

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение

высшего профессионального образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор

по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

" " 20__ г.

Программа дисциплины

Основы построения метода конечных элементов Б1.В.ДВ.6

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № ____ от "____" 201__ г

Регистрационный №

Казань

2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Rafail.Dautov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины 'Метод конечных элементов' является подготовка квалифицированных специалистов в области применения метода конечных элементов для моделирования полей различной физической природы, описываемых уравнениями математической физики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.6 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам. Читается для студентов обучающихся по направлению 'Прикладная математика'. Базируется на дисциплинах 'Алгебра и геометрия', 'Математический анализ', 'Дополнительные главы математической физики'.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	Способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
ПК-10 (профессиональные компетенции)	Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных
ПК-12 (профессиональные компетенции)	Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальной математики
ПК-9 (профессиональные компетенции)	Способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теоретические знания о понятиях и задачах, связанных с аппроксимацией функциональных пространств Соболева.

2. должен уметь:

понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач линейной алгебры и уравнений задач математической физики

3. должен владеть:

навыками самостоятельного анализа и решения теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания и навыки в своей профессиональной деятельности

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в метод конечных элементов на примере обыкновенного уравнения второго порядка.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Метод Ритца. Метод Галеркина. Лемма Сеа. Метод Галеркина с возмущениями.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры. Лемма Брамбла- Гильберта.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Корректность обобщенной задачи.	5		0	0	4	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Интерполяция в R^n . Разрешимость задачи.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Определение конечного элемента. Критерии принадлежности конечного элемента к классу C_k	5		0	0	2	Контрольная работа Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Определение базисного конечного элемента. Прямоугольный и треугольный лагранжевый элемент степени m .	5		0	0	4	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Неполные прямоугольные лагранжевые элементы	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Эрмитов кубический элемент (одномерный, двумерный - прямоугольный и треугольный)	5		0	0	4	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Конечный элемент Белла класса C_1	5		0	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Ассоциированные конечные элементы. Критерии их принадлежности классам С0 и С1	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Регулярность семейства ассоциированных конечных элементов.	5		0	0	4	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Аффинно-эквивалентные элементы. Регулярность.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
15.	Тема 15. Криволинейные элементы. Регулярность.	5		0	0	2	
16.	Тема 16. Изопараметрические элементы. Регулярность.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
18.	Тема 18. Аппроксимация подпространств H_k , $k=1,2$.	5		0	0	4	Письменное домашнее задание
19.	Тема 19. Оценка погрешности интерполяции на базисном элементе. Оценка погрешности интерполяции для аффинных элементов.	5		0	0	4	
20.	Тема 20. Оценка погрешности интерполяции для криволинейных и изопараметрических элементов.	5		0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
21.	Тема 21. МКЭ для уравнений: в многоугольных областях аффинные элементы; в областях с кусочно-гладкой границей криволинейные элементы. Оценки точности.	5		0	0	4	
22.	Тема 22. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
23.	Тема 23. МКЭ с численным интегрированием. Примеры квадратурных формул для треугольных и прямоугольных элементов. Разрешимость, оценка точности.	5		0	0	2	
24.	Тема 24. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
25.	Тема 25. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
26.	Тема 26. Учет главных и естественных краевых условий.	5		0	0	2	
27.	Тема 27. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа.	5		0	0	4	Контрольная работа Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
28.	Тема 28. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем.	5		0	0	2	Письменное домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	72	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в метод конечных элементов на примере обыкновенного уравнения второго порядка.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Рассмотрение двухточечной краевой задачи. Ее аппроксимация простейшими конечными элементами.

Тема 2. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Примеры вариационных задач в гильбертовом пространстве. Понятие билинейной положительно определенной формы и ассоциированного с ней линейного положительно определенного оператора. Разрешимость вариационной задачи (лемма Лакса-Мильграма)

Тема 3. Метод Ритца. Метод Галеркина. Лемма Сеа. Метод Галеркина с возмущениями.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Различные подходы приближенного решения вариационной задачи в гильбертовом пространстве. Метод Галеркина.

Тема 4. Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры. Лемма Брамбла- Гильберта.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Понятие слабой, или обобщенной, производной. Пространства Соболева функций, имеющие интегрируемые с квадратом обобщенные производные. Различные эквивалентные нормировки. Примеры.

Тема 5. Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Корректность обобщенной задачи.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Понятие слабого решения краевой эллиптической задачи, основанное на понятии обобщенной производной. Корректность постановки обобщенной задачи.

Тема 6. Интерполяция в Rn . Разрешимость задачи.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Полиномы и кусочные полиномы в Rn. Интерполяция полиномами в Rn.

