

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Алгебраическая топология Б1.В.ДВ.4

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Шурыгин В.В.

**Рецензент(ы):**

Киндер М.И.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Попов А. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. Кафедра геометрии отделение математики , vadim.shurygin

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) 'Алгебраическая топология' являются: изучение основных понятий и методов алгебраической топологии;

теоретическая и практическая подготовка в области изучения топологии многообразий и симплициальных комплексов алгебраическими методами; овладение современным математическим аппаратом, применяемым в исследовании глобального строения многообразий для дальнейшего использования в приложениях.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.4 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.04.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Для успешного изучения дисциплины 'Алгебраическая топология' необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения

аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, линейной алгебры, абстрактной алгебры.

Приобретенные знания в результате освоения дисциплины 'Алгебраическая топология' будут полезны в научно-исследовательской работе.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность к интенсивной научно-исследовательской работе
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность публично представить собственные новые научные результаты

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1) Знать определения и свойства основных объектов, изучаемых в алгебраической топологии, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений.

2) Уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебраической топологии многообразий и симплициальных комплексов, устанавливать взаимосвязи между понятиями, доказывать утверждения.

3) Владеть алгебраическими методами исследования топологии многообразий.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Комплексы и их группы гомологий	2	1-5	4	8	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Сингулярный комплекс топологического пространства	2	6-10	4	8	0	Устный опрос
3.	Тема 3. Гомотопии непрерывных отображений.	2	11-14	3	6	0	Устный опрос
4.	Тема 4. Последовательность Майера-Вьеториса	2	15-18	3	6	0	Устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Итого			14	28	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Комплексы и их группы гомологий

###### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Комплексы и их группы гомологий. Граничный оператор. Точные последовательности абелевых групп. Короткие точные последовательности. Точные последовательности комплексов. Полуточность гомологического функтора. Связывающий гомоморфизм. Гомологическая последовательность, ассоциированная с точной последовательностью комплексов. 5-лемма и ее применение к гомологическим последовательностям. Гомотопия между цепными отображениями.

###### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Граничный оператор. Точные последовательности абелевых групп. Короткие точные последовательности. Точные последовательности комплексов. Связывающий гомоморфизм. Гомологическая последовательность, ассоциированная с точной последовательностью комплексов. 5-лемма и ее применение к гомологическим последовательностям. Гомотопия между цепными отображениями.

## Тема 2. Сингулярный комплекс топологического пространства

### лекционное занятие (4 часа(ов)):

Сингулярный комплекс топологического пространства. Сингулярный комплекс пары топологических пространств. Гомологическая последовательность пары топологических пространств. Сингулярные гомологии одноточечного пространства. Нульмерные гомологии. Расщепляющиеся точные последовательности. Приведенные группы гомологий. Гомологии пары  $(X, P)$ .

### практическое занятие (8 часа(ов)):

Сингулярный комплекс топологического пространства. Сингулярный комплекс пары топологических пространств. Гомологическая последовательность пары топологических пространств. Сингулярные гомологии одноточечного пространства. Нульмерные гомологии. Расщепляющиеся точные последовательности. Приведенные группы гомологий.

## Тема 3. Гомотопии непрерывных отображений.

### лекционное занятие (3 часа(ов)):

Гомотопии непрерывных отображений. Гомотопическая эквивалентность. Стягиваемые пространства. Ретракции. Фундаментальная группа топологического пространства. Категория  $Нtr$ . Цепная гомотопия, индуцированная гомотопией непрерывных отображений. Гомотопическая инвариантность групп гомологий.

### практическое занятие (6 часа(ов)):

Гомотопии непрерывных отображений. Гомотопическая эквивалентность. Стягиваемые пространства. Ретракции. Фундаментальная группа топологического пространства. Цепная гомотопия, индуцированная гомотопией непрерывных отображений.

## Тема 4. Последовательность Майера-Вьеториса

### лекционное занятие (3 часа(ов)):

Барицентрическое подразделение. Вырезание. Последовательность Майера-Вьеториса. Группы гомологий  $n$ -мерной сферы. Группы гомологий двумерных поверхностей. Ретракции. Сфера не является ретрактом шара. Теорема Брауэра о неподвижной точке. Касательные векторные поля на сферах.

