МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет" Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Программа дисциплины

Дифференциальная геометрия и топология Б1.В.ОД.9

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика
Профиль подготовки: Общий профиль
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: <u>очное</u>
Язык обучения: русский
Автор(ы):
COCOB E.H.
Рецензент(ы):
Киндер М.И.
СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Попов А. А.
Протокол заседания кафедры No от "" 201г
Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского : Протокол заседания УМК No от "" 201г
Регистрационный No
Казань
2019

Содержание

- 1. Цели освоения дисциплины
- 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
- 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
- 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
- 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
- 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
- 7. Литература
- 8. Интернет-ресурсы
- 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Сосов Е.Н. Кафедра геометрии отделение математики , Evgenii.Sosov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) 'Дифференциальная геометрия и топология' являются: овладение современным математическим аппаратом дифференциальной геометрии и топологии, получение обучающимися теоретических знаний о геометрии кривых и поверхностей, дифференциально-геометрических инвариантах, топологии и дифференцируемых многообразиях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.9 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 2 курсе, 3, 4 семестры.

Дисциплина 'Дифференциальная геометрия и топология' является продолжением курса 'Аналитическая геометрия' в базовой части цикла профессиональных дисциплин. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математического анализа, алгебры, а также знания и умения, полученные при освоении дисциплины дифференциальные уравнения.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать фундаментальные знания в области дифференциальной геометрии и топологии в будущей профессиональной деятельности
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и методы дифференциальной геометрии и топологии, формулировки утверждений и методы их доказательства, основные области их приложений.

2. должен уметь:



решать задачи теоретического характера в дифференциальной геометрии и топологии.

3. должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальной геометрии и топологии, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области. Понимать идеи, цели и задачи предмета, его связь с другими математическими дисциплинами

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять идеи и методы дифференциальной геометрии и топологии, ориентироваться в структуре дифференциальной геометрии и топологии.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/	Семестр	P _{CEMECTDA} (B 4acax)		Текущие формы контроля		
	Модуля		-	Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Определения векторной функции, её частной производной и дифференциала. Матрица Якоби, регулярная векторная функция.	3	1	1	0	1	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Теоремы о специальных векторных функциях: постоянной длины, постоянного направления и компланарной.	3	2	1	0	1	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/	Семестр	Неделя семестра		Виды и ча аудиторной р их трудоемк (в часах	аботы, сость)	Текущие формы контроля
	Модуля		-	Лекции	Практические занятия	лабораторные работы	
3.	Тема 3. Кривые. Параметризованная кривая, плоская кривая, неявно заданная кривая. Натуральный параметр параметризованной кривой. Касательная прямая.	3	3	2	0	2	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Пространственные кривые. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых.	3	4	2	0	2	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой. Геометрический и механический смысл кривизны и кручения.	3	5	2	0	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта плоской кривой. Касание кривых. Соприкасающаяся сфера кривой.	3	6	2	0	2	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Поверхности. Простой кусок поверхности, параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали.		7	2	0	2	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра		Виды и ча аудиторной р их трудоемк (в часах	аботы, сость)	Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Тензорные поля на поверхности. Внешние формы на векторном пространстве.	3	8	2	0	2	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Метрический тензор. Его координаты. Применение метрического тензора для вычисления длин дуг кривых, углов между кривыми и площадей кусков поверхности.	3	9	2	0	2	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Деривационные уравнения поверхности. Коэффициенты связности. Вторая квадратичная форма поверхности. Оператор Вейнгартена. Отображения и изометрия поверхностей. Наложимость двух поверхностей. Понятие внутренней геометрии поверхности.	3	10	2	0	2	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Главные кривизны и главные направления поверхности, их нахождение.	3	11	2	0	2	Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Полная и средняя кривизны поверхности. Теорема Гаусса.	3	12	2	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра		Виды и ча аудиторной р их трудоемк (в часах	аботы, сость	Текущие формы контроля
				Лекции	практические занятия	лаоораторные работы	
13.	Тема 13. Нормальная кривизна поверхности в данной точке, в данном направлении.	3	13	2	0	2	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Теорема Эйлера. Строение поверхности в окрестности регулярной точки.	3	14	2	0	2	Письменное домашнее задание
15.	Тема 15. Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезики. Свойства геодезик.	3	15	2	0	2	Письменное домашнее задание
16.	Тема 16. Поверхности постоянной полной кривизны, их внутренняя геометрия.	3	16	2	0	2	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Метрическое и топологическое пространства.	3	17	2	0	2	Письменное домашнее задание
18.	Тема 18. База и предбаза топологии. Локальная база.	3	18	2	0	2	Контрольная работа
	Тема 19. Непрерывное отображение топологических пространств. Гомеоморфные топологические пространства.	4	1	1	0	2	Письменное домашнее задание
20.	Тема 20. Аксиомы отделимости. Отделимое, регулярное и нормальное топологические пространства.	4	2	1	0	2	Письменное домашнее задание
	Тема 21. Связное и линейно связные топологическое пространство. Компоненты связности. Задачи по теме связные множества.	4	3	2	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра		Виды и ча аудиторной р их трудоемк (в часах	аботы, сость)	Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	лабораторные работы	
22.	Тема 22. Компактные топологические пространства. Теорема Тихонова.	4	4	2	0	2	Контрольная работа
23.	Тема 23. Паракомпактное топологическое пространство. Разбиение единицы.	4	5	2	0	2	Письменное домашнее задание
24.	Тема 24. Определение многообразия. Примеры. Задачи на введение структуры многообразия.	4	6	2	0	2	Письменное домашнее задание
25.	Тема 25. Морфизмы многообразий. Открытые подмногообразия. Ранг морфизма. Подмногообразие многообразия.	4	7	2	0	2	Письменное домашнее задание
	Тема 26. Задание дифференцируемого многообразия уравнениями. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия.	4	8	2	0	2	Контрольная работа
27.	Тема 27. Касательное и кокасательное пространства. Дифференциал морфизма многообразий.	4	9	2	0	2	Письменное домашнее задание
28.	Тема 28. Векторное поле на дифференцируемом многообразии. Векторное поле как оператор дифференцирования.	4	10	2	0	2	Письменное домашнее задание
29.	Тема 29. Скобка векторных полей. Тензорное поле на многообразии, его координаты относительно карты.	4	11	2	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Лекции	Виды и ча аудиторной р их трудоемк (в часах Практические	аботы, ость) Лабораторные	Текущие формы контроля
30.	Тема 30. Поведение тензорных полей при отображении многообразий. Поток векторного поля.	4	12	2	занятия 0	работы 2	Письменное домашнее задание
31.	Тема 31. Внешние формы на дифференцируемом многообразии. Задачи по теме внешние формы на дифференцируемом многообразии.	4	13	2	0	2	Письменное домашнее задание
	Тема 32. Линейная связность на многообразии. Ковариантная производная тензорного поля.	4	14	2	0	2	Письменное домашнее задание
	Тема 33. Тензор кручения и тензор кривизны пространства аффинной связности. Тензор Риччи.	4	15	2	0	2	Письменное домашнее задание
34.	Тема 34. Риманово и псевдориманово многообразие. Геометрический смысл тензора кривизны.	4	16	2	0	2	Письменное домашнее задание
35.	Тема 35. Риманов тензор кривизны. Скалярная кривизна. Секционная кривизна.	4	17	2	0	4	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Экзамен
	Итого			66	0	70	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Определения векторной функции, её частной производной и дифференциала. Матрица Якоби, регулярная векторная функция.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Определения векторной функции скалярного аргумента, её производной и дифференциала. Задачи по теме векторная функция скалярного аргумента, её производной и дифференциала.

