

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Гаурский

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Метод Монте-Карло Б1.В.ДВ.23

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Салимов Р.Ф.

Рецензент(ы):

Кареев И.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 939718

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, б/с Салимов Р.Ф. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Rustem.Salimov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Курс представляет собой общедоступное введение в методы статистического моделирования случайных величин и процессов (метод Монте-Карло). Универсальность и междисциплинарность метода позволяет использовать его для решения вероятностных задач математической физики, техники, экономики, экологии, медицины и т. д.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.23 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина "Метод Монте-Карло" входит в число факультативных курсов профи-ля "Теория вероятностей и математическая статистика" для подготовки бакалавров по на-правлению "Прикладная математика и информатика".

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения курсов: "Теория вероятностей и математическая статистика", "Случайные процессы".

Дисциплина "Метод Монте-Карло" необходима для понимания специального курса "Имитационное моделирование". Полученные в рамках данной дисциплины знания и навыки могут быть использованы в любой сфере деятельности, где возникает потребность в методах статистического моделирования.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов
ПК-11 (профессиональные компетенции)	готовностью применять знания и навыки управления информацией
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способностью проводить организационно-управленческие расчёты, осуществлять организацию и техническое оснащение рабочих мест
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Основные классы линейных генераторов, основные методы генерации случайных чисел неравномерных распределений, способы их применения в задачах статистического моделирования.

- Приемы тестирования качества генераторов случайных чисел.
- Примеры использования методов Монте-Карло в задачах математики, математической физики, финансовой математики.

2. должен уметь:

Использовать современные языки программирования и ППП имитационного моделирования.

- Самостоятельно реализовывать генераторы случайных чисел различных распределений.
- Проводить тестирование качества генераторов случайных чисел.
- Моделировать физические, экономические и прочие процессы и решать задачи стохастической оптимизации.

3. должен владеть:

Методами статистического моделирования реальных случайных процессов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Самостоятельно конструировать модификации алгоритмов реализации статистических процессов.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в теорию статистического моделирования.	6	1	2	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Генераторы случайных чисел. Равномерное распределение.	6	2-3	4	0	4	
3.	Тема 3. Генераторы случайных чисел. Неравномерное распределение.	6	4-6	6	0	6	
4.	Тема 4. Моделирование цепей Маркова и случайных процессов.	6	7-10	8	0	8	
5.	Тема 5. Метод Монте-Карло в задачах математики и физики.	6	11-13	6	0	6	
6.	Тема 6. Стохастическая оптимизация.	6	14-16	6	0	6	
7.	Тема 7. Точность методов Монте-Карло.	6	17-18	4	0	4	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в теорию статистического моделирования.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Оценивание π методом статистического моделирования (Задача Бюффона). Случайность. Имитация случайности.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Физические и программные датчики случайных чисел.

Тема 2. Генераторы случайных чисел. Равномерное распределение.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Важность равномерного распределения. Некоторые классы линейных генераторов (мультипликативный, линейный конгруэнтный, обобщенный мультипликативный генератор (рекурсия высокого порядка).

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Меры качества генераторов равномерных случайных чисел: проверка частот, интервалов, серий.

Тема 3. Генераторы случайных чисел. Неравномерное распределение.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Общие методы моделирования случайных чисел: метод обращения, метод исключения и метод суперпозиции. Использование свойств распределений.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Специальные методы генерирования случайных чисел из распределений: геометрическое, биномиальное, Пуассона, показательное, гамма, бета, нормальное, много-мерное нормальное, хи-квадрат, Стьюдента, Фишера.

Тема 4. Моделирование цепей Маркова и случайных процессов.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Статистическое моделирование случайных процессов в физике, биологии, медицине, экономике (радиоактивный распад вещества, процесс размножения-гибели, задача о разорении страховой компании и т.д.).

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Моделирование работы и оптимизация систем массового обслуживания (склад, магазин, автозаправочная станция, ремонтный цех, пожарная команда и т.д.)

Тема 5. Метод Монте-Карло в задачах математики и физики.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Квадратурные формулы и статистический подход.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Вычисление однократных и многократных интегралов, решение уравнений, поиск максимума (минимума) функции многих переменных, решение краевых задач для дифференциальных уравнений математической физики.

Тема 6. Стохастическая оптимизация.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Модели задач оптимального выбора моментов действий, минимизации среднего времени взвешенного потока. Модели потоков случайных событий.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Модели систем массового обслуживания. Модели управления запасами. Модели процессов наработки.

Тема 7. Точность методов Монте-Карло.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Антитетические переменные, квазислучайные числа

лабораторная работа (4 часа(ов)):

выборка по значимости, расслоенная выборка.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Точность методов Монте-Карло.	6	17-18	подготовка к контрольной работе	18	Контрольная работа
	Итого				18	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к зачёту, используя электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий.

При проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести устный экспресс-опрос по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы.
2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом.

В случае необходимости преподаватель напоминает необходимый минимум теоретического материала и разъясняет порядок выполнения задач повышенной сложности.

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи могут по-требовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

Организация внеаудиторной самостоятельной работы

В процессе изучения учебного курса "Метод Монте-Карло" часть учебной нагрузки отводится на самостоятельную подготовку студентов.

Самостоятельная работа предполагает:

- ? повторение основных определений и понятий дисциплин, указанных в качестве предшествующих для данного курса
- ? ознакомление с рекомендованной литературой
- ? выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение в теорию статистического моделирования.

