

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



» 20 г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Введение в метод конечных элементов Б1.В.ДВ.3

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З.

Рецензент(ы):

Тимербаев М.Р.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" 201 ____ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № ____ от "____" 201 ____ г

Регистрационный № 960318

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Rafail.Dautov@gmail.com

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины "Введение в метод конечных элементов" является подготовка квалифицированных специалистов в области применения метода конечных элементов для моделирования полей различной физической природы, описываемых уравнениями математической физики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.3 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математический анализ", "Основы численных методов линейной алгебры".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	Готовность к самостоятельной работе
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	Способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
ПК-1 (профессиональные компетенции)	Способность использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на ЭВМ, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение
ПК-10 (профессиональные компетенции)	Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных
ПК-11 (профессиональные компетенции)	Готовность применять знания и навыки управления информацией
ПК-12 (профессиональные компетенции)	Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальной математики

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и факты линейной алгебры, математического анализа, численных методов.

2. должен уметь:

понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач линейной алгебры, математического анализа, численных методов

3. должен владеть:

навыками самостоятельного анализа и решения теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

умение строить схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Простейший метод конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка	4	1-3	6	0	10	Компьютерная программа
2.	Тема 2. Лагранжевы сплайны	4	4-5	4	0	0	Компьютерная программа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Ортогональные полиномы и квадратуры Гаусса	4	6-8	6	0	0	Компьютерная программа
4.	Тема 4. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка.	4	9-13	10	0	8	Компьютерная программа
5.	Тема 5. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка	4	14-17	8	0	0	Компьютерная программа
6.	Тема 6. Решение систем алгебраических уравнений	4	18	2	0	0	
.	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	18	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Простейший метод конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Формулировка краевой задачи для ОДУ второго порядка на примере задачи Неймана. Пространство ломаных и базис в нем. Интегральное тождество. Определение схемы МКЭ. Система алгебраических уравнений МКЭ. Алгоритм формирования системы МКЭ. Понятие о квадратурной формуле. Алгоритм вычисления матрицы жесткости и вектора сил конечного элемента. Метод прогонки решения системы МКЭ.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

О системе программирования МатЛаб. Вектора и векторные операции. Функции и их векторизация. Двумерная графика. Циклы и условный оператор. Матрицы плотные и разреженные и операции с ними. Программирование простейшей схемы при произвольных краевых условиях. Решение тестовых задач. Измерение точности решения и определение порядка точности метода.

Тема 2. Лагранжевы сплайны

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Понятие о задаче приближения функций. Интерполяционный полином Лагранжа. Барицентрическая формула. Остаточный член. Оценка погрешности вычисления производной. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Оценка вычисления функции и производной. Пространство лагранжевых сплайнов и лагражевый базис в нем.

Тема 3. Ортогональные полиномы и квадратуры Гаусса

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Определение, существование и единственность системы ортогональных полиномов.

Трехчленная рекуррентная формула. Полиномы Лежандра. Свойства корней.

Интерполяционные квадратуры. Квадратуры Гаусса. Алгоритм вычисления узлов и весов квадратуры Гаусса.

Тема 4. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка.

лекционное занятие (10 часа(ов)):

Вывод интегрального тождества для смешанной краевой задачи для ОДУ второго порядка. Запись в абстрактной форме. Метод Галеркина. Система алгебраических уравнений метода Галеркина. Метод МКЭ произвольного порядка точности на основе лагранжевых сплайнов. Свойства билинейной формы. Оценка точности метода. Метод МКЭ с численным интегрированием. Оценка точности квадратур. Оценка точности метода с численным интегрированием.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Программирование вычисления лагранжева сплайна на произвольной сетке узлов.

Программирование вычисления узлов и весов квадратуры Гаусса в МатЛаб.

Программирование вычисления глобальной матрицы жесткости и вектора сил для элементов произвольного порядка точности и при произвольных краевых условиях. Отладка программ. Решение тестовых задач. Измерение точности решения и определение порядка точности метода.

Тема 5. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Структура программы, реализующей МКЭ. Данные о решаемой задаче и данные метода МКЭ. Вывод алгоритма сборки системы МКЭ. Алгоритм вычисления локальных матриц жесткости и векторов сил с учетом численного интегрирования.

Тема 6. Решение систем алгебраических уравнений

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Компактный метод Гаусса. Ленточные и профильные матрицы. Сохранение профиля матрицы при LU разложении. Понятие о перенумерации неизвестных и решении разреженных систем линейных алгебраических уравнений..