лабораторная работа (1 часа(ов)):



Определения векторной функции скалярного аргумента, её производной и дифференциала. Задачи по теме векторная функция скалярного аргумента, её производной и дифференциала.

Тема 2. Теоремы о специальных векторных функциях: постоянной длины, постоянного направления и компланарной.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Теоремы о векторных функциях постоянной длины, постоянного направления и параллельной постоянной плоскости. Задачи по теме векторные функции постоянной длины, постоянного направления и параллельные постоянной плоскости.

лабораторная работа (1 часа(ов)):

Теоремы о векторных функциях постоянной длины, постоянного направления и параллельной постоянной плоскости. Задачи по теме векторные функции постоянной длины, постоянного направления и параллельные постоянной плоскости.

Тема 3. Кривые. Параметризованная кривая, плоская кривая, неявно заданная кривая. Натуральный параметр параметризованной кривой. Касательная прямая.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Кривые. Простая дуга кривой, параметризованная кривая, плоская кривая, кривая заданная неявно. Натуральный параметр параметризованной кривой. Построение кривых на компьютере.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Кривые. Простая дуга кривой, параметризованная кривая, плоская кривая, кривая заданная неявно. Натуральный параметр параметризованной кривой. Построение кривых на компьютере.

Тема 4. Пространственные кривые. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Пространственные кривые. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых. Задачи на вычисление кривизны и кручения.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Пространственные кривые. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых. Задачи на вычисление кривизны и кручения.

Тема 5. Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой. Геометрический и механический смысл кривизны и кручения.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой. Построение сопровождающего трехгранника кривой на компьютере.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой. Построение сопровождающего трехгранника кривой на компьютере.

