

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Гаурский

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Численные методы математической физики Б1.В.ДВ.10

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Конюхов В.М.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 919419

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Конюхов В.М. Кафедра прикладной математики отделение прикладной математики и информатики , Vladimir.Konyukhov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Цель курса: ознакомить студентов с численными методами решения прикладных задач газовой динамики, двухфазной фильтрации, тепломассопереноса при течении многофазных смесей с фазовыми переходами и т.д., сводящихся к многомерным уравнениям эллиптического, параболического или гиперболического типа; изучить принципы построения итерационных алгоритмов решения нелинейных систем алгебраических уравнений и линейных систем уравнений с разреженными матрицами.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.10 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина относится к профессиональному циклу дисциплин. Базируется на знаниях, полученных в рамках дисциплин "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения", "Уравнения математической физики", "Численные методы". Знания, полученные в результате освоения дисциплины, необходимы при подготовке квалификационных работ, а также в будущей научной и практической деятельности выпускников.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	способность применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ, сетевые технологии
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способность в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:
основные положения математической физики
2. должен уметь:

строить разностные схемы и схемы метода конечных элементов для решения одно- и многомерных уравнений различного типа;

3. должен владеть:

навыками применения итерационных методов для решения систем алгебраических уравнений с разреженными матрицами;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

проводить анализ разностных схем

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Математическое моделирование физических процессов	6	1-2	0	0	4	
2.	Тема 2. Дискретизация области непрерывного изменения аргументов	6	3-4	0	0	4	
3.	Тема 3. Консервативные и неконсервативные РС	6	5-6	0	0	4	
4.	Тема 4. Численные методы решения интегро - дифференциаль-ных уравнений	6	7-8	0	0	4	
5.	Тема 5. Методы решения многомерных уравнений	6	9-10	0	0	4	Письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Вариационные методы	6	11-12	0	0	4	Контрольная точка
7.	Тема 7. Метод конечных элементов (МКЭ)	6	13-15	0	0	6	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Двухфазная фильтрация в пласте (вытеснение нефти водой)	6	16-18	0	0	6	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Математическое моделирование физических процессов

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Общие этапы построения математической модели и ее численной реализации (выбор модели реального физического процесса и основных его параметров, математическое описание идеализированного процесса, конкретизация и замыкание математической модели, построение разностной схемы, выбор метода ее решения, алгоритмизация и составление программы, отладка и тестирование, анализ результатов расчетов)

Тема 2. Дискретизация области непрерывного изменения аргументов

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Дискретизация области непрерывного изменения аргументов, равномерные и неравномерные сетки, сеточные функции, аппроксимация дифференциальных и интегральных операторов, погрешность аппроксимации. Примеры построения разностных аппроксимаций стационарных и нестационарных дифференциальных уравнений параболического типа с нелинейными свойствами. Явные и неявные РС

Тема 3. Консервативные и неконсервативные РС

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Изотермические и неизотермические задачи с подвижными границами в газовой динамике. Постановка задач в Эйлеровых и Лагранжевых координатах. Построение консервативных схем интегро-интерполяционным методом и методом сумматорных тождеств на примере этих задач. Анализ построенных схем. Примеры нарушения консервативности РС. Принципы построения полностью консервативных разностных схем

Тема 4. Численные методы решения интегро - дифференциальных уравнений

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Аппроксимация искоемых функций и ядра, входящих в подынтегральное выражение на примере решения задачи о распределении давления в пласте. Схема решения нелинейного уравнения пьезопроводности. Расчет гидродинамических характеристик жидкостного потока в нефтяной скважине с учетом взаимосвязи с пластом

Тема 5. Методы решения многомерных уравнений

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Экономичные разностные схемы для уравнений параболического типа в прямоугольной области. Продольно-поперечная схема. Локально-одномерная схема. Аппроксимация и устойчивость схем. Особенности аппроксимации граничных условий. Обобщение на случай произвольной области и анизотропии

Тема 6. Вариационные методы

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Слабая формулировка задач (на примере одномерной и двумерной задач теплопроводности). Метод Галеркина. Метод Рунге

