изометрические отображения метрических пространств. Расстояние по Липшицу.
6. Пространство с внутренней метрикой. Сегмент. Геодезическое пространство.
7. Геодезическая кривая, луч, прямая. Выпуклость метрического пространства по Менгеру. Теорема Хопфа-Ринова-Конфоссена.
8. Геодезическая выпуклость и выпуклость по Менгеру. Произведения метрических пространств.
9. Отображения, неувеличивающие (сохраняющие) длины кривых. Нерастягивающие отображения. Отображения уменьшающие (неуменьшающие) расстояние.
10. Изометрии компактных пространств.
11. Локальные изометрии.
12. Метрика Буземана на группах подобий и изометрий.
13. Фактор-пространство метрического пространства. Однородные метрические пространства.
14. Полиэдральные пространства. Метрические графы.
15. Конус и сферическая надстройка над метрическим пространством.
16. Верхний угол, угол, избыток. Пространство направлений.
17. Пространства ограниченной кривизны (пространства Александрова).
18. G-пространство Буземана.
20. Чебышевский центр ограниченного множества в метрическом пространстве.
21. Отклонение и расстояние Хаусдорфа.
22. Метрическая проекция и обобщенное квазирешение функционального уравнения первого рода.
23. Расстояние по Громову-Хаусдорфу.

Типичный билет.

1. Метрика Буземана на группе подобий.
2. Произведение метрических пространств.
3. Теорема Хопфа-Ринова-Конфоссена

7.1. Основная литература:

Геометрия римановых пространств, Картан, Эли Жозеф, 2012г.

Введение в современный групповой анализ, Аминов, Наиль Мангимович;Гараев, Кавас Гараевич, 2012г.

7.2. Дополнительная литература:

Дискретная дифференциальная геометрия, Бобенко, Александр Иванович;Сурис, Юрий Борисович, 2010г.

Курс метрической геометрии, Бураго, Дмитрий Юрьевич;Бураго, Юрий Дмитриевич;Иванов, Сергей Владимирович, 2004г.

1. Сосов, Евгений Николаевич.

Введение в метрическую геометрию и ее приложения: учеб.-метод.пособие [Текст: электронный ресурс]: [учебное пособие]

/ Е. Н. Сосов. - Казань: Казанский федеральный университет, 2015. - Режим доступа:

http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/net/20341/1/05_34_001093.pdf

7.3. Интернет-ресурсы:

Блочно-матричный метод математического моделирования поверхностей: Учебное пособие / Нартя В.И. - М.:МПГУ, 2016. - 236 с.: ISBN 978-5-9729-0119-7 - http://znanium.com/bookread2.php?book=759903

Дискретная математика. Углубленный курс: Учебник / Соболева Т.С.; Под ред. Чечкина А.В. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 278 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-11-9 - http://znanium.com/bookread2.php?book=520541

Компьютерная математика: Учебное пособие/К.В.Титов - М.: ИЦ РИОР, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 261 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование) (Переплёт) ISBN 978-5-369-01470-7 - http://znanium.com/bookread2.php?book=523231

Методы оптимальных решений: Учебник / Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 384 с.: 60x90 1/16 (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-905554-24-7 - http://znanium.com/bookread2.php?book=521453

1. Сосов Е. Н. Введение в метрическую геометрию и ее приложения: учеб.-метод.пособие / Е.Н. Сосов - Казань: Казан. ун-т, - 2015. - 98 с. - http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/net/20341/1/05_34_001093.pdf

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Метрическая геометрия" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе " БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС " БиблиоРоссика " представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Аудитория с компьютерным проектором

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе Анализ на многообразиях .

Автор(ы):
Сосов Е.Н. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Попов А.А. _____
"__" _____ 201 __ г.