Тема 6. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта плоской кривой. Касание кривых. Соприкасающаяся сфера кривой.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта плоской кривой. Касание кривых. Соприкасающаяся сфера кривой.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта и эвольвенты плоской кривой. Задачи на нахождение огибающей, эволюты, эвольвенты и соприкасающейся сферы.

Тема 7. Поверхности. Простой кусок поверхности, параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Поверхности. Простой кусок поверхности, параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Простой кусок поверхности, параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали. Построение поверхности на компьютере. Задачи на нахождение касательной и нормали.

Тема 8. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Тензорные поля на поверхности. Внешние формы на векторном пространстве.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Тензорные поля на поверхности. Внешние формы на векторном пространстве.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нахождение координат тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Примеры тензорных полей на поверхности. Внешние формы на векторном пространстве.

Тема 9. Метрический тензор. Его координаты. Применение метрического тензора для вычисления длин дуг кривых, углов между кривыми и площадей кусков поверхности. *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Метрический тензор. Его координаты. Применение метрического тензора для вычисления длин дуг кривых, углов между векторами и площадей кусков поверхности. Задачи на вычисление длин дуг, углов, площадей на поверхности.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Метрический тензор. Его координаты. Применение метрического тензора для вычисления длин дуг кривых, углов между векторами и площадей кусков поверхности. Задачи на вычисление длин дуг, углов, площадей на поверхности.

Тема 10. Деривационные уравнения поверхности. Коэффициенты связности. Вторая квадратичная форма поверхности. Оператор Вейнгартена. Отображения и изометрия поверхностей. Наложимость двух поверхностей. Понятие внутренней геометрии поверхности.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Деривационные уравнения поверхности. Коэффициенты связности. Вторая квадратичная форма поверхности. Оператор Вейнгартена. Отображения и изометрия поверхностей. Наложимость двух поверхностей. Понятие внутренней геометрии поверхности.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Вычисление коэффициентов связности, второй квадратичной формы поверхности и оператора Вейнгартена. Установление изометричности поверхностей.

Тема 11. Главные кривизны и главные направления поверхности, их нахождение.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Главные кривизны и главные направления поверхности, их нахождение.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Вычисление главных кривизны и главных направлений поверхности

Тема 12. Полная и средняя кривизны поверхности. Теорема Гаусса.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Полная и средняя кривизны поверхности. Теорема Гаусса.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи на нахождение полной и средней кривизны поверхности.

Тема 13. Нормальная кривизна поверхности в данной точке, в данном направлении. *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Нормальная кривизна поверхности в данной точке, в данном направлении.



лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи на нахождение нормальной кривизны поверхности в данной точке, в данном направлении.

Тема 14. Теорема Эйлера. Строение поверхности в окрестности регулярной точки.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Теорема Эйлера. Строение поверхности в окрестности регулярной точки.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи с применением теоремы Эйлера и строения поверхности в окрестности регулярной точки.

Тема 15. Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезики. Свойства геодезик.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезики. Свойства геодезик.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нахождение геодезической кривизны кривой на поверхностии и геодезик.

Тема 16. Поверхности постоянной полной кривизны, их внутренняя геометрия.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Поверхности постоянной полной кривизны, их внутренняя геометрия.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нахождение полугеодезической сети на поверхности. Наложение поверхностей.

Тема 17. Метрическое и топологическое пространства.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Метрическое и топологическое пространства. Внутренние, предельные и граничные точки множеств. Точки прикосновения. Шары.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нахождения замыкания, внутренности и границы множеств

Тема 18. База и предбаза топологии. Локальная база.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

База и предбаза топологии. Локальная база.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нахождение базы, предбазы и локальной базы топологии.

Тема 19. Непрерывное отображение топологических пространств. Гомеоморфные топологические пространства.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Непрерывное отображение топологических пространств. Гомеоморфные топологические пространства.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Установление гомеоморфности топологических пространств. Задачи по проверке непрерывности отображений.

Тема 20. Аксиомы отделимости. Отделимое, регулярное и нормальное топологические пространства.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Аксиомы отделимости. Отделимое, регулярное и нормальное топологические пространства.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Проверка аксиом отделимости топологических пространств.

Тема 21. Связное и линейно связные топологическое пространство. Компоненты связности. Задачи по теме связные множества.

лекционное занятие (2 часа(ов)):



Связное и линейно связные топологическое пространство. Компоненты связности. Задачи по теме связные множества.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нахождение компонент связности, установление связности и линейной связности топологических пространств.

Тема 22. Компактные топологические пространства. Теорема Тихонова.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Компактные топологические пространства. Топология произведения топологических пространств. Теорема Тихонова.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Проверка компактности топологических пространств.

Тема 23. Паракомпактное топологическое пространство. Разбиение единицы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Паракомпактное топологическое пространство. Разбиение единицы.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Построение и применение разбиения единицы.