Тема 7. Метод конечных элементов (МКЭ)

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Построение разбиения области конечными элементами. Линейные преобразования элементов произвольной формы в базисные. Примеры построения базисных функций. Вычисление матрицы жесткости и "вектора сил" на базисном элементе. Построение расширенных векторов и сборка глобальной матрицы жесткости и вектора сил. Методы решения разреженных систем алгебраических уравнений с положительно определенной симметричной матрицей (наискорейшего спуска, сопряженных невязок, разложения Холецкого)

Тема 8. Двухфазная фильтрация в пласте (вытеснение нефти водой)

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Конкретизация задачи в случае плоскопараллельной фильтрации в разрезе слоисто-неоднородного пласта. Общие разностные уравнения для двумерной задачи фильтрации. Особенности аппроксимации нелинейного квазистационарного эллиптического уравнения для давления

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Методы решения многомерных уравнений	6	9-10	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	8	письменная работа
6.	Тема 6. Вариационные методы	6	11-12	подготовка к контрольной точке	9	контрольная точка
7.	Тема 7. Метод конечных элементов (МКЭ)	6	13-15	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
8.	Тема 8. Двухфазная фильтрация в пласте (вытеснение нефти водой)	6	16-18	подготовка к контрольной работе	9	контрольная работа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Математическое моделирование физических процессов

Тема 2. Дискретизация области непрерывного изменения аргументов

Тема 3. Консервативные и неконсервативные РС

Тема 4. Численные методы решения интегро - дифференциальных уравнений

Тема 5. Методы решения многомерных уравнений

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы по темам: 1. Экономичные разностные схемы для уравнений параболического типа в прямоугольной области. 2. Продольно-поперечная схема. 3. Локально-одномерная схема. 4. Аппроксимация и устойчивость схем. Особенности аппроксимации граничных условий. Обобщение на случай произвольной области и анизотропии.

письменная работа , примерные вопросы:

Подготовка письменного отчета по теме: Эллиптическое уравнение: счет на установление (эволюционная задача).

Тема 6. Вариационные методы

контрольная точка , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: 1. Метод Галеркина. 2. Метод Рунге.

Тема 7. Метод конечных элементов (МКЭ)

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы по темам: Построение разбиения области конечными элементами. Линейные преобразования элементов произвольной формы в базисные. Примеры построения базисных функций. Вычисление матрицы жесткости и "вектора сил" на базисном элементе. Построение расширенных векторов и сборка глобальной матрицы жесткости и вектора сил. Методы решения разреженных систем алгебраических уравнений с положительно определенной симметричной матрицей (наискорейшего спуска, со-пряженных невязок, разложения Холецкого).

Тема 8. Двухфазная фильтрация в пласте (вытеснение нефти водой)

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: 1. Итерационный метод расчета давления 2. Анализ особенностей решения гиперболического уравнения в одномерном случае

Итоговая форма контроля

зачет (в 6 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

Предусмотрена сдача экзамена, полный перечень билетов для экзамена - в Приложении 1

ПРИМЕРНЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ:

БИЛЕТ N 1

1. Аппроксимация граничных условий I-III-го рода и их погрешность ап-проксимации. Метод фиктивных точек.

2. Построение консервативных схем интегро-интерполяционным методом на примере задачи об изотермическом течении газа.

3. Экономичные разностные схемы для уравнений параболического типа в прямоугольной области. Продольно-поперечная схема.

БИЛЕТ N 2

I. Общие разностные уравнения для двумерной задачи фильтрации.

2. Построение консервативных схем методом сумматорных тождеств на примере стационарной задачи теплопроводности.

3. Экономичные разностные схемы для уравнений параболического типа в прямоугольной области. Локально-одномерная схема.

БИЛЕТ N 3

1. Понятие разностной схемы (РС). Явные и неявные РС. Использование явной схемы для построения итерационного алгоритма решения задачи о движении газа.

2. Численные методы решения интегральных уравнений. Аппроксимация искоемых функций и ядра, входящих в подынтегральное выражение в задаче о распределении давления в пласте.

