

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины
Теория мартингалов Б1.В.ДВ.21

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Халиуллин С.Г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. кафедры математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,
Samig.Haliullin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоение дисциплины "Теория мартингалов" являются: формирование математической культуры студентов, развитие системного математического мышления. Дисциплина предполагает углубленное изучение методов исследования случайных последовательностей, образующих мартингал, непрерывные мартингалы.

Знания, практические навыки, полученные при освоении дисциплины "Теория мартингалов" используются обучаемыми при изучении профессиональных дисциплин, а также при выполнении курсовых и дипломных работ.

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

- 1.формирование понимания значимости математической составляющей в естественно-научном образовании бакалавра;
- 2.ознакомление системы понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов в их взаимосвязи;
- 3.формирование навыков и умений использования современных математических моделей и методов.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.21 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Дисциплина "Теория мартингалов" входит в вариативную часть профессионального цикла подготовки бакалавра по направлению "010400.62 Прикладная математика и информатика". Раздел В.3. ООП.

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Теория случайных процессов".

Требования к входным знаниям и умениям студента - знание идей и методов теории вероятностей, теории случайных процессов, математической статистики.

Знания и умения, формируемые в процессе изучения дисциплины "Теория мартингалов" будут использоваться в дальнейшей учебе для освоения курсов "Стохастический анализ", "Волатильность финансового рынка".

Дисциплина читается на 3 курсе обучения.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-3 (общекультурные компетенции)	способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
(ПК-10) (профессиональные компетенции)	готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов
(ПК-11) (профессиональные компетенции)	готовностью применять знания и навыки управления информацией

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

1) В области научно-исследовательской деятельности:

(ПК-1) способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;

(ПК-2) способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии;

2. должен уметь:

2) В проектной и производственно-технологической деятельности:

(ПК-6) способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников (ПК-6);

(ПК-8) способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций;

3. должен владеть:

3) В организационно-управленческой деятельности:

(ПК-9) способность приобретать и использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать способность и готовность применять на практике основные методы теории вероятностей и математической статистики, теории случайных процессов.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Конечное вероятностное пространство, разбиения и алгебры.	5	1	0	0	3	Устный опрос
2.	Тема 2. Условные вероятности и условные математические ожидания.	5	2	0	0	3	Устный опрос
3.	Тема 3. Конечные мартингалы.	5	3	0	0	3	Устный опрос
4.	Тема 4. Моменты остановки.	5	4	0	0	3	Устный опрос
5.	Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала.	5	5	0	0	3	Контрольная работа
6.	Тема 6. Общие вероятные пространства	5	6	0	0	3	Устный опрос
7.	Тема 7. Общие понятия условных вероятностей и условных математических ожиданий относительно сигма-алгебр.	5	7	0	0	3	Устный опрос
8.	Тема 8. Последовательности случайных величин, образующие мартингал, супермартингал и субмартингал.	5	8-10	0	0	9	Устный опрос
9.	Тема 9. Стохастические и предсказуемые последовательности, обобщенный мартингал, локальный мартингал, мартингальное преобразование.	5	11-12	0	0	6	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Замена времени на случайный момент. Тождество Вальда.	5	13-14	0	0	6	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Сходимость субмартингалов и мартингалов.	5	15-16	0	0	6	Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Непрерывные мартингалы.	5	17-18	0	0	6	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Экзамен
	Итого			0	0	54	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Конечное вероятностное пространство, разбиения и алгебры.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Построение конечных вероятностных пространств и их разбиений. Исследование связи разбиений и алгебр на конечном вероятностном пространстве.

Тема 2. Условные вероятности и условные математические ожидания.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Определение условных вероятностей и условных математических ожиданий относительно разбиений и изучение их свойств.

Тема 3. Конечные мартингалы.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Определение мартингалов. Свойства и примеры мартингалов.

Тема 4. Моменты остановки.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Моменты остановки относительно последовательности разбиений, их свойства.

Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Определение субмартингалов и супермартингалов. Теорема Дуба о разложении.

Тема 6. Общие вероятные пространства

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Определение и свойства абстрактных вероятностных пространств.

Тема 7. Общие понятия условных вероятностей и условных математических ожиданий относительно сигма-алгебр.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Определение условных вероятностей и условных математических ожиданий относительно сигма-подалгебр и изучение их свойств.

Тема 8. Последовательности случайных величин, образующие мартингал, супермартингал и субмартингал.

лабораторная работа (9 часа(ов)):

Общее определение мартингалов на фильтрованном вероятностном пространстве, свойства и примеры.

Тема 9. Стохастические и предсказуемые последовательности, обобщенный мартингал, локальный мартингал, мартингальное преобразование.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Доказательство эквивалентности понятий обобщенного мартингала, локального мартингала и мартингал-преобразования. Игровые практики, использующие мартингальную стратегию.

Тема 10. Замена времени на случайный момент. Тождество Вальда.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Более глубокие свойства мартингалов. Тождество Вальда.

Тема 11. Сходимость субмартингалов и мартингалов.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Теоремы о сходимости мартингалов, супермартингалов.

Тема 12. Непрерывные мартингалы.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Общее понятие непрерывного мартингала.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Конечное вероятностное пространство, разбиения и алгебры.	5	1	чтение дополнительной литературы по элементарной теории вероятностей	3	письменный отчет
2.	Тема 2. Условные вероятности и условные математические ожидания.	5	2	чтение дополнительной литературы по элементарной теории вероятностей	3	письменный отчет
3.	Тема 3. Конечные мартингалы.	5	3	решение задач по теории условных математических ожиданий и конечным мартингалам	3	домашняя контрольная работа
4.	Тема 4. Моменты остановки.	5	4	чтение дополнительной литературы по оптимальной остановке в дискретном случае	3	письменный отчет
5.	Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала.	5	5	расширение понятия мартингала, теоремы о разложении супермартингала	3	письменный отчет
6.	Тема 6. Общие вероятные пространства	5	6	подготовка к контрольной точке по пройденному материалу	3	контрольная работа
7.	Тема 7. Общие понятия условных вероятностей и условных математических ожиданий относительно сигма-алгебр.	5	7			
8.	Тема 8. Последовательности случайных величин, образующие мартингал, супермартингал и субмартингал.	5	8-10			

N	Раздел дисциплины	Се-местр	Неде-ля семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Стохастические и предсказуемые последовательности, обобщенный мартингал, локальный мартингал, мартингальное преобразование.	5	11-12			
10.	Тема 10. Замена времени на случайный момент. Тождество Вальда.	5	13-14			
11.	Тема 11. Сходимость субмартингалов и мартингалов.	5	15-16			
12.	Тема 12. Непрерывные мартингалы.	5	17-18			
	Итого				18	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Занятия по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).
2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом (с оценкой).

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Конечное вероятностное пространство, разбиения и алгебры.

письменный отчет , примерные вопросы:

реферат по теме "Конечные вероятностные пространства и построения над ними"

Тема 2. Условные вероятности и условные математические ожидания.

письменный отчет , примерные вопросы:

реферат по теме "Условные математические ожидания относительно разбиений"

Тема 3. Конечные мартингалы.

домашняя контрольная работа , примерные вопросы:

контрольная работа с решением задач по теории конечных вероятностных пространств

Тема 4. Моменты остановки.

письменный отчет , примерные вопросы:

реферат по теме "Марковские моменты и моменты остановки"

Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала.

письменный отчет , примерные вопросы:

реферат по теме "Разложение Дуба субмартингала (супермартингала)"

Тема 6. Общие вероятные пространства

контрольная работа , примерные вопросы:

контрольная работа с решением задач по теории конечных мартингалов

Тема 7. Общие понятия условных вероятностей и условных математических ожиданий относительно сигма-алгебр.

