

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Талорский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

### Программа дисциплины

Математические модели теории упругости Б1.В.ДВ.21

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Бахтиева Л.У.

**Рецензент(ы):**

Плещинский Н.Б.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 943317

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Бахтиева Л.У. Кафедра прикладной математики отделение прикладной математики и информатики ,  
Lyalya.Bakhtieva@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина знакомит студентов с методикой построения математических моделей в некоторых задачах теории упругости, а также с численными методами решения этих задач. На самостоятельных занятиях студенты приобретают навыки решения задач теории упругости с помощью системы МАТЛАБ

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.21 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных в рамках дисциплин "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения", "Уравнения математической физики", "Численные методы".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные положения теории упругости

2. должен уметь:

ориентироваться в способах построения математических моделей

3. должен владеть:

теоретическими знаниями о численных методах решения краевых задач

4. должен демонстрировать способность и готовность:  
навыки численного решения краевых задач с помощью системы Matlab

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия, константы и переменные теории упругости	6	1	0	0	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Дифференциальные уравнения равновесия	6	2-3	0	0	4	Письменная работа
3.	Тема 3. Основные уравнения теории упругости и способы их решения	6	4	0	0	2	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Плоская задача в полярных координатах	6	5	0	0	2	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Изгиб прямоугольных пластин	6	6	0	0	2	Контрольная работа
6.	Тема 6. Изгиб круглых пластин	6	7	0	0	2	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Вариационные методы решения задач теории упругости	6	8	0	0	2	Письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Знакомство с основными возможностями системы Matlab	6	9	0	0	2	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Программирование в системе Matlab	6	10	0	0	2	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Работа с матрицами	6	11	0	0	2	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Численное дифференцирование и интегрирование	6	12	0	0	2	
12.	Тема 12. Использование прикладных пакетов	6	13	0	0	2	Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Графика в системе Matlab	6	14	0	0	2	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Графический интерфейс пользователя	6	15	0	0	2	Письменное домашнее задание
15.	Тема 15. Численные методы решения дифференциальных уравнений	6	16	0	0	2	Письменное домашнее задание
16.	Тема 16. Решение задач теории упругости с помощью системы Matlab	6	17	0	0	2	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Задача устойчивости прямоугольной пластины под действием динамического сжатия	6	18	0	0	2	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Основные понятия, константы и переменные теории упругости

##### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Модель идеально упругого тела. Напряжения

## **Тема 2. Дифференциальные уравнения равновесия**

### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Деформации и перемещения в упругом теле, уравнения неразрывности деформаций.  
Обобщенный закон Гука

## **Тема 3. Основные уравнения теории упругости и способы их решения**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Плоская задача теории упругости и ее решение в напряжениях. Примеры решения некоторых задач

## **Тема 4. Плоская задача в полярных координатах**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Примеры решения некоторых задач

## **Тема 5. Изгиб прямоугольных пластин**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задачи изгиба пластины методом коллокаций и методом наименьших квадратов

## **Тема 6. Изгиб круглых пластин**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Расчет гибких круглых пластин

## **Тема 7. Вариационные методы решения задач теории упругости**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Расчет пластины на изгиб методом Бубнова-Галеркина

## **Тема 8. Знакомство с основными возможностями системы Matlab**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Работа в режиме прямых вычислений. Вычисление корней полинома и нулей функции

## **Тема 9. Программирование в системе Matlab**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Работа с файлами

## **Тема 10. Работа с матрицами**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Системы алгебраических уравнений. Численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений: метод последовательных приближений, метод упругих решений

## **Тема 11. Численное дифференцирование и интегрирование**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Численное дифференцирование и интегрирование

## **Тема 12. Использование прикладных пакетов**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Использование прикладных пакетов

## **Тема 13. Графика в системе Matlab**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Графика в системе Matlab

## **Тема 14. Графический интерфейс пользователя**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Графический интерфейс пользователя

## **Тема 15. Численные методы решения дифференциальных уравнений**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Численные методы решения дифференциальных уравнений

## **Тема 16. Решение задач теории упругости с помощью системы Matlab**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач теории упругости с помощью системы Matlab