экзамен

Тема 2. Генераторы случайных чисел. Равномерное распределение.

экзамен

Тема 3. Генераторы случайных чисел. Неравномерное распределение.

экзамен

Тема 4. Моделирование цепей Маркова и случайных процессов.

экзамен

Тема 5. Метод Монте-Карло в задачах математики и физики.

экзамен

Тема 6. Стохастическая оптимизация.

экзамен

Тема 7. Точность методов Монте-Карло.

Контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по темам 1-7 Варианты контрольного задания: 1. Записать формулу метода М-К для приближенного вычисления трехкратного интеграла от функции $f(x,y,z)$ на области $(-5 < x < 10)$, $(-00 < y < -2)$, $(4 < z < 99)$. 2. Записать формулу метода М-К для приближенного вычисления трехкратного интеграла от функции $f(x,y,z)$ на области $(1 < x < 5)$, $(0 < y < +00)$, $(0 < z < 99)$. 3. 1. Записать формулу метода М-К для приближенного вычисления трехкратного интеграла от функции $f(x,y,z)$ на области $(1 < x < 100)$, $(0 < y < 20)$, $(1 < z < 3)$. 4. В трехканальную СМО с отказами поступает пуассоновский поток заявок. Время между двумя заявками распределено по показательному закону с плотностью $\lambda=4$. Длительность обслуживания заявки равно 1 мин. Найти методом М-К математическое ожидание числа обслуженных заявок за время $T=5$ мин. 5. С помощью метода Монте-Карло (N прогонов) решить следующую задачу: За столом сидят два игрока. У первого в распоряжении находится A рублей, у второго в распоряжении находится B рублей. Перед ними на столе лежит асимметричная монета (вероятность, что выпадет герб, может равняться любому числу от 0.5 до 1 включительно, в программе задаётся параметром p). Если на монете выпадает герб, то рубль выигрывает первый игрок (второй игрок выплачивает первому 1 рубль), а если выпадает решка, то первый игрок платит второму один рубль. Требуется оценить вероятность того, что первый игрок проиграется в ноль за n шагов (так же задаётся параметром). Также необходимо вычислить среднюю длину игры. 6. Дан треугольник с вершинами $(0,0)$, $(1,2)$, $(2,0)$ и круг радиуса 1 с центром в точке $(2,1)$. Найти площадь пересечения двух областей по методу Монте-Карло. 7. Найти неизвестную константу C и написать скрипт для генерации значений случайной величины с функцией плотности: $f(x) = C \sin x$, $x \in (0, \frac{\pi}{2})$

Итоговая форма контроля

экзамен

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену.

1. Разыгрывание дискретной СВ.
2. Разыгрывание противоположенных событий.
3. Разыгрывание полной группы событий.
4. Метод обратных функций.
5. Метод суперпозиции.
6. Генерация СВ на интервале $(a; 00)$.
7. Генерация СВ на интервале $(-00; a)$.
8. Генерация СВ на интервале $(-00; 00)$.
9. Моделирование нормальной СВ.
10. Моделирование многомерных СВ.
11. Алгоритм метода М-К.
12. Погрешность метода М-К.
13. Алгоритм метода М-К для кратных интегралов.
14. Однородные цепи Маркова, граф и матрица перехода.
15. Теорема о предельных вероятностях.
16. Типы СМО и их характеристики.
17. Моделирование СМО с ожиданиями.
18. Моделирование СМО с отказами.
19. Моделирование потока финансовых платежей.
20. Моделирование убытка и разорения в серии последовательных сделок.
21. Ожидаемый доход и риск инвестиционного портфеля.
22. Численное решение оптимизации инвестиционного портфеля.

7.1. Основная литература:

- 1.Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с.
ЭБС 'Лань':http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026
- 2.Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с.
ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810
- 3.Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с.
ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184
4. Лагутин, М.Б. Наглядная математическая статистика. [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. ? 475 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/70706> ? Загл. с экрана.
5. Плохотников К.Э. Метод и искусство математического моделирования. - М.: ФЛИНТА, 2012. - 520 с.
ЭБС 'Знаниум': <http://znanium.com/bookread.php?book=456334>

7.2. Дополнительная литература:

1. Колдаев В.Д. Численные методы и программирование : учеб. пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. проф. Л.Г. Гагариной. ? М. : ИД 'ФОРУМ' : ИНФРА-М, 2017. ? 336 с. : ил. ? (Профессиональное образование).
ЭБС 'Знаниум': <http://znanium.com/bookread2.php?book=672965>
- 2.Попов В.Л. и др. Управление инновационными проектами. - М.: ИНФРА-М, 2009. - 336 с.
ЭБС 'Знаниум': <http://znanium.com/bookread.php?book=116713>
- 3.Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов.- СПб.: Лань, 2007. - 192 с.
ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=590
- 4.Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций.- СПб.: Лань, 2011. - 464 с.
ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656

7.3. Интернет-ресурсы:

- кр. справоч. по математике - <http://matembook.chat.ru/>
портал матем. интернет ресурсов - <http://www.math.ru/>
портал матем. интернет ресурсов - <http://www.allmath.ru/>
сайт по матем. дисциплинам - <http://www.exponenta.ru/>
сайт с матер. поестеств.-научн. дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Метод Монте-Карло" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером). Практические занятия проводятся в компьютерном классе с установленным необходимым программным обеспечением.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Салимов Р.Ф. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Кареев И.А. _____

"__" _____ 201__ г.