Тема 8. Последовательности случайных величин, образующие мартингал, супермартингал и субмартингал.

Тема 9. Стохастические и предсказуемые последовательности, обобщенный мартингал, локальный мартингал, мартингальное преобразование.

Тема 10. Замена времени на случайный момент. Тождество Вальда.

Тема 11. Сходимость субмартингалов и мартингалов.

Тема 12. Непрерывные мартингалы.

Итоговая форма контроля

экзамен (в 5 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов.

Студент допускается к экзамену, если он набрал по текущей работе не менее 27,5 баллов.

Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.

1. Что такое разбиение?
2. Как определяется условная вероятность относительно разбиения?
3. Как определяется условное математическое ожидание относительно разбиения?
4. Какие свойства имеет условное математическое ожидание?
5. Можно ли разбиению сопоставить некоторую алгебру?
6. Можно ли сопоставить алгебре некоторое разбиение?

7. Что такое мартингал?
8. Сделать вывод из примера 1 - какие последовательности образуют мартингал?
9. Сделать вывод из примера 2 - какие последовательности образуют мартингал?
10. Дать полное описание конечных мартингалов.
11. Для каких последовательностей случайных величин применимо разложение Дуба?
12. Что такое квадратичная вариация мартингала?
13. Что такое мартингал-разность?
14. Как связаны мартингал и мартингал-разность?
15. Что такое мартингальное преобразование и локальный мартингал?
16. Что дает определение мартингального преобразования?
17. Общее определение условного математического ожидания и его свойства. Существование условного математического ожидания.
18. Общее определение мартингала.
19. Марковские моменты и их свойства. Примеры.
20. Теорема о замене времени на случайный момент.
21. Тождество Вальда.
22. Теоремы о сходимости мартингалов.
23. Понятие непрерывного мартингала. Примеры.

7.1. Основная литература:

1. Ширяев, А.Н. Вероятностно-статистические методы в теории принятия решений [Электронный ресурс] / А.Н. Ширяев. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2014. ? 144 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71819>
2. Коралов, Л.Б. Теория вероятностей и случайные процессы [Электронный ресурс] / Л.Б. Коралов, Я.Г. Синай ; под ред. Б.М. Гуревича ; пер. с англ. Э.В. Переходцевой. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2014. - 408 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71821>
3. Верещагин, Н.К. Информация, кодирование и предсказание [Электронный ресурс] : монография / Н.К. Верещагин, Е.В. Щепин. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2012. - 236 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71863>
4. Бьорк, Т. Теория арбитража в непрерывном времени [Электронный ресурс] / Т. Бьорк. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2010. - 560 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9302>
5. Королев, В.Ю. Математические основы теории риска [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Ю. Королев, В.Е. Бенинг, С.Я. Шоргин. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2011. - 620 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2742>

7.2. Дополнительная литература:

1. Стоянов, Й. Контрпримеры в теории вероятностей [Электронный ресурс] : учебное пособие / Й. Стоянов. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2012. - 294 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56414>
2. Алон, Н. Вероятностный метод [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. Алон, Д. Спенсер ; под ред. А.А. Сапоженко. - Электрон. дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 323 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70705>

3. Верещагин, Н.К. Колмогоровская сложность и алгоритмическая случайность [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.К. Верещагин, В.А. Успенский, А. Шень. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2013. - 575 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56395>

7.3. Интернет-ресурсы:

дополнительная литература - <http://lib.mexmat.ru/books/48601>

место мартиггалов в теории вероятностей -

http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/VEROYATNOSTE_TEORIYA.html?page=0,10

некоторые применения мартиггалов -

http://bookzie.com/book_860_glava_27_4.3._PRAVOVOE_REGULIROVANIE_NA.html

финансы и матрингалы - http://nto.immpu.sgu.ru/sites/default/files/3/_12265.pdf

что такое мартиггал - <http://articles.mql4.com/ru/288>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория мартиггалов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

П

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Халиуллин С.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. _____

"__" _____ 201__ г.