3. Аппроксимация и устойчивость продольно-поперечной схемы для уравнений параболического типа в прямоугольной области.

БИЛЕТ N 4

1. Общие этапы построения математической модели и ее численной реализации.

2. Разностные схемы бегущего счета ("уголок") с аппроксимацией по потоку и против потока. Геометрическая интерпретация устойчивости схем "уголок".

3. Аппроксимация и устойчивость локально-одномерной схемы для уравнений параболического типа в прямоугольной области.

БИЛЕТ N 5

1. Формулы разностного дифференцирования и перехода от одного веса к другому. Разностные схемы с весами.

2. Метод разделения процессов ("динамические" и "тепловые" уравнения). Внутренний и внешний итерационный процессы.

3. Уточнение итераций по давлению при решении эллиптического уравнения в задаче двухфазной фильтрации в слоисто-неоднородном пласте.

БИЛЕТ N 6

1. Принципы построения РС повышенной точности.

2. Метод гармоник в исследовании устойчивости явной разностной схемы для однородного одномерного уравнения переноса.

3. Продольно-поперечная схема для уравнений параболического типа. Особенности схемы в случае произвольной области и анизотропии.

БИЛЕТ N 7

1. Метод Ньютона решения нелинейных систем алгебраических уравнений.

2. Многопараметрическая разностная схема в задаче об изотермическом течении газа. Выбор параметров схемы в уравнении сохранения энергии.

3. Методы решения эллиптических уравнений. Счет на установление (эволюционная задача).

БИЛЕТ N 8

1. Понятие разностной схемы (РС). Погрешность аппроксимации, сходимость и устойчивость РС.

2. Построение РС стационарных и нестационарных дифференциальных уравнений параболического типа с нелинейными свойствами. Особенности аппроксимации нелинейного коэффициента.

3. Вариационные методы. Слабая формулировка задач (на примере одномерной и двумерной задач теплопроводности).

БИЛЕТ N 9

1. Решение систем алгебраических уравнений методом пятидиагональной прогонки. Условия устойчивости метода.

2. Принцип построения разностной схемы для уравнения переноса в задаче двухфазной фильтрации с учетом конечности скорости фронта вытеснения.

3. Метод Галеркина. Метод Рунге.

БИЛЕТ N 10

1. Аппроксимация граничных условий I - III-го рода. Погрешность аппроксимации. Использование разложения в ряд Тейлора.
2. Численный метод решения нелинейной радиальной задачи пьезопроводности с учетом взаимодействия пласта и скважины. Особенности расчета потока на границе скважины.
3. Метод конечных элементов (МКЭ). Линейные преобразования элементов разбиения произвольной формы в базисные. Принцип построения базисных функций на конечных элементах.

БИЛЕТ N 11

1. Применение метода Ньютона для решения нелинейной разностной схемы в задаче об изотермическом течении газа.
2. Параболическая интерполяция при определении функции насыщенности в одномерной задаче двухфазной фильтрации при построении РС для уравнения гиперболического типа.
3. Вычисление матрицы жесткости на базисном элементе. Построение расширенных векторов и сборка глобальной матрицы жесткости.

БИЛЕТ N 12

1. Особенности аппроксимации граничных условий продольно-поперечной схемы для уравнений параболического типа в прямоугольной области.
2. Анализ особенностей решения гиперболического уравнения (уравнения переноса насыщенности) в одномерном случае. Разрывность функции насыщенности.
3. Построение консервативных схем методом сумматорных тождеств на примере нестационарной задачи теплопроводности.

БИЛЕТ N 13

1. Классификация физических процессов. Краевые и начальные условия. Основные уравнения фильтрации сжимаемой жидкости в однородном пласте. Примеры замкнутых моделей.
2. Условие устойчивости явной разностной схемы для одномерного уравнения переноса в задаче двухфазной фильтрации. Обобщение одномерной схемы на двумерный случай.
3. Вычисление "вектора сил" на базисном конечном элементе. Построение расширенного вектора и сборка глобального вектора сил.

