МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

__________________ "___" ______________20___ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Математические основы теории вероятностей Б1.В.ДВ.19

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика
Профиль подготовки: Математическое моделирование
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Автор(ы):
Тихонов О.Е.
Рецензент(ы):
Володин И.Н.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" ___________ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:
Протокол заседания УМК No ____ от "____" ___________ 201__г

Регистрационный No 934017

Казань
2017

Содержание

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Тихонов О.Е. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Oleg.Tikhonov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоение дисциплины "Математические основы теории вероятностей" является овладение систематическим подходом к основаниям теории вероятностей, базирующимся на теории меры и интеграла Лебега.

Знания и навыки, полученные при освоении дисциплины "Математические основы теории вероятностей" используются при изучении специальных курсов по теории вероятностей и математической статистики, выполнении курсовых и дипломных работ, в научно-исследовательской деятельности.

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

1. формирование понимания значимости математической составляющей в естественно-научном образовании бакалавра;

2. ознакомление с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов в их взаимосвязи;

3. формирование навыков и умений использования современных математических моделей и методов.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.19 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5, 6 семестры.

Дисциплина 'Математические основы теории вероятностей' входит в вариативную часть подготовки бакалавра по направлению 'Прикладная математика'.

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов 'Математический анализ', 'Теория вероятностей и математическая статистика'.

Требования к входным знаниям и умениям студента - знание идей и методов математического и функционального анализа, общего курса теории вероятностей.

Знания и умения, формируемые в процессе изучения дисциплины 'Математические основы теории вероятностей' будут использоваться в дальнейшем при освоении всех дисциплин, базирующихся на теории вероятностей и математической статистике.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на ЭВМ, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Основные понятия современного подхода к теории вероятностей, основанного на теории меры и интеграла Лебега.

2. должен уметь:

Применять понятия теории меры и интеграла Лебега при исследовании вероятностных конструкций и моделей.

3. должен владеть:

современным математическим аппаратом теории вероятностей, основанном на теории меры и интеграла Лебега.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Применять полученные знания на практике при изучении конкретных вероятностных моделей.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины отсутствует в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Алгебра						

событий

	5	1-2	4	0	0	Письменное домашнее

задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Вероятности на булевой алгебре	5	3-4	4	0	0	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Булевы σ-алгебры и монотонные классы	5	5-7	5	0	0	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Вероятностное пространство	5	7-9	5	0	0	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Продолжение вероятности с булевой алгебры на порожденную σ-алгебру	5	10-12	6	0	0	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Продолжение аддитивных функций с булевых полуалгебр, компактные классы	5	13-15	6	0	0	Коллоквиум
7.	Тема 7. Измеримые отображения	5	16-18	6	0	0	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Действительные случайные величины	6	1-3	0	0	5	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Математическое ожидание	6	3-5	0	0	5	Коллоквиум
10.	Тема 10. Меры	6	6-8	0	0	5	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Условное математическое ожидание	6	9-11	0	0	6	Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Независимость	6	12-14	0	0	5	Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Вероятность на произведении двух измеримых пространств	6	14-16	0	0	5	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
14.	Тема 14. Вероятность на бесконечном произведении измеримых пространств	6	17-18	0	0	5	Коллоквиум
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Алгебра событий

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Абстрактная булева алгебра. Булева алгебра множеств. Некоторые понятия и факты теории множеств (законы дистрибутивности и де Моргана, монотонные последовательности множеств). Примеры булевых алгебр. Булева алгебра, порожденная классом множеств. Разбиения и порожденные ими булевы алгебры.

Тема 2. Вероятности на булевой алгебре

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Аддитивные и σ-аддитивные функции множеств. Определение и простейшие свойства вероятности. Непрерывность вероятности, связь с σ-аддитивностью, σ-полу- аддитивность.

Тема 3. Булевы σ-алгебры и монотонные классы

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Определение булевой σ-алгебры, примеры. Булева σ-алгебра, порожденная классом множеств. Монотонные классы множеств, связь с булевыми σ-алгебрами. Монотонный класс и булева σ-алгебра, порожденные булевой алгеброй. Пределы последовательностей множеств.