## Тема 17. Задача устойчивости прямоугольной пластины под действием динамического сжатия

### лабораторная работа (2 часа(ов)):

Алгоритм расчета пластины под действием динамического сжатия

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Основные понятия, константы и переменные теории упругости	6	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Дифференциальные уравнения равновесия	6	2-3	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Основные уравнения теории упругости и способы их решения	6	4	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
4.	Тема 4. Плоская задача в полярных координатах	6	5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Изгиб прямоугольных пластин	6	6	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
6.	Тема 6. Изгиб круглых пластин	6	7	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
7.	Тема 7. Вариационные методы решения задач теории упругости	6	8	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Знакомство с основными возможностями системы Matlab	6	9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Программирование в системе Matlab	6	10	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Работа с матрицами	6	11	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Численное дифференцирование и интегрирование	6	12	подготовка к контрольной точке	2	контрольная точка
12.	Тема 12. Использование прикладных пакетов	6	13	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Графика в системе Matlab	6	14	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
14.	Тема 14. Графический интерфейс пользователя	6	15	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
15.	Тема 15. Численные методы решения дифференциальных уравнений	6	16	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Решение задач теории упругости с помощью системы Matlab	6	17	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Задача устойчивости прямоугольной пластины под действием динамического сжатия	6	18	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
	Итого				36	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Основные понятия, константы и переменные теории упругости

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы по теме: Основные определения теории упругости

### Тема 2. Дифференциальные уравнения равновесия

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы по теме: Вывод дифференциальных уравнений равновесия

### Тема 3. Основные уравнения теории упругости и способы их решения

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы по теме: Способы решения уравнений теории упругости

### Тема 4. Плоская задача в полярных координатах

домашнее задание , примерные вопросы:

Самостоятельный вывод уравнений для плоской задачи в полярных координатах

### Тема 5. Изгиб прямоугольных пластин

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Решение задачи изгиба прямоугольной пластины с конкретными физическими и геометрическими параметрами при различных краевых условиях

### Тема 6. Изгиб круглых пластин

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы по теме: Вывод уравнений изгиба круглых пласти

### Тема 7. Вариационные методы решения задач теории упругости

домашнее задание , примерные вопросы:



Изучение литературы по теме: Решение краевой задачи одним из вариационных методов

### **Тема 8. Знакомство с основными возможностями системы Matlab**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Вычислить гамма-функцию  $\Gamma(x)$  для  $x = 0.1, 0.2, \dots, 10$ . 2. Вычислить все значения корня 6-й степени из комплексного числа  $z = \sqrt[6]{64}$ , Сравнить полученный результат с результатом выполнения команды  $x = z^{(1/n)}$ .

### **Тема 9. Программирование в системе Matlab**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Написать программу, считывающую из некоторого текстового файла заданное число строк и выводящую эти данные в командное окно. 2. Написать программу - сценарий, преобразующую массив чисел из десятичной системы счисления в двоичную (использовать функцию `dec2bin()`). 3. Написать программу - функцию, вычисляющую направляющие косинусы заданного трехмерного вектора.

### **Тема 10. Работа с матрицами**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Решить систему с помощью формул Крамера. 2. Решить систему нелинейных уравнений:  $2x - y^2 + z = 1$ ,  $y^2 - z^2 = 0$ ,  $x + 2y - 3z = 1$ , для решения применить метод последовательных приближений (итерационная процедура  $x_{k+1} = B \setminus A(x_k)$ ).

### **Тема 11. Численное дифференцирование и интегрирование**

контрольная точка , примерные вопросы:

Проверка выполненных заданий

### **Тема 12. Использование прикладных пакетов**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. С помощью функции `nchoosek(n,k)=Cnk` построить разложение бинома  $(x+y)^n$  для  $n=10$ . Ответ записать в символьном виде. 2. Даны два числовых массива  $x$  и  $y$ . Построить график интерполирующей функции  $y(x)$ , используя функции пакета `Spline Toolbox`.

### **Тема 13. Графика в системе Matlab**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Изобразить циферблат часов с движущимися стрелками. 2. Построить график поверхности  $z = 1 - x^2 - y^2$  при  $0 < x < 1$ ,  $0 < y < 1$  с использованием функций `shading interp`, `diffuse`, `colormap()` и вычислить объем, заключенный между указанной поверхностью и плоскостью  $z = 0$  ( $V = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n z(x_i, y_k) \Delta x_i \Delta y_k$ ).

