

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Ряды Фурье Б1.В.ДВ.12

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Филиппов И.Е.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 952417

Казань
2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Филиппов И.Е. , Igor.Filippov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Цель курса - ознакомить студентов с методами решения различных задач математической физики при помощи специальных рядов, математическим обоснованием этих методов и основами компьютерной технологии при применении данной методики решения задач

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.12 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина по выбору Б2.ДВ.4 "Ряды и интегральные операторы Фурье" относится к общепрофессиональному циклу дисциплин, читается для студентов третьего курса (5 семестр), основывается на знаниях таких предметов, как математический анализ, алгебра, дифференциальные уравнения. Умения, полученные в рамках курса, необходимы при изучении некоторых других дисциплин данного профиля

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1	способность владеть культурой мышления, умение аргументированно и ясно строить устную и письменную речь
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы
ПК-14 (профессиональные компетенции)	способность владения методикой преподавания учебных дисциплин
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников
ОК-11	способность владения навыками работы с компьютером как средством управления информацией
ОК-14	способность использовать в научной и познавательной деятельности, а также в социальной сфере профессиональные навыки работы с информационными и компьютерными технологиями
ОК-9	способность осознать социальную значимость своей будущей профессии, обладать высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теоретические основы метода Фурье

2. должен уметь:

применять метод рядов Фурье для решения задач математической физики

3. должен владеть:

навыками обоснования данного метода для решения конкретных задач

4. должен демонстрировать способность и готовность:

умение использовать метод Фурье в сочетании с компьютерными технологиями

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье	7	1-3	0	0	6	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Ортогональные системы.	7	4-6	0	0	6	Контрольная работа
3.	Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.	7	7-8	0	0	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.	7	9-11	0	0	6	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.	7	12-13	0	0	4	Контрольная точка

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.	7	14-15	0	0	4	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Интегральные операторы Фурье	7	16-18	0	0	6	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Периодические функции. Гармоники. Тригонометрические многочлены и ряды. Интегрируемость. Функциональные ряды. Основная тригонометрическая система. Гладкие и кусочно-гладкие функции. Точки разрыва. Признак сходимости ряда Фурье. Комплексная форма ряда. Функции периода $2L$. Примеры и упражнения.

Тема 2. Ортогональные системы.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Определения. Нормированные системы. Ряды Фурье по данной ортогональной системе. Функции интегрируемые с квадратом. Неравенство Буняковского. Неравенство Бесселя. Полные системы. Сходимость в среднем. Критерий полноты системы и свойства полных систем.

Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Интегральная формула для частной суммы ряда Фурье. Достаточные условия для сходимости ряда Фурье в точке непрерывности и точке разрыва функции.

Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Приближение функций многочленами. Полнота тригонометрической системы. Формула Ляпунова. Арифметические действия с рядами Фурье. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье. Приближенное вычисление коэффициентов Фурье. Суммирование рядов Фурье различными способами. Примеры и упражнения.

Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Ряды Фурье по собственным функциям. Обобщенное решение. Ряды Фурье обобщенных функций. Неоднородная задача. Уравнение колеблющейся струны. Свободные колебания струны. Вынужденные колебания струны. Свободные и вынужденные колебания стержня. Уравнение распространения тепла в стержне. Распространение тепла в круглом цилиндре.

Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Некоторые задачи описываемые уравнениями с линейным отклонением аргумента. .
Периодические решения уравнений с линейным отклонением аргумента. Теоремы существования и единственности в различных классах периодических решений. Построение периодических решений в виде рядов Фурье для различных уравнений с линейным отклонением аргумента. Примеры и упражнения.

Тема 7. Интегральные операторы Фурье

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Интегральные операторы Фурье

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье	7	1-3	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Ортогональные системы.	7	4-6	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
3.	Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.	7	7-8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.	7	9-11	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.	7	12-13	подготовка к контрольной точке	4	контрольная точка
6.	Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.	7	14-15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Интегральные операторы Фурье	7	16-18	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные виды занятий в сочетании с внеаудиторной работой

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы и выполнение упражнений по темам: Периодические функции. Гармоники. Тригонометрические многочлены и ряды. Интегрируемость. Функциональные ряды. Основная тригонометрическая система. Гладкие и кусочно-гладкие функции. Точки разрыва. Признак сходимости ряда Фурье. Комплексная форма ряда. Функции периода $2L$.

Тема 2. Ортогональные системы.

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: Ортогональные системы. Нормированные системы. Ряды Фурье по данной ортогональной системе. Функции интегрируемые с квадратом. Неравенство Буняковского. Неравенство Бесселя. Полные системы. Сходимость в среднем. Критерий полноты системы и свойства полных систем.

Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы и выполнение упражнений по темам: Интегральная формула для частной суммы ряда Фурье. Достаточные условия для сходимости ряда Фурье в точке непрерывности и точке разрыва функции. Сходимость, абсолютная и равномерная сходимость ряда Фурье в различных классах функций. Разложение в ряд Фурье неограниченных функций.

Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы и выполнение упражнений по темам: Приближение функций многочленами. Полнота тригонометрической системы. Формула Ляпунова. Арифметические действия с рядами Фурье. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье. Приближенное вычисление коэффициентов Фурье. Суммирование рядов Фурье различными способами.

Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.

