

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Методы граничных интегральных уравнений и их приложения Б1.В.ДВ.8

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Соловьев С.И.

Рецензент(ы):

Шагидуллин Р.Р.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Соловьев С.И. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики, Sergei.Solovyev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины состоит в изучении современных методов исследования и решения интегральных уравнений и задач на собственные значения для интегральных уравнений.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.8 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Изучение дисциплины основано на дисциплинах: 'Алгебра и геометрия', 'Математический анализ', 'Функциональный анализ', 'Дифференциальные уравнения', 'Уравнения математической физики', 'Численные методы', 'Метод конечных элементов'.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|---|
| ОК-7 (общекультурные компетенции) | Способность к самоорганизации и самообразованию |
| ОПК-1 (профессиональные компетенции) | Готовность к самостоятельной работе |
| ОПК-2 (профессиональные компетенции) | Способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования |
| ПК-1 (профессиональные компетенции) | Способность использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на электронных вычислительных машинах, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение |
| ПК-10 (профессиональные компетенции) | Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов |
| ПК-12 (профессиональные компетенции) | Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук |
| ПК-4 (профессиональные компетенции) | Способность и готовность решать проблемы, брать на себя ответственность |
| ПК-9 (профессиональные компетенции) | Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовность использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат |

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Применять общие результаты теории гильбертовых и банаховых пространств, теории операторов, теории численных методов, для решения интегральных уравнений и задач на собственные значения для интегральных уравнений.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практи- ческие занятия | Лабора- торные работы | |
| 1. | Тема 1. Постановки задач для интегрального уравнения | 8 | | 0 | 0 | 4 | Письменное домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Задача на собственные значения для вполне непрерывного оператора | 8 | | 0 | 0 | 6 | Письменное домашнее задание |
| 3. | Тема 3. Однородное уравнение Фредгольма второго рода | 8 | | 0 | 0 | 6 | Письменное домашнее задание |
| 4. | Тема 4. Разложение по собственным функциям | 8 | | 0 | 0 | 6 | Контрольная работа |
| 5. | Тема 5. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода | 8 | | 0 | 0 | 6 | Письменное домашнее задание |
| 6. | Тема 6. Уравнения Вольтерра второго рода | 8 | | 0 | 0 | 7 | Письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|-----------------|--|----------------------|---------------------|------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 7. | Тема 7. Численные методы решения интегральных уравнений | 8 | | 0 | 0 | 5 | Контрольная работа |
| . | Тема . Итоговая форма контроля | 8 | | 0 | 0 | 0 | Экзамен |
| | Итого | | | 0 | 0 | 40 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Постановки задач для интегрального уравнения

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Понятие интегрального уравнения. Классификация интегральных уравнений. Примеры интегральных уравнений. Особенности постановок задач для уравнений Фредгольма.

Тема 2. Задача на собственные значения для вполне непрерывного оператора

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Евклидово пространство. Линейный оператор в евклидовом пространстве. Непрерывный и вполне непрерывный оператор. Существование собственных значений и собственных векторов. Свойства собственных значений и собственных векторов.

Тема 3. Однородное уравнение Фредгольма второго рода

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Собственные значения и собственные функции уравнения Фредгольма второго рода. Метод Келлога. Вырожденные ядра.

Тема 4. Разложение по собственным функциям

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Теорема Гильберта-Шмидта. Повторные ядра. Теорема Мерсера.

Тема 5. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Случай симметричного ядра. Теорема существования и единственности. Теоремы Фредгольма. Резольвента непрерывного несимметричного ядра.

Тема 6. Уравнения Вольтерра второго рода

лабораторная работа (7 часа(ов)):

Существование и единственность решения. Резольвента для уравнения Вольтерра.

Тема 7. Численные методы решения интегральных уравнений

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Метод последовательных приближений. Вычисление собственных значений и собственных функций по методу Келлога. Представление решения интегрального уравнения в виде ряда. Метод замены ядра вырожденным. Метод квадратур. Метод моментов. Метод наименьших квадратов.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Постановки задач для интегрального уравнения | 8 | | подготовка домашнего задания | 8 | Письменное домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Задача на собственные значения для вполне непрерывного оператора | 8 | | подготовка домашнего задания | 8 | Письменное домашнее задание |
| 3. | Тема 3. Однородное уравнение Фредгольма второго рода | 8 | | подготовка домашнего задания | 8 | Письменное домашнее задание |
| 4. | Тема 4. Разложение по собственным функциям | 8 | | подготовка к контрольной работе | 8 | Контрольная работа |
| 5. | Тема 5. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода | 8 | | подготовка домашнего задания | 8 | Письменное домашнее задание |
| 6. | Тема 6. Уравнения Вольтерра второго рода | 8 | | подготовка домашнего задания | 12 | Письменное домашнее задание |
| 7. | Тема 7. Численные методы решения интегральных уравнений | 8 | | подготовка домашнего задания | 16 | Письменное домашнее задание |
| | Итого | | | | 68 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме практических занятий, а также самостоятельной работы студентов. Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения. Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Постановки задач для интегрального уравнения

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Понятие интегрального уравнения. Классификация интегральных уравнений. Примеры интегральных уравнений. Особенности постановок задач для уравнений Фредгольма.

