

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Стохастический анализ Б1.В.ДВ.18

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Халиуллин С.Г.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 943817

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. кафедры математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Samig.Haliullin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Стохастический анализ" являются: формирование математической культуры студентов, развитие системного математического мышления. Дисциплина предполагает углубленное изучение методов исследования различных процессов, в частности, применение идей теории мартингалов и стохастического интеграла.

Знания, практические навыки, полученные при освоении дисциплины "Стохастический анализ" используются обучаемыми при изучении профессиональных дисциплин, а также при выполнении курсовых и дипломных работ.

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

1. формирование понимания значимости математической составляющей в естественно-научном образовании бакалавра;
2. ознакомление системы понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов в их взаимосвязи;
3. формирование навыков и умений использования современных математических моделей и методов.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.18 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина "Стохастический анализ" входит в вариативную часть профессионального цикла подготовки бакалавра по направлению "010400.62-БЗ.ДВ.3. Прикладная математика и информатика".

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Теория случайных процессов", "Теория мартингалов".

Требования к входным знаниям и умениям студента - знание идей и методов теории вероятностей, математического и последовательного анализа, математической статистики.

Знания и умения, формируемые в процессе изучения дисциплины "Стохастический анализ" будут использоваться в дальнейшей практической работе выпускников.

Дисциплина читается на 4 курсе обучения.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                        | Расшифровка приобретаемой компетенции   |
|---|---|
| ОПК-1<br>(профессиональные компетенции) | готовностью к самостоятельной работе  |
| ОПК-2<br>(профессиональные компетенции) | способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования |

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|--|--|
| ПК-6<br>(профессиональные компетенции) | способностью организовать работу малых групп исполнителей  |
| ПК-7<br>(профессиональные компетенции) | способностью определять экономическую целесообразность принимаемых технических и организационных решений   |
| ПК-9<br>(профессиональные компетенции) | способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

1) В области научно-исследовательской деятельности:

(ПК-1) способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;

(ПК-2) способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии;

2. должен уметь:

2) В проектной и производственно-технологической деятельности:

(ПК-6) способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников;

3. должен владеть:

(ПК-8) способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

3) В организационно-управленческой деятельности:

(ПК-9) способность приобретать и использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности;

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |   |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1. | Тема 1. Постановка задач инвестирования и хеджирования.   | 7       | 1                  | 0   | 2                       | 0                      |                           |
| 2. | Тема 2. Опционы. Рациональная стоимость опциона.  | 7       | 2                  | 0   | 2                       | 0                      |                           |
| 3. | Тема 3. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.  | 7       | 3-5                | 0   | 6                       | 0                      |                           |
| 4. | Тема 4. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем. | 7       | 6-9                | 0   | 8                       | 0                      |                           |
| 5. | Тема 5. Дискретное время - теория и расчеты.  | 7       | 10                 | 0   | 2                       | 0                      |                           |
| 6. | Тема 6. Диффузионная модель финансового рынка.  | 7       | 11-12              | 0   | 4                       | 0                      |                           |
| 7. | Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с непрерывным временем. | 7       | 13-17              | 0   | 10                      | 0                      |                           |
| 8. | Тема 8. Непрерывное время - теория и расчеты.   | 7       | 18                 | 0   | 2                       | 0                      |                           |
|    | Тема . Итоговая форма контроля  | 7       |                    | 0   | 0                       | 0                      | Зачет                     |
|    | Итого   |         |                    | 0   | 36                      | 0                      |                           |

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Постановка задач инвестирования и хеджирования.

##### *практическое занятие (2 часа(ов)):*

Первичные и вторичные ценные бумаги на рынке. Акции и облигации. Понятие портфеля инвестора. Инвестиционная задача. Хедж. Европейский и американский типы хеджа.

##### Тема 2. Опционы. Рациональная стоимость опциона.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Производные ценные бумаги. Опцион. Европейский и американский типы опционов. Понятие справедливой стоимости опционов.

**Тема 3. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Доказательство теоремы о существовании минимального хеджа европейского типа. Вывод формулы рациональной стоимости и хеджирующей стратегии.

**Тема 4. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.**

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

Теория оптимальной остановки. Характеризация цены как наименьшей эксцессивной мажоранты. Доказательство теоремы о существовании минимального хеджа американского типа.

**Тема 5. Дискретное время - теория и расчеты.**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Контрольная работа по пройденным темам.