### **Тема 14. Графический интерфейс пользователя**

домашнее задание , примерные вопросы:

Разработать GUI для просмотра нескольких графических окон. Указание: создать объект `RopurMenu`, перечислить несколько характерных примеров (график функции одной переменной, эффект `comet`, график поверхности и пр.). Для вывода графического окна создать объект типа `axes`. В программе воспользоваться оператором выбора `switch`.

### **Тема 15. Численные методы решения дифференциальных уравнений**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить краевую задачу:  $y'' - y = x$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ .

### **Тема 16. Решение задач теории упругости с помощью системы Matlab**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить задачу изгиба тонкой прямоугольной пластины при условии шарнирного опирания краев. При решении опираться решение с другими краевыми условиями. Сравнить значения максимального прогиба в центре пластины в первом и во втором случае. Изобразить изогнутую поверхность пластины средствами системы Matlab.

### **Тема 17. Задача устойчивости прямоугольной пластины под действием динамического сжатия**

контрольная работа , примерные вопросы:

Рассчитать на динамическую устойчивость прямоугольную пластину под действием всестороннего сжатия. Процесс потери устойчивости изобразить на экране дисплея, методом графического анализа определить момент потери устойчивости. Расчет и графический анализ производить в системе MATLAB с использованием изученных методов

## Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Предусмотрена сдача зачета.

### ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Классификация внешних сил
2. Внутренние усилия и моменты
3. Вывод уравнений равновесия
4. Дифференциальные уравнения равновесия (одномерная задача)
5. Зависимость деформации от нагрузки, закон Гука
6. Механические свойства материала, коэффициент Пуассона
7. Перемещения при осевой деформации стержня
8. Зависимость между компонентами тензора деформаций и составляющими перемещения. Уравнения Коши
9. Условия совместности деформаций
10. Основные уравнения теории упругости
11. Прямая и обратная задачи теории упругости, пути их решения
12. Примеры плоских задач теории упругости
13. Работа в режиме прямых вычислений
14. Программирование в системе Matlab, работа с файлами

### 7.1. Основная литература:

1. Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB: учебное пособие: [для студентов вузов, обучающихся по специальностям Математика, Информатика, Физика] / С. В. Поршнев. ?Издание 2-е, исправленное. ?Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2011. ?736 с.
2. Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB: учебное пособие: [для студентов вузов, обучающихся по специальностям Математика, Информатика, Физика] / С. В. Поршнев. ?Издание 2-е, исправленное. ?Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2011. ?736 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=650](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=650)
3. Варданян Г. С. Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности: Уч. / В.И.Андреев и др.; Под ред. Г.С.Варданяна, Н.М.Атарова. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2014. - 638 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=448729>
4. Волосухин В. А. Соппротивление материалов: Учебник / В.А. Волосухин, В.Б. Логвинов, С.И. Евтушенко. - 5-е изд. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 543 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=390023>
5. Балдин К. В. Математическое программирование [Электронный ресурс] : Учебник / К. В. Балдин, Н. А. Брызгалов, А. В. Рукосуев; Под общ. ред. д.э.н., проф. К. В. Балдина. - 2-е изд. - М.: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К-", 2013. - 220 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=415097>

## **7.2. Дополнительная литература:**

1. Бахтиева Л.У. Самостоятельные работы по специальному курсу 'Математические модели теории упругости' [Текст: электронный ресурс]: методическое пособие / Л. У. Бахтиева; Казан. федер. ун-т. ?Электронные данные (1 файл: 0,74 Мб). ?Б.м.: Б.и., Б.г.. ?Загл. с экрана. ?Режим доступа: открытый .? URL:[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09-IVMIT/09\\_64\\_2012\\_000089.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09-IVMIT/09_64_2012_000089.pdf)

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

Компьютерное моделирование - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=650](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=650)

Математические модели теории упругости - <http://znanium.com/bookread.php?book=390023>

Математическое программирование - <http://znanium.com/bookread.php?book=415097>

Самостоятельные работы - [http://libweb.ksu.ru/ebooks/09-IVMIT/09\\_64\\_2012\\_000089.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09-IVMIT/09_64_2012_000089.pdf)

Сопrotвление материалов - <http://znanium.com/bookread.php?book=448729>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Математические модели теории упругости" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

компьютерный класс

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Бахтиева Л.У. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Плещинский Н.Б. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.