контрольная точка , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: Сущность метода. Постановка краевой задачи. Существование собственных значений, собственные функции и их ортогональность. Ряды Фурье по собственным функциям. Обобщенное решение. Ряды Фурье обобщенных функций. Неоднородная задача. Уравнение колеблющейся струны. Свободные колебания струны. Вынужденные колебания струны. Свободные и вынужденные колебания стержня. Уравнение распространения тепла в стержне. Распространение тепла в круглом цилиндре.

Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы и выполнение упражнений по темам: Некоторые задачи описываемые уравнениями с линейным отклонением аргумента. Теоремы существования решений функциональных, дифференциальных, интегральных уравнений с отклонением аргумента. Периодические решения уравнений с линейным отклонением аргумента. Теоремы существования и единственности в различных классах периодических решений. Теоремы существования и единственности. Решения уравнения Амбарцумяна в виде специальных рядов. Построение периодических решений в виде рядов Фурье для различных уравнений с линейным отклонением аргумента.

Тема 7. Интегральные операторы Фурье

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Задача Амбарцумяна о распространении света в межзвездном пространстве.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Предусмотрена сдача зачета, примерные билеты для зачета - Приложение 1:

Билет ♦1

1. Тригонометрические ряды Фурье. Периодические функции. Гармоники. Тригонометрические многочлены и ряды. Интегрируемость. Функциональные ряды. Основная тригонометрическая система.
2. Уравнение колеблющейся струны.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦2

1. Тригонометрические ряды Фурье. Гладкие и кусочно-гладкие функции. Точки разрыва. Признак сходимости ряда Фурье. Комплексная форма ряда. Функции периода $2L$. Примеры и упражнения
2. Свободные и вынужденные колебания стержня.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦3

1. Ортогональные системы. Определения. Нормированные системы. Ряды Фурье по данной ортогональной системе. Функции интегрируемые с квадратом. Неравенство Буняковского. Неравенство Бесселя.
2. Уравнение распространения тепла в стержне.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦4

1. Полные системы. Сходимость в среднем. Критерий полноты системы и свойства полных систем.
2. Распространение тепла в круглом цилиндре.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦5

1. Сходимость тригонометрических рядов Фурье. Интегральная формула для частной суммы ряда Фурье. Достаточные условия для сходимости ряда Фурье в точке непрерывности и точке разрыва функции. Сходимость, абсолютная и равномерная сходимость ряда Фурье в различных классах функций.
2. Распространение света в межзвездном пространстве.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦6

1. Сходимость, абсолютная и равномерная сходимость ряда Фурье в различных классах функций. Разложение в ряд Фурье неограниченных функций.
2. Уравнение колеблющейся струны.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦7

1. Полнота тригонометрической системы. Приближение функций многочленами. Формула Ляпунова.
2. Свободные и вынужденные колебания стержня.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦8

1. Операции с рядами Фурье.. Арифметические действия с рядами Фурье. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

2. Уравнение распространения тепла в стержне.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦9

1. Приближенное вычисление коэффициентов Фурье. Суммирование рядов Фурье различными способами.
2. Распространение тепла в круглом цилиндре.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦10

1. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики. Сущность метода. Постановка краевой задачи.
2. Распространение света в межзвездном пространстве.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦11

1. Метод собственных функций. Существование собственных значений, собственные функции и их ортогональность. Ряды Фурье по собственным функциям.
2. Уравнение колеблющейся струны.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦12

1. Метод собственных функций. Обобщенное решение. Ряды Фурье обобщенных функций. Неоднородная задача.
2. Свободные и вынужденные колебания стержня.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦13

1. Уравнения с отклонением аргумента. Некоторые задачи описываемые уравнениями с линейным отклонением аргумента.
2. Уравнение распространения тепла в стержне.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦14

1. Теоремы существования решений функциональных, дифференциальных, интегральных уравнений с отклонением аргумента.
2. Распространение тепла в круглом цилиндре.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦ 15

1. Периодические решения уравнений с линейным отклонением аргумента. Теоремы существования и единственности в различных классах периодических решений.
2. Распространение света в межзвездном пространстве.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦16

1. Задача Амбарцумяна о распространении света в межзвездном пространстве. Теоремы существования и единственности.

2. Уравнение колеблющейся струны.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦17

1. Решения уравнения Амбарцумяна в виде специальных рядов.
2. Свободные и вынужденные колебания стержня.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

7.1. Основная литература:

1. Сидоров А.М. Функциональный анализ.-Казань: Казанский университет, 2010. - 140 с.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М.: Физматлит, 2009. - 572 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206
3. Дюженкова, Л.И. Практикум по высшей математике : учебное пособие : в 2 ч. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.И. Дюженкова, О.Ю. Дюженкова, Г.А. Михалин. ? Электрон. дан. ? М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. ? 922 с. ? Режим доступа:
<http://e.lanbook.com/book/84122>

7.2. Дополнительная литература:

1. Луговая, Галина Дмитриевна. Функциональный анализ : Специальные курсы : учебное пособие / Г. Д. Луговая, А. Н. Шерстнев .? Москва : URSS : Издательство ЛКИ, 2008 .? 256 с.
2. Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .? Изд. 5-е .? Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .? .
http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf

7.3. Интернет-ресурсы:

- Ряды Фурье - http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/5979/ФУРЬЕ
- Конспект лекций по математическому анализу - http://old.kpfu.ru/infres/sherstnev/k_5New.pdf
- Практикум по высшей математике - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4403
- Теория функций вещественного переменного -
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284
- Элементы теории функций и функционального анализа -
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Ряды Фурье" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитория, оснащенная доской и мелом

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Филиппов И.Е. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. _____

"__" _____ 201__ г.