### практическое занятие (6 часа(ов)):

Барицентрическое подразделение. Вырезание. Последовательность Майера-Вьеториса. Группы гомологий  $n$ -мерной сферы. Группы гомологий двумерных поверхностей. Ретракции. Сфера не является ретрактом шара. Теорема Брауэра о неподвижной точке.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Комплексы и их группы гомологий	2	1-5	подготовка к устному опросу	35	устный опрос
2.	Тема 2. Сингулярный комплекс топологического пространства	2	6-10	подготовка к устному опросу	35	устный опрос
3.	Тема 3. Гомотопии непрерывных отображений.	2	11-14	подготовка к устному опросу	30	устный опрос
4.	Тема 4. Последовательность Майера-Вьеториса	2	15-18	подготовка к устному опросу	38	устный опрос
	Итого				138	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы проведения занятий.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Комплексы и их группы гомологий

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала

### Тема 2. Сингулярный комплекс топологического пространства

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала

### Тема 3. Гомотопии непрерывных отображений.

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала

### Тема 4. Последовательность Майера-Вьеториса

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос теоретического материала

### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Список вопросов к экзамену.

1. Комплексы и их группы гомологий.
2. Граничный оператор.
3. Точные последовательности абелевых групп.
4. Короткие точные последовательности.
5. Точные последовательности комплексов.
6. Полуточность гомологического функтора.
7. Связывающий гомоморфизм.
8. Гомологическая последовательность, ассоциированная с точной последовательностью комплексов.
9. 5-лемма и ее применение к гомологическим последовательностям.
10. Гомотопия между цепными отображениями.
11. Сингулярный комплекс топологического пространства.
12. Сингулярный комплекс пары топологических пространств.
13. Гомологическая последовательность пары топологических пространств.
14. Сингулярные гомологии одноточечного пространства.
15. Нульмерные гомологии.
16. Расщепляющиеся точные последовательности.
17. Приведенные группы гомологий.
18. Гомологии пары  $(X, P)$ .
19. Гомотопии непрерывных отображений.
20. Гомотопическая эквивалентность.
21. Стягиваемые пространства.
22. Ретракции.
23. Фундаментальная группа топологического пространства.

24. Цепная гомотопия, индуцированная гомотопией непрерывных отображений.
25. Гомотопическая инвариантность групп гомологий.
26. Бариецентрическое подразделение.
27. Вырезание.
28. Последовательность Майера-Вьеториса.
29. Группы гомологий  $n$ -мерной сферы.
30. Группы гомологий двумерных поверхностей.
31. Ретракции.
32. Сфера не является ретрактом шара.
33. Теорема Брауэра о неподвижной точке.
34. Касательные векторные поля на сферах.

### 7.1. Основная литература:

1. Дубровин, Б. А. Геометрия поверхностей, групп преобразований и полей. Современная геометрия: методы и приложения. / Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. - Т. 1. - Москва, URSS [Либроком], 2013. - 335 с. - Библ. КФУ: инвентарные номера 0-810876, 683258
2. Дубровин, Б. А. Геометрия и топология многообразий. Современная геометрия: методы и приложения. / Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. - Т. 2. - Москва, URSS [Либроком], 2013. - 295 с. - Библ. КФУ: инвентарные номера 0-810877, 683259
3. Дубровин, Б. А. Теория гомологий. / Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия: методы и приложения. - Т. 3. - Москва, URSS [Либроком], 2013. - 287 с. - Библ. КФУ: инвентарные номера 0-810878, 683260

### 7.2. Дополнительная литература:

Прасолов, В.В. Задачи по топологии/ В.В.Прасолов. - МЦНМО, 2008. - 40 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9391>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Algebraic Topology - <https://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/AT.pdf>  
Задачи по топологии - <ftp://ftp.mccme.ru/users/prasolov/nmu-topology/all.pdf>  
Наглядная топология - <ftp://ftp.mccme.ru/users/prasolov/nagltop/pra.pdf>  
Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии - <ftp://ftp.mccme.ru/users/prasolov/topology/topol.pdf>  
Элементы теории гомологий - <ftp://ftp.mccme.ru/users/prasolov/homol/homol.pdf>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Алгебраическая топология" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Проектор

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе Анализ на многообразиях.



Автор(ы):

Шурыгин В.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.