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Простейший метод конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка	4	1-3		6	Компьютерная программа
2.	Тема 2. Лагранжевые сплайны	4	4-5		6	Компьютерная программа
3.	Тема 3. Ортогональные полиномы и квадратуры Гаусса	4	6-8		6	Компьютерная программа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка.	4	9-13		8	Компьютерная программа
5.	Тема 5. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка	4	14-17		10	Компьютерная программа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Простейший метод конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Программирование простейшей схемы МКЭ при произвольных краевых условиях. Решение тестовых задач. Измерение точности решения и определение порядка точности метода

Тема 2. Лагранжевы сплайны

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Программа вычисления лагранжева сплайна порядка m на произвольной сетке узлов.

Тема 3. Ортогональные полиномы и квадратуры Гаусса

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Программа вычисления узлов и весов квадратуры Гаусса с произвольным числом узлов в MatLab.

Тема 4. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка.

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Программа вычисления локальной матрицы жесткости и вектора сил для элементов произвольного порядка точности

Тема 5. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Программа вычисления глобальной матрицы жесткости и вектора сил для элементов произвольного порядка точности и при произвольных краевых условиях. Измерение точности решения и определение порядка точности метода

Тема 6. Решение систем алгебраических уравнений

Итоговая форма контроля

экзамен

Примерные вопросы к экзамену:

Для контроля успеваемости предусмотрено проведение экзамена.

Примерные вопросы для экзамена.

Формулировка краевой задачи для ОДУ второго порядка. Интерполяционный полином Лагранжа.

Барицентрическая формула. Остаточный член. Оценка погрешности вычисления производной. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Оценка вычисления функции и производной. Квадратура Гаусса. Вывод интегрального тождества для смешанной краевой задачи для ОДУ второго порядка. Метод Галеркина. Система алгебраических уравнений метода Галеркина. Метод МКЭ произвольного порядка точности на основе лагранжевых сплайнов. Алгоритм сборки системы МКЭ. Алгоритм вычисления локальных матриц жесткости и векторов сил.

7.1. Основная литература:

1. Радин, В.П. Метод конечных элементов в динамических задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] : / В.П. Радин, Ю.Н. Самогин, В.П. Чирков. ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2013. ? 314 с. ? Режим доступа:
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59668 ? Загл. с экрана.
2. Фаддеев, Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2009. ? 735 с. ? Режим доступа:
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=400 ? Загл. с экрана.
3. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика" / Р. З. Даутов , М. М. Карчевский.?Изд. 2-е, испр..?Казань: Казанский университет, 2011.?237 с.: ил.; 21.?
Библиог.: с. 228-229 (25 назв.).?Предм. указ.: с. 234-237.?ISBN 978-5-98180-993-4.
4. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: [Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет. 2012. - 240 с. (с грифом УМО).
http://kpfu.ru/publication?p_id=47325.
5. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения. [Учебное пособие]. - Казань, 2010. - 94 с.http://kpfu.ru/publication?p_id=21045

7.2. Дополнительная литература:

- 1.Фаддеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры [Электронный ресурс] /Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. - СПб.: Лань, 2009. - 736 с.
URL: https://e.lanbook.com/book/400?category_pk=915#authors
2. Шевцов Г.С. Численные методы линейной алгебры. [Электронный ресурс] / Шевцов Г.С., Крюкова О.Г., Мызникова Б.И. - СПб.: Лань, 2011. - 496 с.
URL: https://e.lanbook.com/book/1800?category_pk=915#authors

3. Демидович Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. [Электронный ресурс] / Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З.- СПб.: Лань, 2010. - 400 с. URL: https://e.lanbook.com/book/537?category_pk=915#authors
4. Киреев В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Киреев В.И. Пантелеев А.В. - СПб.: Лань, 2015. - 448 с. ЭБС 'Лань' URL: https://e.lanbook.com/book/65043?category_pk=915#authors
5. Срочко В.А. Численные методы. Курс лекций [Электронный ресурс] / Срочко В.А. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2010. ? 208 с. ? URL: https://e.lanbook.com/book/378?category_pk=915#authors

7.3. Интернет-ресурсы:

Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>
Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>
Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathhelp.spb.ru>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Введение в метод конечных элементов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Лекционные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером), а также в компьютерных кабинетах.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Даутов Р.З. _____
"___" 201 ___ г.

Рецензент(ы):

Тимербаев М.Р. _____
"___" 201 ___ г.