Тема 4. Вероятностное пространство

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Определение вероятностного пространства и некоторые свойства. Полные вероятностные пространства, пополнение.

Тема 5. Продолжение вероятности с булевой алгебры на порожденную σ-алгебру

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Конструкция продолжения вероятности с булевой алгебры на порожденную σ-алгебру. Теорема Каратеодори.

Тема 6. Продолжение аддитивных функций с булевых полуалгебр, компактные классы

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Булевы полуалгебры, продолжение аддитивных функций. Компактные классы. Признак σ-аддитивности. Вероятности на борелевской σ-алгебре числовой прямой и функции распределения.

Тема 7. Измеримые отображения

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Свойства прообразов. Индуцированное вероятностное пространство. Признак измеримости отображения.

Тема 8. Действительные случайные величины

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Борелевская σ-алгебра расширенной числовой прямой. Свойства действительных случайных величин. Индикаторы и ступенчатые случайные величины, действительные случайные величины как предел ступенчатых. Измеримость относительно σ-под- алгебры, порожденной случайной величиной.

Тема 9. Математическое ожидание

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Математическое ожидание ступенчатых случайных величин. Математическое ожидание положительных случайных величин. Свойства, выполняющиеся почти на-верное. Интегрируемые случайные величины. Квазиинтегрируемые случайные величины. Замена переменных. Свойства математического ожидания, связанные с предельным пере-ходом. Неопределенный интеграл.

Тема 10. Меры

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Определения, примеры и действия с мерами. Разложение Хана-Жордана.

Тема 11. Условное математическое ожидание

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Конструктивное определение условного математического ожидания относительно счетного измеримого разбиения. Дескриптивное определение. Свойства условного математического ожидания. Условное математическое ожидание относительно случайной величины. Условная вероятность. Регулярная условная вероятность.

Тема 12. Независимость

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Независимость классов событий. σ-аддитивные классы. Признак независимости σ-подалгебр. Независимость случайных величин. Независимость и математиче-ское ожидание. Независимость и условное математическое ожидание.

Тема 13. Вероятность на произведении двух измеримых пространств

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Произведение 2-х множеств, сечения множеств и функций. Произведение 2-х измеримых пространств. Переходная вероятность, связанная с ней вероятность на произведении. Интегрирование, теорема Фубини.

Тема 14. Вероятность на бесконечном произведении измеримых пространств

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Бесконечные произведения измеримых пространств. Цилиндрические множества и конечномерные распределения случайного процесса. Теорема Колмогорова о продолжении цилиндрических вероятностей.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Алгебра событий	5	1-2	подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Вероятности на булевой алгебре	5	3-4	подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Булевы σ-алгебры и монотонные классы	5	5-7	подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Вероятностное пространство	5	7-9	подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Продолжение вероятности с булевой алгебры на порожденную σ-алгебру	5	10-12	подготовка домашнего задания	3	письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Продолжение аддитивных функций с булевых полуалгебр, компактные классы	5	13-15	подготовка к коллоквиуму	3	коллоквиум
7.	Тема 7. Измеримые отображения	5	16-18	подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Действительные случайные величины	6	1-3	подготовка домашнего задания	5	письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Математическое ожидание	6	3-5	подготовка к коллоквиуму	5	коллоквиум
10.	Тема 10. Меры	6	6-8	подготовка домашнего задания	5	письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Условное математическое ожидание	6	9-11	подготовка домашнего задания	6	письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Независимость	6	12-14	подготовка домашнего задания	5	письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Вероятность на произведении двух измеримых пространств	6	14-16	подготовка домашнего задания	5	письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Вероятность на бесконечном произведении измеримых пространств	6	17-18	подготовка к коллоквиуму	5	коллоквиум
	Итого				54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствие с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;

- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Алгебра событий

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка выполнения аксиом алгебры для конкретных классов множеств. Построение порожденных алгебр.

Тема 2. Вероятности на булевой алгебре

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка аддитивности и σ-аддитивности для функция множеств.