Тема 24. Определение многообразия. Примеры. Задачи на введение структуры многообразия.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Определение многообразия. Примеры. Задачи на введение структуры многообразия.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи на построение карт и введение структуры многообразия.

Тема 25. Морфизмы многообразий. Открытые подмногообразия. Ранг морфизма. Подмногообразие многообразия.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Морфизмы многообразий. Открытые подмногообразия. Ранг морфизма. Подмногообразие многообразия.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи по построению морфизмов многообразий.

Тема 26. Задание дифференцируемого многообразия уравнениями. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Задание дифференцируемого многообразия уравнениями. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи на задание дифференцируемого многообразия уравнениями. Построение вложенных и погруженных многообразий.

Тема 27. Касательное и кокасательное пространства. Дифференциал морфизма многообразий.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Касательное и кокасательное пространства. Дифференциал морфизма многообразий.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нахождение касательного и кокасательного пространств, дифференциала морфизма многообразий.

Тема 28. Векторное поле на дифференцируемом многообразии. Векторное поле как оператор дифференцирования.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Векторное поле на дифференцируемом многообразии. Векторное поле как оператор дифференцирования.

лабораторная работа (2 часа(ов)):



Задачи на нахождение векторных полей.

Тема 29. Скобка векторных полей. Тензорное поле на многообразии, его координаты относительно карты.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Скобка векторных полей. Тензорное поле на многообразии, его координаты относительно карты.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи на нахождение скобки векторных полей и тензорных полей на многообразии.

Тема 30. Поведение тензорных полей при отображении многообразий. Поток векторного поля.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Поведение тензорных полей при отображении многообразий. Поток векторного поля.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи по нахождению потока векторного поля и поведению тензорных полей при отображении многообразий.

Тема 31. Внешние формы на дифференцируемом многообразии. Задачи по теме внешние формы на дифференцируемом многообразии.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Внешние формы на дифференцируемом многообразии. Задачи по теме внешние формы на дифференцируемом многообразии.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи по теме внешние формы и внешний дифференциал внешней формы на гладком многообразии.

Тема 32. Линейная связность на многообразии. Ковариантная производная тензорного поля.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Линейная связность на многообразии. Ковариантная производная тензорного поля.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нахождение линейной связности и ковариантной производной тензорного поля.

Тема 33. Тензор кручения и тензор кривизны пространства аффинной связности. Тензор Риччи.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Тензор кручения и тензор кривизны пространства аффинной связности. Тензор Риччи.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Нахождение тензора кручения, тензора кривизны и тензора Риччи пространства аффинной связности.

Тема 34. Риманово и псевдориманово многообразие. Геометрический смысл тензора кривизны.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Риманово и псевдориманово многообразие. Геометрический смысл тензора кривизны.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Задачи на установление свойств тензора кривизны и тензора Риччи.