Тема 7. Определение конечного элемента. Критерии принадлежности конечного элемента к классу Ck

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Конечный элемент как множество в Rn с заданным набором узлов и полиномов. Понятие унимульвентности. Классы гладкости конечных элементов

Тема 8. Определение базисного конечного элемента. Прямоугольный и треугольный лагранжевый элемент степени m.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Семейства аффинно-эквивалентных конечных элементов, определяемых базисным, или ссылочным, конечным элементом. Примеры: прямоугольный и треугольный лагранжевые элементы степени m.

Тема 9. Неполные прямоугольные лагранжевые элементы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Уменьшение числа узлов и базисных функций для прямоугольного лагранжевого конечного элемента.

Тема 10. Эрмитов кубический элемент (одномерный, двумерный - прямоугольный и треугольный)

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Использование производных в качестве степеней свободы конечного элемента. Пример: эрмитовый кубический конечный элемент в одномерном и двумерном случаях.

Тема 11. Конечный элемент Белла класса C1

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Треугольный конечный элемент, использующий в качестве степеней свободы частные производные до 2-го порядка в каждой вершине - треугольник Белла с 18-ю степенями свободы.

Тема 12. Ассоциированные конечные элементы. Критерии их принадлежности классам C0 и C1

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Триангуляция области на конечные элементы классов C0 и C1.

Тема 13. Регулярность семейства ассоциированных конечных элементов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Условие невырождения, или регулярности, семейств конечных элементов.

Тема 14. Аффинно-эквивалентные элементы. Регулярность.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Достаточные условия регулярности семейств триангуляций расчетной области на конечные элементы

Тема 15. Криволинейные элементы. Регулярность.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Триангуляция криволинейной области с использованием вблизи границы криволинейных конечных элементов.

Тема 16. Изопараметрические элементы. Регулярность.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Пример криволинейных конечных элементов: изопараметрические конечные элементы.

Тема 17. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Ассоциированное с триангуляцией расчетной области пространство конечных элементов. Пространства лагранжевых и эрмитовых элементов треугольных конечных элементов.

Тема 18. Аппроксимация подпространств H_k , $k=1,2$.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Приближение кусочными полиномами функций из пространств Соболева.

Тема 19. Оценка погрешности интерполяции на базисном элементе. Оценка погрешности интерполяции для аффинных элементов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Оператор локальной полиномиальной интерполяции на базисном элементе. Оценка ошибки интерполяции на базисном элементе. Ошибка интерполяции для аффинно-эквивалентных элементов.

Тема 20. Оценка погрешности интерполяции для криволинейных и изопараметрических элементов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Аппроксимация на криволинейных и изопараметрических элементах. Оценки ошибки.

Тема 21. МКЭ для уравнений: в многоугольных областях аффинные элементы; в областях с кусочно-гладкой границей криволинейные элементы. Оценки точности.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Аппроксимация конечными элементами эллиптических краевых задач в многоугольных областях и в областях с кусочно-гладкой границей. Оценки погрешности конечно-элементной аппроксимации.

Тема 22. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Применение изопараметрических конечных элементов для аппроксимации задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей. Погрешность аппроксимации

Тема 23. МКЭ с численным интегрированием. Примеры квадратурных формул для треугольных и прямоугольных элементов. Разрешимость, оценка точности.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Приближенное вычисление интегралов в методе конечных элементов. Квадратурные формулы для треугольных и прямоугольных элементов. Влияние численного интегрирования на погрешность приближения.

Тема 24. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нумерация узлов и конечных элементов триангуляции. Матрица связности локальной и глобальной нумерации.

Тема 25. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Генерирование результирующей системы МКЭ. Различные алгоритмы сборки матрицы и правой части системы.

Тема 26. Учет главных и естественных краевых условий.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Влияние главных и естественных краевых условий на вариационную постановку задачи и их учет в результирующей системе МКЭ

Тема 27. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Применение различных подходов для вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для треугольных и прямоугольных конечных элементов.

Тема 28. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Алгебраические аспекты метода конечных элементов. Ограниченност примениния прямых методов решения систем уравнений МКЭ. Многоуровневые итерационные методы для систем МКЭ: многосеточные методы, методы декомпозиции области