Тема 3. Булевы σ-алгебры и монотонные классы

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка выполнения аксиом σ-алгебры для конкретных классов множеств. Построение порожденных σ-алгебр. Доказательство существования порожденного монотонного класса. Задача: Доказать, что σ-алгебра не может быть счетным множеством Задачи на пределы последовательностей множеств

Тема 4. Вероятностное пространство

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Показать, что в произвольном вероятностном пространстве образ σ-алгебры при отображении -- вероятности на ней -- есть замкнутое подмножество отрезка [0, 1].

Тема 5. Продолжение вероятности с булевой алгебры на порожденную σ-алгебру

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка существенности ряда условий, налагаемых в конструкции продолжения

Тема 6. Продолжение аддитивных функций с булевых полуалгебр, компактные классы

коллоквиум , примерные вопросы:

1. Булевы алгебры событий (множеств). Булева алгебра, порожденная классом подмножеств. 2. Вероятность на булевой алгебре: простейшие свойства. 3. Непрерывность вероятности, связь с сигма-аддитивностью, сигма-полуаддитивность. 4. Булевы сигма-алгебры и монотонные классы. Порожденные булевы сигма-алгебры и монотонные классы. 5. Булева сигма-алгебра и монотонный класс, порожденные булевой алгеброй. 6. Верхний и нижний пределы последовательности событий. 7. Вероятностные пространства. Свойства вероятности, связанные с пределами последовательности событий. 8. Нулевые множества. Полные вероятностные пространства. Пополнение вероятностного пространства.. 9. Продолжение П вероятности на класс пределов возрастающих последовательностей событий из булевой алгебры. 10. Свойства функции П. 11. Вероятностное пространство, связанное с П. 12. Теорема Каратеодори о продолжении вероятности. 13. Булевы полуалгебры. Описание булевой алгебры, порожденной булевой полуалгеброй. 14. Продолжение аддитивных и сигма-аддитивных функций на булевой полуалгебре. 15. Компактные классы. Лемма о компактных классах. 16. Признак сигма-аддитивности, связанный с компактным подклассом. 17. Борелевская сигма-алгебра на R. Функции распределения на R и вероятности на соответствующей борелевской сигма-алгебре.

Тема 7. Измеримые отображения

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Построение индуцированных вероятностных пространств.

Тема 8. Действительные случайные величины

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Строение случайных величин

Тема 9. Математическое ожидание

коллоквиум , примерные вопросы:

1. Прообразы, их свойства. Индуцированные булевы сигма-алгебры и вероятностные пространства. 2. Измеримые отображения. Признак измеримости. 3. Борелевская сигма-алгебра на расширенной числовой прямой. Действительные случайные величины, их свойства. 4. Индикаторы. Ступенчатые случайные величины. Действительные случайные величины как предел ступенчатых. Арифметические операции со случайными величинами. 5. Случайные величины, измеримые относительно сигма-алгебры, порожденной случайной величиной. 6. Математическое ожидание ступенчатых случайных величин. 7. Математическое ожидание положительных случайных величин. 8. Свойства, выполняющиеся почти наверное. 7. Интегрируемые и квазиинтегрируемые случайные величины. 8. Замена переменных. 9. Предельный переход в математическом ожидании для монотонных последовательностей квазиинтегрируемых случайных величин. 10. Верхние (нижние) пределы и математическое ожидание. 11. Лемма Фату, теорема Лебега и математическое ожидание суммы ряда. 12. Неопределенный интеграл, его свойства.

Тема 10. Меры

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на построение меры

Тема 11. Условное математическое ожидание

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Конструкция условного мат. ожидания в конкретных сучаях

Тема 12. Независимость

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка независимости

Тема 13. Вероятность на произведении двух измеримых пространств

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление вероятности на произведении

Тема 14. Вероятность на бесконечном произведении измеримых пространств

коллоквиум , примерные вопросы:

1. Переходные вероятности, частные случаи. 2. Вероятность на произведении измеримых пространств, связанная с переходной вероятностью. 3. Вероятность на измеримом пространстве, связанная с переходной вероятностью. 4. Произведение вероятностных пространств. 5. Интегрирование относительно вероятности на произведении измеримых пространств, связанной с переходной вероятностью. 6. Следствия: равенство нулю и конечность интеграла от положительной случайной величины; интегрирование относительно вероятности на измеримом пространстве, связанной с переходной вероятностью; теорема Фубини. 7. Понятие о вероятностях на бесконечных произведениях измеримых пространств.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену:

1. Меры, примеры мер, действия с мерами.