Тема 35. Риманов тензор кривизны. Скалярная кривизна. Секционная кривизна.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Риманов тензор кривизны. Скалярная кривизна. Секционная кривизна.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Нахождение риманова тензора кривизны, скалярной кривизны и секционных кривизн.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Определения векторной функции, её частной производной и дифференциала. Матрица Якоби, регулярная векторная функция.	3	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Теоремы о специальных векторных функциях: постоянной длины, постоянного направления и компланарной.	3	2	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Кривые. Параметризованная кривая, плоская кривая, неявно заданная кривая. Натуральный параметр параметризованной кривой. Касательная прямая.	3	3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
4.	Тема 4. Пространственные кривые. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых.	3	4	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой. Геометрический и механический смысл кривизны и кручения.	3	5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта плоской кривой. Касание кривых. Соприкасающаяся сфера кривой.	3	6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Поверхности. Простой кусок поверхности, параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали.	3		подготовка к контрольной точке	4	контрольная точка
8.	Тема 8. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Тензорные поля на поверхности. Внешние формы на векторном пространстве.	3	8	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Метрический тензор. Его координаты. Применение метрического тензора для вычисления длин дуг кривых, углов между кривыми и площадей кусков поверхности.	3	9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
	Тема 10. Деривационные уравнения поверхности. Коэффициенты связности. Вторая квадратичная форма поверхности. Оператор Вейнгартена. Отображения и изометрия поверхностей. Наложимость двух поверхностей. Понятие внутренней геометрии поверхности.	3	10	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
11.	Тема 11. Главные кривизны и главные направления поверхности, их нахождение.	3	11	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
12.	Тема 12. Полная и средняя кривизны поверхности. Теорема Гаусса.	3	12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Нормальная кривизна поверхности в данной точке, в данном направлении.	3	13	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
14.	Тема 14. Теорема Эйлера. Строение поверхности в окрестности регулярной точки.	3	14	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
15.	Тема 15. Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезики. Свойства геодезик.	3	15	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Поверхности постоянной полной кривизны, их внутренняя геометрия.	3	16	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Метрическое и топологическое пространства.	3	17	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
	Тема 18. База и предбаза топологии. Локальная база.	3	18	подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
19.	Тема 19. Непрерывное отображение топологических пространств. Гомеоморфные топологические пространства.	4	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
20.	Тема 20. Аксиомы отделимости. Отделимое, регулярное и нормальное топологические пространства.	4	2	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
21.	Тема 21. Связное и линейно связные топологическое пространство. Компоненты связности. Задачи по теме связные множества.	4	3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
22.	Тема 22. Компактные топологические пространства. Теорема Тихонова.	4	4	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
23.	Тема 23. Паракомпактное топологическое пространство. Разбиение единицы.	4	5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
24.	Тема 24. Определение многообразия. Примеры. Задачи на введение структуры многообразия.	4	6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
25.	Тема 25. Морфизмы многообразий. Открытые подмногообразия. Ранг морфизма. Подмногообразие многообразия.	4	7	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
	Тема 26. Задание дифференцируемого многообразия уравнениями. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия.	4		подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
27.	Тема 27. Касательное и кокасательное пространства. Дифференциал морфизма многообразий.	4	9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
28.	Тема 28. Векторное поле на дифференцируемом многообразии. Векторное поле как оператор дифференцирования.	4	10	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
29.	Тема 29. Скобка векторных полей. Тензорное поле на многообразии, его координаты относительно карты.	4	11	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
30.	Тема 30. Поведение тензорных полей при отображении многообразий. Поток векторного поля.	4	12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
31.	Тема 31. Внешние формы на дифференцируемом многообразии. Задачи по теме внешние формы на дифференцируемом многообразии.	4	13	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
32.	Тема 32. Линейная связность на многообразии. Ковариантная производная тензорного поля.	4	14	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
33.	Тема 33. Тензор кручения и тензор кривизны пространства аффинной связности. Тензор Риччи.	4	15	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
34.	Тема 34. Риманово и псевдориманово многообразие. Геометрический смысл тензора кривизны.	4	16	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
35.	Тема 35. Риманов тензор кривизны. Скалярная кривизна. Секционная кривизна.	4	17	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
	Итого				80	

- **5.** Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения активные и интерактивные формы проведения занятий.
- 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов



Тема 1. Определения векторной функции, её частной производной и дифференциала. Матрица Якоби, регулярная векторная функция.

домашнее задание, примерные вопросы:

Определения векторной функции скалярного аргумента, её производной и дифференциала. Задачи по теме векторная функция скалярного аргумента, её производной и дифференциала.

Тема 2. Теоремы о специальных векторных функциях: постоянной длины, постоянного направления и компланарной.

домашнее задание, примерные вопросы:

Теоремы о векторных функциях постоянной длины, постоянного направления и параллельной постоянной плоскости. Задачи по теме векторные функции постоянной длины, постоянного направления и параллельные постоянной плоскости.

Тема 3. Кривые. Параметризованная кривая, плоская кривая, неявно заданная кривая. Натуральный параметр параметризованной кривой. Касательная прямая.

домашнее задание, примерные вопросы:

Кривые. Простая дуга кривой, параметризованная кривая, плоская кривая, кривая заданная неявно. Натуральный параметр параметризованной кривой. Построение кривых на компьютере.

Тема 4. Пространственные кривые. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых.

домашнее задание, примерные вопросы:

Пространственные кривые. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых. Задачи на вычисление кривизны и кручения.

Тема 5. Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой. Геометрический и механический смысл кривизны и кручения.

домашнее задание, примерные вопросы:

Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой. Построение сопровождающего трехгранника кривой на компьютере.

Тема 6. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта плоской кривой. Касание кривых. Соприкасающаяся сфера кривой.

домашнее задание, примерные вопросы:

Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта и эвольвенты плоской кривой. Задачи на нахождение огибающей, эволюты, эвольвенты.

Тема 7. Поверхности. Простой кусок поверхности, параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали.

контрольная точка, примерные вопросы:

Поверхности. Простой кусок поверхности, параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали. Построение поверхности на компьютере. Задачи на нахождение касательной и нормали.

Тема 8. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Тензорные поля на поверхности. Внешние формы на векторном пространстве.

домашнее задание, примерные вопросы:

Координаты тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Тензорные поля на поверхности. Внешние формы на векторном пространстве. Задачи по теме внешние формы на векторном пространстве.

Тема 9. Метрический тензор. Его координаты. Применение метрического тензора для вычисления длин дуг кривых, углов между кривыми и площадей кусков поверхности.

домашнее задание, примерные вопросы:

Метрический тензор. Его координаты. Применение метрического тензора для вычисления длин дуг кривых, углов между векторами и площадей кусков поверхности. Задачи на вычисление длин дуг, углов, площадей на поверхности.