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение в метод конечных элементов на примере обыкновенного уравнения второго порядка.	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала.	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Метод Ритца. Метод Галеркина. Лемма Сеа. Метод Галеркина с возмущениями.	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры. Лемма Брамбла-Гильберта.	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Корректность обобщенной задачи.	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Интерполяция в R^n . Разрешимость задачи.	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Определение конечного элемента. Критерии принадлежности конечного элемента к классу C_k	5		подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Определение базисного конечного элемента. 8. Прямоугольный и треугольный лагранжевый элемент степени m.	5		подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Неполные прямоугольные лагранжевые элементы	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Эрмитов кубический элемент (одномерный, двумерный - прямоугольный и треугольный)	5		подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Конечный элемент Белла класса C1	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Ассоциированные конечные элементы. Критерии их принадлежности классам C0 и C1	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Регулярность семейства ассоциированных конечных элементов.	5		подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Аффинно-эквивалентные элементы. Регулярность.	5		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
16.	Тема 16. Изопараметрические элементы. Регулярность.	5		подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов.	5		подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
18.	Тема 18. Аппроксимация подпространств Hk, k=1,2.	5		подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
22.	Тема 22. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности.	5		подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
24.	Тема 24. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ.	5		подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
25.	Тема 25. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов.	5		подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
27.	Тема 27. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа.	5		подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
28.	Тема 28. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем.	5		подготовка домашнего задания	6	письменное домашнее задание
Итого					72	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Необходимый теоретический материал излагается на занятиях. Причем конспект, который остается у студента в результате прослушивания материала не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Дополнительно полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение в метод конечных элементов на примере обыкновенного уравнения второго порядка.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Двухточечную краевую задачу свести к вариационной задаче, применяя формулы интегрирования по частям.

Тема 2. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решить систему линейных алгебраических уравнений с симметричной положительно определенной матрицей. Проверить, что решение совпадает с минимумом квадратичного функционала энергии данной системы.

Тема 3. Метод Ритца. Метод Галеркина. Лемма Сеа. Метод Галеркина с возмущениями.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для двухточечной краевой задачи применить метод Галеркина, используя базисы двух типов: тригонометрические полиномы и кусочно-линейные функции. Сравнить результаты.

Тема 4. Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры. Лемма Брамбла- Гильберта.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить обобщенные производные заданных функций. Вычислить их соболевские нормы.

Тема 5. Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Корректность обобщенной задачи.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданной правой части показать, что решение краевой задачи в классическом смысле не существует, а в обобщенной постановке решение существует и единственно.

Тема 6. Интерполяция в R^n . Разрешимость задачи.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданных узлов и заданных в них значениях построить интерполяционный полином.

Тема 7. Определение конечного элемента. Критерии принадлежности конечного элемента к классу C_k

контрольная работа , примерные вопросы:

Выписать узловой базис конечного элемента лагранжевого типа в одномерном случае.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для конкретных прямоугольных и треугольных конечных элементов применить критерии принадлежности конечного элемента к классу C_k .

Тема 8. Определение базисного конечного элемента. Прямоугольный и треугольный лагранжевый элемент степени m .

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выписать узловой базис треугольного конечного элемента лагранжевого типа. Выписать узловой базис прямоугольного конечного элемента лагранжевого типа.

Тема 9. Неполные прямоугольные лагранжевые элементы

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выписать базис неполного прямоугольного конечного элемента лагранжевого типа.

Тема 10. Эрмитов кубический элемент (одномерный, двумерный - прямоугольный и треугольный)

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выписать узловой базис конечного элемента эрмитового типа в одномерном случае.

Тема 11. Конечный элемент Белла класса С1

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выписать узловой базис треугольного конечного элемента Белла (18 базисных функций).

Тема 12. Ассоциированные конечные элементы. Критерии их принадлежности классам С0 и С1

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для одномерных конечных элементов проверить их принадлежность классам С0 и С1.

Тема 13. Регулярность семейства ассоциированных конечных элементов.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданного семейства одномерных конечных элементов проверить выполнение условия регулярности.

Тема 14. Аффинно-эквивалентные элементы. Регулярность.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Построить аффинное отображение базисного треугольного конечного элемента в произвольный.

Тема 15. Криволинейные элементы. Регулярность.

Тема 16. Изопараметрические элементы. Регулярность.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Построить отображение треугольного конечного элемента на изопараметрический.

Тема 17. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Построить глобальный базис пространства конечных элементов в одномерном случае.

Тема 18. Аппроксимация подпространств H_k , $k=1,2$.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданной функции пространства Соболева вычислить наилучшее приближение в соболевской норме.

Тема 19. Оценка погрешности интерполяции на базисном элементе. Оценка погрешности интерполяции для аффинных элементов.

Тема 20. Оценка погрешности интерполяции для криволинейных и изопараметрических элементов.

Тема 21. МКЭ для уравнений: в многоугольных областях аффинные элементы; в областях с кусочно-гладкой границей криволинейные элементы. Оценки точности.

Тема 22. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Составить систему уравнений МКЭ в квадратной области. Для задачи Дирихле с оператором Лапласа в квадратной области оценить необходимое число линейных конечных элементов для получения заданной точности приближенного решения

Тема 23. МКЭ с численным интегрированием. Примеры квадратурных формул для треугольных и прямоугольных элементов. Разрешимость, оценка точности.