2. Теорема Хана о разложении меры.

3. Следствия из теоремы Хана.

4. Абсолютная непрерывность и сингулярность мер.

5. Леммы о единственности разложения меры на абсолютно непрерывную и сингулярную компоненты и представлении меры в виде неопределенного интеграла.

6. Теорема Лебега о разложении конечной меры в виде суммы абсолютно непрерывной и сингулярной компонент относительно вероятности.

7. Теорема Радона--Никодима для вероятностей.

8. Конструктивное определение условного математического ожидания относительно измеримого разбиения. Его свойства.

9. Дескриптивное определение условного математического ожидания относительно подалгебры: существование и единственность.

10. Свойства условного математического ожидания относительно подалгебры.

11 Условное математическое ожидание относительно случайной величины.

12. Условные вероятности. Регулярные условные вероятности.

13. Семейства независимых классов событий.

14. Сигма-аддитивные классы. Булева сигма-алгебра и сигма-аддитивный класс, порожденные классом, замкнутым относительно конечных пересечений.

15. Признак независимости.

16. Независимость случайных величин. Критерий независимости случайных величин. Независимость функций от независимых случайных величин.

17. Независимость и математическое ожидание.

18. Независимость и условное математическое ожидание.

19. Произведение двух множеств, сечения. Булева полуалгебра измеримых прямоугольников.

20. Произведение двух измеримых пространств. Измеримость сечений, прямоугольников.

21. Переходные вероятности, частные случаи.

22. Вероятность на произведении измеримых пространств, связанная с переходной вероятностью.

23. Вероятность на измеримом пространстве, связанная с переходной вероятностью. Произведение вероятностных пространств.

24. Интегрирование относительно вероятности на произведении измеримых пространств, связанной с переходной вероятностью.

25. Следствия: равенство нулю и конечность интеграла от положительной случайной величины; интегрирование относительно вероятности на измеримом пространстве, связанной с переходной вероятностью; теорема Фубини.

26. Понятие о вероятностях на бесконечных произведениях измеримых пространств.

7.1. Основная литература:

1. Математические основы вероятности [Текст: Электронный ресурс] : [учебное пособие] / Володин И. Н., Тихонов О. Е., Турилова Е. А. - Казань : Казанский федеральный университет, 2013. - URL: http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds005.pdf

2. Тихонов О.Е. Меры и условные математические ожидания. - Казань: Казан. ун-т, 2014. - 30 с. - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09-IVMIT/09_66_A5-000686.pdf

3. Володин И.Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Текст: электронный ресурс] : [учебник] для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 'Прикладная математика и информатика' и по направлению 510200 'Прикладная математика и информатика'. - Казань : Казанский федеральный университет, 2013. - URL: http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds006.pdf

7.2. Дополнительная литература:

1.Треногин В.А. Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу.- М.: Физматлит, 2005. - 240с.

ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2342

2. Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П. Сборник задач по функциональному анализу. - СПб.: Лань, 2012. - 192с.

ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3175

3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Физматлит, 2009. - 572с.

ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206

4. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска. - М.: Физматлит, 2011.- 620 с.

ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/view/book/2742/

5. Стоянов Й. Контрпримеры в теории вероятностей. - М.: МЦНМО, 2012. - 294 с.

ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/view/book/56414/

7.3. Интернет-ресурсы:

Вероятностное пространство ? Википедия - ru.wikipedia.org/wiki/Вероятностное_пространство

Математическое ожидание ? Википедия - ru.wikipedia.org/wiki/Математическое_ожидание

Независимость (теория вероятностей) ? Википедия - ru.wikipedia.org/wiki/Независимость_(теория_вероятностей)

Произведение мер ? Википедия - ru.wikipedia.org/wiki/Произведение_мер

Условное математическое ожидание ? Википедия - ru.wikipedia.org/wiki/Условное_математическое_ожидание

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математические основы теории вероятностей" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):
Тихонов О.Е. ____________________
"__" _________ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Володин И.Н. ____________________
"__" _________ 201 __ г.