Тема 10. Деривационные уравнения поверхности. Коэффициенты связности. Вторая квадратичная форма поверхности. Оператор Вейнгартена. Отображения и изометрия поверхностей. Наложимость двух поверхностей. Понятие внутренней геометрии поверхности.

домашнее задание, примерные вопросы:

Коэффициенты связности. Вторая квадратичная форма поверхности. Оператор Вейнгартена. Отображения и изометрия поверхностей.

Тема 11. Главные кривизны и главные направления поверхности, их нахождение.

домашнее задание, примерные вопросы:

Задачи на нахождение главных кривизн и главных направлений.

Тема 12. Полная и средняя кривизны поверхности. Теорема Гаусса.

домашнее задание, примерные вопросы:

Полная и средняя кривизны поверхности. Задачи на нахождение полной и средней кривизны поверхности.

Тема 13. Нормальная кривизна поверхности в данной точке, в данном направлении.

домашнее задание, примерные вопросы:

Нахождение нормальной кривизны поверхности в данной точке, в данном направлении.

Тема 14. Теорема Эйлера. Строение поверхности в окрестности регулярной точки.

домашнее задание, примерные вопросы:

Применение теоремы Эйлера и установление строения поверхности в окрестности регулярной точки.

Тема 15. Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезики. Свойства геодезик.

домашнее задание, примерные вопросы:

Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезики. Свойства геодезик. Поверхности постоянной полной кривизны, их внутренняя геометрия. Задачи на нахождение геодезических линий.

Тема 16. Поверхности постоянной полной кривизны, их внутренняя геометрия.

домашнее задание, примерные вопросы:

Наложимость двух поверхностей. Понятие внутренней геометрии поверхности. Задачи по теме наложимость поверхностей.

Тема 17. Метрическое и топологическое пространства.

домашнее задание, примерные вопросы:

Метрическое и топологическое пространства. Задачи на проверку аксиом метрического и топологического пространства.

Тема 18. База и предбаза топологии. Локальная база.

контрольная работа, примерные вопросы:

База и предбаза топологии. Задачи на проверку аксиом базы и предбазы топологии.

Тема 19. Непрерывное отображение топологических пространств. Гомеоморфные топологические пространства.

домашнее задание, примерные вопросы:

Задачи на доказательство непрерывности отображений.

Тема 20. Аксиомы отделимости. Отделимое, регулярное и нормальное топологические пространства.

домашнее задание, примерные вопросы:

Отделимое, регулярное и нормальное топологические пространства. Задачи на проверку аксиом отделимости.

Тема 21. Связное и линейно связные топологическое пространство. Компоненты связности. Задачи по теме связные множества.

домашнее задание, примерные вопросы:



Связное топологическое пространство. Связные множества на вещественной прямой. Линейная связность. Задачи по теме связные множества.

Тема 22. Компактные топологические пространства. Теорема Тихонова.

домашнее задание, примерные вопросы:

Компактные топологические пространства. Компактные множества на вещественной прямой. Теорема Тихонова. Задачи по теме компактные топологические пространства.

Тема 23. Паракомпактное топологическое пространство. Разбиение единицы.

домашнее задание, примерные вопросы:

Тензоры на векторном пространстве. Алгебраические операции над тензорами. Задачи по теме тензоры на векторном пространстве.

Тема 24. Определение многообразия. Примеры. Задачи на введение структуры многообразия.

домашнее задание, примерные вопросы:

Определение многообразия. Примеры. Задачи на введение структуры многообразия.

Тема 25. Морфизмы многообразий. Открытые подмногообразия. Ранг морфизма. Подмногообразие многообразия.

домашнее задание, примерные вопросы:

Морфизмы многообразий. Открытые подмногообразия. Ранг морфизма. Подмногообразие многообразия. Задачи по теме морфизмы многообразий.

Тема 26. Задание дифференцируемого многообразия уравнениями. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия.

контрольная работа, примерные вопросы:

Задание дифференцируемого многообразия уравнениями. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия. Задачи по теме вложенные и погруженные многообразия.

Тема 27. Касательное и кокасательное пространства. Дифференциал морфизма многообразий.

домашнее задание, примерные вопросы:

Касательное пространство. Дифференциал морфизма многообразий. Задачи по теме касательное пространство.

Тема 28. Векторное поле на дифференцируемом многообразии. Векторное поле как оператор дифференцирования.

домашнее задание, примерные вопросы:

Векторное поле на дифференцируемом многообразии. Векторное поле как оператор дифференцирования. Задачи по теме векторные поля на многообразии

Тема 29. Скобка векторных полей. Тензорное поле на многообразии, его координаты относительно карты.