**Тема 6. Диффузионная модель финансового рынка.**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Понятие непрерывного рынка. Стохастический интеграл и стохастический дифференциал. Диффузионная модель непрерывного финансового рынка.

**Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с непрерывным временем.**

**практическое занятие (10 часа(ов)):**

Понятие арбитража. Хеджирующая стратегия для опциона европейского типа.

**Тема 8. Непрерывное время - теория и расчеты.**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вывод формулы Блэка-Шоулса. Домашняя контрольная работа по теме "Диффузионные модели и их применения на финансовом рынке"

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| N  | Раздел Дисциплины                                       | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов   | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|---|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Постановка задач инвестирования и хеджирования. | 7       | 1               | изучение дополнительной литературы о финансовом рынке и рынке ценных бумаг.       | 6                      | письменный отчет                      |
| 2. | Тема 2. Опционы. Рациональная стоимость опциона.        | 7       | 2               | написание алгоритма для вычисления рациональной стоимости и хеджирующих стратегий | 6                      | письменный отчет                      |

| N  | Раздел Дисциплины   | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов  | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|--|------------------------|---------------------------------------|
| 3. | Тема 3. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.  | 7       | 3-5             | написание программы для вычисления рациональной стоимости и хеджирующих стратегий с интерфейсом      | 6                      | демонстрация программы                |
| 4. | Тема 4. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем. | 7       | 6-9             | изучение дополнительной литературы по теории оптимальной остановки. Решение задачи расчета опциона а | 6                      | контрольная работа                    |
| 6. | Тема 6. Диффузионная модель финансового рынка.  | 7       | 11-12           | изучение дополнительной литературы о непрерывных финансовых рынках.                                  | 6                      | письменный отчет                      |
| 7. | Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с непрерывным временем. | 7       | 13-17           | изучение дополнительной литературы по стохастическому анализу  | 6                      | контрольная работа                    |
|    | Итого   |         |                 |  | 36                     |                                       |

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).
2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом дома (с оценкой).

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.



При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Постановка задач инвестирования и хеджирования.**

письменный отчет , примерные вопросы:

реферат на тему:"Связь между задачами инвестирования и хеджирования"

### **Тема 2. Опционы. Рациональная стоимость опциона.**

письменный отчет , примерные вопросы:

реферат на тему: "Рынок вторичных ценных бумаг. Виды опционов"

### **Тема 3. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.**

демонстрация программы , примерные вопросы:

расчет конкретных задач с помощью программы

### **Тема 4. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.**

контрольная работа , примерные вопросы:

решение задач по расчету опционов европейского типа в дискретном времени - расчет рациональной стоимости и хеджирующей стратегии для опциона купли европейского типа на два-три шага.

### **Тема 5. Дискретное время - теория и расчеты.**

### **Тема 6. Диффузионная модель финансового рынка.**

письменный отчет , примерные вопросы:

реферат на тему: "Диффузионные случайные процессы, применяемые для задач финансовой математики"

### **Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с непрерывным временем.**

контрольная работа , примерные вопросы:

реферат на тему : "Безарбитражные финансовые рынки. Опционы европейского типа"

### **Тема 8. Непрерывное время - теория и расчеты.**

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов.

Студент допускается к зачету, если он набрал по текущей работе не менее 27,5 баллов.

Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.

Вопросы к зачету:

1. Что такое разбиение?
2. Как определяется условная вероятность относительно разбиения?
3. Как определяется условное математическое ожидание относительно разбиения?