БИЛЕТ N 14

1. Законы сохранения массы, количества движения и энергии в интегральной и дифференциальной формах. Уравнения состояния и примеры их задания в различных физических процессах.
2. Принцип максимума в исследовании устойчивости явной разностной схемы для одномерного однородного уравнения переноса.
3. Оценка порядка аппроксимации локально-одномерной схемы для уравнения параболического типа в прямоугольной области.

БИЛЕТ N 15

1. Неравномерные сетки, сеточные функции, аппроксимация дифференциальных и интегральных операторов, погрешность аппроксимации, сходимость и устойчивость РС по норме.
2. Многопараметрическая разностная схема в задаче об изотермическом течении газа. Выбор параметров схемы в уравнении сохранения массы.
3. Дробно-линейная интерполяция при определении функции насыщенности в одномерной задаче двухфазной фильтрации при построении РС для уравнения гиперболического типа.

7.1. Основная литература:

1. Широкова Е.А. Уравнения математической физики: методическое пособие / Е. А. Широкова, В. А. Сочнева; ФГАОУВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т'. Казань: [Казанский университет], 2010.-51 с.

2. Методическое пособие для проведения практических занятий по курсу 'Уравнения математической физики' [Текст: электронный ресурс] / Казан. (Приволж.) федер. ун-т ; [сост.: к.ф.-м.н., доц. И. Г. Салехова, к.ф.-м.н. С. Г. Аблаева] .? Электронные данные (1 файл: 1,47 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) .

<http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/21708/0-785436.pdf>

3. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. (Электрон. дан.) -

Москва: Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 639 с. - Режим доступа:

<https://e.lanbook.com/book/70767>

4. Бушманова Г.В. Уравнения математической физики: [учебное пособие] / Г. В. Бушманова; Федер. гос. авт. образоват. учреждение высш. проф. образования 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т'.?[2-е изд., испр.].?Казань: [Казанский университет], 2011.-126 с.

5. Ф. Г. Авхадиев Численные методы анализа [Учебное пособие]. - Казань: КФУ, 2013. - 126 с.

http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/21350/05_039_000398.pdf

7.2. Дополнительная литература:

1. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. - М.: Наука, 1971, 553 с.

2. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978, 512 с.

3. Дияшев Р.Н. Форсированный отбор жидкости из коллекторов с двойной пористостью, насыщенных неньютоновскими нефтями

[Text] / Р.Н. Дияшев, Р.С. Хисамов, В.М. Конюхов, А.Н. Чекалин / Казань: Фэн, 2012. - 247 с.

<http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F398479449/Kniga.forsirovannyj.otbor.pdf>

4. Чекалин А.Н. Двухфазная многокомпонентная фильтрация в нефтяных пластах сложной структуры.

[Text] / А.Н. Чекалин, В.М. Конюхов, А.В. Костерин / Казань: Изд-во Казан-ского гос. ун-та, 2009. - 180с.

http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F1235006576/Kniga_09.pdf

5. Конюхов В.М. Численное моделирование и метод планирования вычислительных экспериментов.

Учебно-методическое пособие [Электронный ресурс]. /В.М. Конюхов, А.Н. Чекалин, И.В. Конюхов /

Казань, Казанский федеральный университет, 2016. - 30 с.

http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F758432210/MM_BE_2016.pdf

6. Конюхов В.М. Математические модели и численные методы решения уравнений переноса рассолов в водоносных пластах.

Учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / Конюхов В.М., Чекалин А.Н., Храмченков М.Г. /

Казань, Казанский федеральный университет, 2016. - 55 с.

http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F2052057240/MAT_MOD_2016.pdf

7.3. Интернет-ресурсы:

mfizika - <http://www.pm298.ru/mfizika.php>

mfizika_Абакумов - <http://znanium.com/go.php?id=364601>

mfizika_Калиткин - <http://znanium.com/catalog/product/944508>

mfizika_Конюхов - http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F2052057240/MAT_MOD_2016.pdf

mfizika_Численные методы - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=378

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Численные методы математической физики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Мультимедийный класс

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Конюхов В.М. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. _____

"__" _____ 201__ г.