домашнее задание, примерные вопросы:

Скобка векторных полей. Тензорное поле на многообразии, его координаты относительно карты. Задачи на вычисление скобки векторных полей.

Тема 30. Поведение тензорных полей при отображении многообразий. Поток векторного поля.

домашнее задание, примерные вопросы:

Поведение тензорных полей при отображении многообразий. Поток векторного поля. Задачи на нахождение потока векторного поля.

Тема 31. Внешние формы на дифференцируемом многообразии. Задачи по теме внешние формы на дифференцируемом многообразии.

домашнее задание, примерные вопросы:

Внешний дифференциал внешней формы на гладком многообразии. Его существование, единственность, свойства. Задачи по теме внешний дифференциал внешней формы на гладком многообразии.



Тема 32. Линейная связность на многообразии. Ковариантная производная тензорного поля.

домашнее задание, примерные вопросы:

Нахождение линейной связности на многообразии и ковариантной производной тензорного поля.

Тема 33. Тензор кручения и тензор кривизны пространства аффинной связности. Тензор Риччи.

домашнее задание, примерные вопросы:

Нахождение тензора кручения, тензора кривизны пространства аффинной связности, тензора Риччи

Тема 34. Риманово и псевдориманово многообразие. Геометрический смысл тензора кривизны.

домашнее задание, примерные вопросы:

Установление свойств тензора кривизны.

Тема 35. Риманов тензор кривизны. Скалярная кривизна. Секционная кривизна.

контрольная работа, примерные вопросы:

Нахождение риманова тензора кривизны, скалярной кривизны и секционной кривизны.

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен (в 3 семестре)

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен (в 4 семестре)

Примерные вопросы к :

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждо-му семинару. В семестре проводится по 2 контрольные работы (на семинарах). В каждой группе, как правило, дается несколько вариантов одной и той же работы. В конце третьего семестра зачет, в конце четвертого семестра - экзамен. Ниже приводятся образцы вариантов контрольных работ. Самостоятельное изучение предмета осуществляется студентами по пособиям из списка основной литературы.

Билет 1. Образец

- 1. Плоская кривая задана неявным уравнением $x^3 y^2 = 0$.
- а) (2) Построить эту кривую.
- b) (2) Написать уравнения касательной и нормали в точке (1; 1).
- с) (3) Найти особые точки и определить их тип.
- 2. Плоская кривая задана параметрическими уравнениями
- $(x = 2 \cos t; y = 3 \sin t).$
- а) (2) Построить эту кривую.
- b) (2) Написать уравнения касательной и нормали в точке A(t = \pi/3).
- с) (3) Вычислить кривизну в точке А.
- 3. Пространственная кривая задана параметрическими уравнениями
- (x = ch t; y = sh t; z = 2 t). В точке (1; 0; 0) найти
- а) (3) уравнение главной нормали и спрямляющей плоскости;
- b) (3) кривизну и кручение.
- 4. (3) Найти кривизну и кручение кривой ($x = t^2$; $y = t^3$; z = t+1) в точке B(t=1).
- 5. Дана поверхность $x^2 y^2 = 1$.
- а) (2) Построить эту поверхность.
- b) (2) Написать уравнения касательной плоскости и нормали в точке (1; 0; 4).
- 6. Дана поверхность (x = u cos v; y = u sin v; z = 2v). В точке (2; 0; 0) найти



- а) (2) уравнение касательной плоскости и нормали;
- b) (2) первую квадратичную форму;
- c) (3) угол между линиями u = v + 2 и u = -v + 2;
- d) (3) вторую квадратичную форму;
- е) (2) нормальную кривизну в направлении произвольного вектора;
- f) (3) главные кривизны, полную и среднюю кривизны.
- 7. (2) Найти полную и среднюю кривизны сферы радиуса 4.
- 8. (2) Найти полную кривизну цилиндрической поверхности с направляющей
- $(x = t^2; y = t^2 + 1; z = t + 1)$ и образующими параллельными оси OX.
- 9. (4) Определить тип точек на поверхности, образованной вращением параболы $y = x^2$ вокруг оси OY .

Вопросы к зачету.