4. Какие свойства имеет условное математическое ожидание?
5. Можно ли разбиению сопоставить некоторую алгебру?
6. Можно ли сопоставить алгебре некоторое разбиение?
7. Что такое мартингал?
8. Сделать вывод из примера 1 - какие последовательности образуют мартингал?
9. Сделать вывод из примера 2 - какие последовательности образуют мартингал?
10. Дать полное описание конечных мартингалов.
11. Что такое обращённый мартингал?
12. Что такое момент остановки?
13. О чем говорит теорема Дуба?
14. Как в пространстве случайных величин вводится скалярное произведение?
15. Какая сходимость нужна для введения в пространстве случайных величин структуры гильбертова пространства?
16. Что такое ортонормированная система?
17. Какие примеры можно ортонормированных систем можно рассмотреть в пространстве случайных величин.
18. Как определяется стохастический интеграл для неслучайной функции?
19. Как определяется стохастический интеграл для случайной функции?
20. Что такое винеровский процесс?
21. Каким образом вводится понятие интеграла Ито?
22. Что такое стохастический дифференциал?
23. Как записывается формула замены переменных в стохастическом дифференциале?
24. Как ставится задача инвестирования?
25. Как определяется  $\$(B, S)$ -рынок?
26. Что такое портфель инвестора?
27. Что такое стратегия на  $\$(B, S)$ -рынке?
28. Как определяется самофинансируемая стратегия?
29. Что такое хедж?
30. Что такое опцион? В чем отличие опционов европейского типа и американского типа?
31. Как определяется справедливая цена опциона?
32. Как определяется "мартингальная" мера?
33. Каковы достаточные условия существования минимального хеджа европейского типа?
34. Каковы необходимые условия существования минимального хеджа европейского типа?
35. Что такое нормированный капитал?
36. О чем говорит лемма о представлении мартингалов?
37. Чем отличается опцион американского типа от опциона европейского типа?
38. Каковы достаточные условия существования минимального хеджа американского типа?
39. Каковы необходимые условия существования минимального хеджа американского типа?
40. Какой момент исполнения опциона называется рациональным?
41. Как определяется рациональная стоимость опциона американского типа?

42. Как рассчитать рациональную стоимость и рациональный момент предъявления опциона американского типа к исполнению?
43. Что такое диффузионная модель  $(B, S)$ -рынка?
44. Как описывается модель, предложенная П.Самуэльсоном?
45. Как формулируется инвестиционная задача для непрерывного времени?
46. Как определяется портфель инвестора?
47. Как определяется хеджирующая стратегия в случае непрерывного времени?
48. Как определяется рациональная стоимость опциона в случае непрерывного времени?
49. Какая стратегия на рынке называется арбитражной? В чем суть безарбитражного рынка?
50. Как выводится рациональная стоимость опциона в общем виде?
51. Что определяет формула Блэка-Шоулса?

### 7.1. Основная литература:

1. Ширяев А. Н. Вероятность - 1. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. Москва: МЦНМО, 2007. - 552 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9448](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9448)
2. Ширяев А. Н. Вероятность - 2. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. - Москва: МЦНМО, 2007. - 416 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9449](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9449)
3. Ширяев А.Н. Задачи по теории вероятностей: учебное пособие. - М.: МЦНМО, 2006. - 416 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9447/>
4. Брусов П. Н. Финансовая математика: Учебное пособие для магистров / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 480 с.:  
ЭБС "Знаниум": <http://znanium.com/bookread.php?book=363567>
5. Бочаров П.П., Касимов Ю. Ф. Финансовая математика. - М.: Физматлит, 2007. - 576 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2116](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2116)
6. Брусов П.Н., Филатова Т.В., Лахметкина Н.И. Инвестиционный менеджмент: Учебник. - М.: ИНФРА-М, 2014. - 333 с.  
ЭБС "Знаниум": <http://znanium.com/bookread.php?book=363435>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. Вероятность в теоремах и задачах (с доказательствами и решениями). Книга 1. - М.: МЦНМО, 2014. - 648 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56417/>
2. Хуснутдинов Р.Ш., Жихарев В.А. Математика для экономистов в примерах и задачах. - СПб.: Лань, 2012. - 656 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4233](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4233)
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей. - СПб.: Лань, 2012. - 480 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)
4. Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов. - СПб.: Лань, 2007. - 192 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=590](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=590)
5. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - СПб.: Лань, 2011. - 464 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=656](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656)

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Арбитраж и хеджирование - <http://www.nsu.ru/education/etfm/Lect7/Lect7.htm>

финансовый рынок - [http://nto.immpu.sgu.ru/sites/default/files/3/\\_\\_\\_12265.pdf](http://nto.immpu.sgu.ru/sites/default/files/3/___12265.pdf)

хеджирование - наука - <http://ru.science.wikia.com/wiki/Хеджирование>

хеджирование валютных рынков -

[http://www.forexite.com/forex\\_for\\_beginners/forex\\_commercial\\_hedging.html](http://www.forexite.com/forex_for_beginners/forex_commercial_hedging.html)

что такое хедж - [http://dic.academic.ru/dic.nsf/fin\\_enc/19310](http://dic.academic.ru/dic.nsf/fin_enc/19310)

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Стохастический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Халиуллин С.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.