Тема 2. Задача на собственные значения для вполне непрерывного оператора

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Евклидово пространство. Линейный оператор в евклидовом пространстве. Непрерывный и вполне непрерывный оператор. Существование собственных значений и собственных векторов. Свойства собственных значений и собственных векторов.

Тема 3. Однородное уравнение Фредгольма второго рода

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Собственные значения и собственные функции уравнения Фредгольма второго рода. Метод Келлога. Вырожденные ядра.

Тема 4. Разложение по собственным функциям

Контрольная работа , примерные вопросы:

Теорема Гильберта-Шмидта. Повторные ядра. Теорема Мерсера.

Тема 5. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Случай симметричного ядра. Теорема существования и единственности. Теоремы Фредгольма. Резольвента непрерывного несимметричного ядра.

Тема 6. Уравнения Вольтерра второго рода

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Существование и единственность решения. Резольвента для уравнения Вольтерра.

Тема 7. Численные методы решения интегральных уравнений

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Метод последовательных приближений. Вычисление собственных значений и собственных функций по методу Келлога. Представление решения интегрального уравнения в виде ряда. Метод замены ядра вырожденным. Метод квадратур. Метод моментов. Метод наименьших квадратов.

Итоговая форма контроля

экзамен (в 8 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Постановки задач для интегрального уравнения.

Понятие интегрального уравнения.

Классификация интегральных уравнений.

Примеры интегральных уравнений.

Особенности постановок задач для уравнений Фредгольма.

Задача на собственные значения для вполне непрерывного оператора.

Евклидово пространство.

Линейный оператор в евклидовом пространстве.

Непрерывный и вполне непрерывный оператор.

Существование собственных значений и собственных векторов.

Свойства собственных значений и собственных векторов.

Однородное уравнение Фредгольма второго рода.
Собственные значения и собственные функции уравнения Фредгольма второго рода.
Метод Келлога.
Вырожденные ядра.
Разложение по собственным функциям.
Теорема Гильберта-Шмидта.
Повторные ядра.
Теорема Мерсера.
Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода.
Уравнение с симметричным ядром.
Теорема существования и единственности.
Теоремы Фредгольма.
Резольвента непрерывного несимметричного ядра.
Уравнения Вольтерра второго рода.
Существование и единственность решения.
Резольвента для уравнения Вольтерра.
Численные методы решения интегральных уравнений.
Метод последовательных приближений.
Вычисление собственных значений и собственных функций по методу Келлога.
Представление решения интегрального уравнения в виде ряда.
Метод замены ядра вырожденным.
Метод квадратур.
Метод моментов.
Метод наименьших квадратов.

7.1. Основная литература:

1. Карчевский, М.М. Лекции по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учеб. Пособие - Электрон. Дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 164 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72982>. - Загл. С экрана.
2. Карчевский, М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы [Электронный ресурс] : учеб. Пособие / М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова. - Электрон. Дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 276 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72983>. - Загл. С экрана.
3. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Электронный ресурс] : учеб. Пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - Электрон. Дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 639 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70767>. - Загл. С экрана.
4. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. Пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. - Электрон. Дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 448 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65043>. - Загл. С экрана.

7.2. Дополнительная литература:

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Электрон. Дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 160 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42>. - Загл. С экрана.
2. Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. - Электрон. Дан. - Москва : Физматлит, 2002. - 256 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48171>. - Загл. С экрана.

3. Радин, В.П. Метод конечных элементов в динамических задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] : учеб. Пособие / В.П. Радин, Ю.Н. Самогин, В.П. Чирков. - Электрон. Дан. - Москва : Физматлит, 2013. - 316 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59668>. - Загл. С экрана.
4. Амосов, А.А. Вычислительные методы [Электронный ресурс] : учеб. Пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. - Электрон. Дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2014- 672 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42190>. - Загл. С экрана.
5. Хелемский, А.Я. Лекции по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учеб. - Электрон. Дан. - Москва : МЦНМО, 2014. - 560 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56415>. - Загл. С экрана.

7.3. Интернет-ресурсы:

- Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>
Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>
Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>
Справочник по компьютерной математике - <http://www.users.kaluga.ru/math/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Методы граничных интегральных уравнений и их приложения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Соловьев С.И. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Шагидуллин Р.Р. _____

"__" _____ 201__ г.