Тема 24. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданной триангуляции выписать матрицу связности

Тема 25. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Написать процедуру сборки системы МКЭ в Matlab

Тема 26. Учет главных и естественных краевых условий.

Тема 27. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа.

контрольная работа , примерные вопросы:

Для заданного дифференциального уравнения написать процедуру вычисления локальных матриц жесткости и локальных векторов сил в Матлаб.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Получить расчетные формулы для вычисления локальных матриц жесткости и локальных векторов сил в Матлаб для линейных и квадратичных элементов.

Тема 28. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Написать программу в Матлаб решения системы МКЭ методом сопряженных градиентов

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

По данной дисциплине предусмотрено проведение зачета.

Примерные вопросы для зачета.

Постановка краевой задачи в вариационном виде. Метод Галеркина аппроксимации вариационной задачи в гильбертовом пространстве.

Основные аспекты метода Галеркина: выбор аппроксимирующего подпространства, выбор базиса, генерирование системы

линейных алгебраических уравнений, ее решение прямым или итерационным методом.

Понятие конечного элемента в одномерном, двумерном, общем случае. Триангуляция расчетной области, условие регулярности семейства триангуляций.

Пространства конечных элементов. Локальный и глобальный базис. Локальная и глобальная интерполяция, оценки погрешности интерполяции.

Аппроксимация конечными элементами функций пространств Соболева, оценки погрешности аппроксимации. Применение пространств конечных элементов

для аппроксимации краевых задач. Локальные и глобальные матрицы жесткости и вектора сил. Алгоритмы сборки систем МКЭ.

Учет существенных и естественных краевых условий в вариационной постановке задачи. Учет существенных и естественных краевых условий в системе МКЭ.

Прямые методы решения систем МКЭ: метод Гаусса, LU-разложение, метод Холецкого.

Итерационные методы решения систем МКЭ: метод сопряженных

градиентов с предобусловливанием, многосеточные методы, методы декомпозиции области.

7.1. Основная литература:

1. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений,

обучающихся по специальности 'Прикладная математика и информатика' и по направлению 'Прикладная математика и информатика' /

Р. З. Даутов , М. М. Карчевский.?Изд. 2-е, испр..?Казань: Казанский университет, 2011.?237 с.: ил.; 21.?

Библиогр.: с. 228-229 (25 назв.).?Предм. указ.: с. 234-237.?ISBN 978-5-98180-993-4.

2. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов:

[Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет. 2012. - 240 с. (с грифом УМО).
http://kpfu.ru/publication?p_id=47325.

3. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения.
[Учебное пособие]. - Казань, 2010. - 94 с.http://kpfu.ru/publication?p_id=21045

4. Самогин, Ю.Н. Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Н. Самогин, В.Е. Хроматов, В.П. Чирков. ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2012. ? 200 с. ? Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59633 ? Загл. с экрана.
5. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелейев. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2015. ? 448 с. ? Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65043 ? Загл. с экрана.

7.2. Дополнительная литература:

1. Стренг, Гилберт. Теория метода конечных элементов. / Г. Стренг, Дж. Фикс; под ред. Г. И. Марчука; пер. с англ. В. И Агошкова [и др].?М.: Мир, 1977.?348 с.: ил.; 22.?Библиогр.: с. 324-335.?Имен. указ.: с. 342-344.?Предм. указ.: с. 345-347.
2. Ильин В. П. Методы и технологии конечных элементов / В.П. Ильин; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т вычисл. математики и мат. геофизики.?Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2007.?370 с.: ил.; 22.?Библиогр.: с. 357-361 (71 назв.).?Предм. указ.: с. 362-367.?ISBN 978-5-901548-30-1, 460.
3. Репченков В. И. Физические основы метода конечных элементов: пособие для студентов механико-математического факультета / В. И. Репченков, Ю. Е. Нагорный.?Минск: БГУ, 2009.?90, [1] с.: ил.; 20.?Библиогр.: с. 89.?ISBN 978-985-518-194-2, 100.
4. Съярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач: перевод с английского / Ф. Съярле; Под ред. Н. Н. Яненко; Пер. Б. И. Класов.?Москва: Мир, 1980.?512с.
5. Деклу Ж. Методы конечных элементов / Ж. Деклу.?Москва: Мир, 1976.?95с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>
Портал образовательных математических ресурсов - <http://www.allmath.com/>
Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>
Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathhelp.spb.ru>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Основы построения метода конечных элементов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Лекционные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом или маркером.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Даутов Р.З. _____
"___" 201 ___ г.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М. _____
"___" 201 ___ г.