- 1. Определения векторной функции, её частной производной и дифференциала.
- 2. Матрица Якоби, регулярная векторная функция.
- 3. Теоремы о специальных векторных функциях: постоянной длины, постоянного направления и компланарной.
- 4. Кривые. Параметризованная кривая, плоская кривая, неявно заданная кривая.
- 5. Натуральный параметр параметризованной кривой. Касательная прямая.
- 6. Пространственные кривые. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых.
- 7. Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой.
- 8. Геометрический и механический смысл кривизны и кручения.
- 9. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых.
- 10. Эволюта плоской кривой.
- 11. Касание кривых. Соприкасающаяся сфера кривой.
- 12. Поверхности. Простой кусок поверхности, параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали.
- 13. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора.
- Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение.
- 15. Тензорные поля на поверхности. Внешние формы на векторном пространстве.
- 16. Метрический тензор. Его координаты.
- 17. Применение метрического тензора для вычисления длин дуг кривых, углов между кривыми и площадей кусков поверхности.
- 20. Деривационные уравнения поверхности. Коэффициенты связности.
- 21. Вторая квадратичная форма поверхности. Оператор Вейнгартена.
- 22. Отображения и изометрия поверхностей. Наложимость двух поверхностей.
- 23. Понятие внутренней геометрии поверхности.
- 24. Главные кривизны и главные направления поверхности, их нахождение.

Вопросы к экзамену.

- 1. Полная и средняя кривизны поверхности. Теорема Гаусса.
- 2. Нормальная кривизна поверхности в данной точке, в данном направлении.
- 3. Теорема Эйлера. Строение поверхности в окрестности регулярной точки.
- 4. Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезики. Свойства геодезик.
- 5. Поверхности постоянной полной кривизны, их внутренняя геометрия.
- 6. Метрическое и топологическое пространства.
- 7. База и предбаза топологии. Локальная база.
- 8. Непрерывное отображение топологических пространств. Гомеоморфные топологические пространства. практическое занятие



- 9. Аксиомы отделимости. Отделимое, регулярное и нормальное топологические пространства.
- 10. Связное и линейно связные топологическое пространство. Компоненты связности.
- 11. Компактные топологические пространства. Теорема Тихонова.
- 12. Паракомпактное топологическое пространство. Разбиение единицы.
- 13. Определение многообразия. Примеры. Задачи на введение структуры многообразия.
- 14. Морфизмы многообразий. Открытые подмногообразия. Ранг морфизма. Подмногообразие многообразия.
- 15. Задание дифференцируемого многообразия уравнениями. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия.
- 16. Касательное и кокасательное пространства. Дифференциал морфизма многообразий.
- 17. Векторное поле на дифференцируемом многообразии. Векторное поле как оператор дифференцирования.
- 18. Скобка векторных полей. Тензорное поле на многообразии, его координаты относительно карты.
- 19. Поведение тензорных полей при отображении многообразий. Поток векторного поля.
- 20. Внешние формы на дифференцируемом многообразии. Задачи по теме внешние формы на дифференцируемом многообразии.
- 21. Линейная связность на многообразии. Ковариантная производная тензорного поля.
- 22. Тензор кручения и тензор кривизны пространства аффинной связности. Тензор Риччи.
- 23. Риманово и псевдориманово многообразие. Геометрический смысл тензора кривизны.
- 24. Риманов тензор кривизны. Скалярная кривизна. Секционная кривизна.

7.1. Основная литература:

- 1. Кузовлев, В. П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии [Текст: электронный ресурс]
- / В. П. Кузовлев, Н. Г. Подаева. Москва: Физматлит, 2012. 208 с. Режим доступа: https://e.lanbook.com/reader/book/59618/#1
- 2. Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. И. Паньженский. Санкт-Петербург : Лань, 2015. 240 с. Режим доступа: https://e.lanbook.com/reader/book/67459/#1
- 3. Примаков, Д. А. Геометрия и топология [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. А. Примаков, Р. Я. Хамидуллин. М.: МФПА, 2011. 272 с. Режим доступа: http://znanium.com/bookread.php?book=451172

7.2. Дополнительная литература:

- 1. Шерстнев, А. Н. Конспект лекций по математическому анализу / А. Н. Шерстнев.-Казань: КГУ, 2009. -374с. Режим доступа: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05 33 2009 000165.pdf
- 2. Гумеров, Р. Н. Элементы общей топологии [Текст: электронный ресурс] : Учебное пособие / Р. Н. Гумеров Казань: Изд-во КГУ, 2007, 90 с. Режим доступа: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2007_000029.pdf
- 3. Подран, В. Е. Элементы топологии [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Подран. Санкт-Петербург : Лань, 2008. 192 с. Режим доступа: https://e.lanbook.com/reader/book/315/#1

7.3. Интернет-ресурсы:

Издательская система LaTeX - http://miktex.org/

Лекции Шапукова Б.Н. по дифференциальной геометрии и основам тензорного анали-за - http://ksu.ru/f5/index.php?id=7&num=2.



Пакет математических вычислений Matematica - http://www.wolfram.com/
Пакет математических вычислений Matlab - http://www.mathworks.com/products/matlab/
Пакет математических вычислений Maxima - http://maxima.sourceforge.net/

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дифференциальная геометрия и топология" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):	
Сосов Е.Н	
" "	_201 г.
Рецензент(ы):	
Киндер М.И.	
" "	_ 201 г.