МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

_____ "___" _____20___ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Прикладной функциональный анализ Б1.В.ДВ.10

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика
Профиль подготовки: Математическое моделирование
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):

Мокейчев В.С.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 939817

Казань
2017

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Мокейчев В.С. Кафедра прикладной математики отделение прикладной математики и информатики , Valery.Mokeychev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины "Прикладной функциональный анализ" : изучение теории разрешимости уравнений в топологических

пространствах

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.10 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7 семестры.

Для освоения дисциплины используются знания и умения, сформированные в процессе изучения предметов "Математический анализ 1", "Математический анализ 2", "Алгебра и геометрия", "Функциональный анализ". Полученные в результате освоения данной дисциплины навыки математических доказательств используются в дальнейшем при освоении профессионального цикла дисциплин.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии;
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности;
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

разделы функционального анализа, которые традиционно используются при исследовании свойств дифференциальных уравнений с частными производными, при построении численных методов решения задач математической физики, и знакомство с которыми необходимо для математика-прикладника.

2. должен уметь:

самостоятельно работать над анализом и доказательствами

3. должен владеть:

навыками решения нелинейных уравнений с частными производными и численными методами решения уравнений математической физики

4. должен демонстрировать способность и готовность:

использовать на практике теорию и методы прикладного функционального анализа

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре; зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Топология и полнота	6	1-3	0	0	12	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Метод сжатых отображений	6	4-6	0	0	12	Письменная работа
3.	Тема 3. Базисы	6	7-9	0	0	12	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Множество ограниченных операторов	6	10-11	0	0	8	Письменная работа
5.	Тема 5. Теория Рисса - Шаудера	6	12-13	0	0	8	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Теория линейных уравнений	6	14-15	0	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Обобщенные функции	6	16-17	0	0	8	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Гильбертово пространство	6	18	0	0	4	Контрольная работа Письменное домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	72	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Топология и полнота

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Линейность, топология и полнота конкретных пространств Конкретные метрические, банаховы и гильбертовы пространства

Тема 2. Метод сжатых отображений

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Приложения метода сжатых отображений: к бесконечным системам уравнений, к простейшим интегральным уравнениям

Тема 3. Базисы

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Конкретные сепарабельные пространства Ортогонализация Гильберта ? Шмидта Приложение равенства Парсеваля к вычислению суммы рядов

Тема 4. Множество ограниченных операторов

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Эквивалентность ограниченности и непрерывности для линейных операторов Пространство линейных ограниченных операторов Теорема о замкнутом графике

Тема 5. Теория Рисса - Шаудера

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Предкомпактность и ограниченность Эквивалентные определения предкомпактности Теорема Арцела Предкомпактность в конкретных пространствах Теорема Браудера о существовании неподвижной точки Разбиение единицы Представление вполне непрерывных операторов через конечномерные Теория Рисса- Шаудера и ее применение к нелинейным уравнениям

Тема 6. Теория линейных уравнений

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Сопряженные пространства. Примеры Самосопряженные пространства Теоремы Хана-Банаха о продолжении функционалов Сопряженный оператор Спектр, характеристики спектра самосопряженного оператора Основная спектральная теорема для самосопряженных вполне непрерывных операторов

Тема 7. Обобщенные функции

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Обобщенные функции (по Шварцу) Пространство быстро убывающих функций

Тема 8. Гильбертово пространство

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Топология и полнота	6	1-3	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
2.	Тема 2. Метод сжатых отображений	6	4-6	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	6	письменная работа
3.	Тема 3. Базисы	6	7-9	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
4.	Тема 4. Множество ограниченных операторов	6	10-11	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	4	письменная работа
5.	Тема 5. Теория Рисса - Шаудера	6	12-13	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
6.	Тема 6. Теория линейных уравнений	6	14-15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
7.	Тема 7. Обобщенные функции	6	16-17	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
8.	Тема 8. Гильбертово пространство	6	18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
	Итого				72	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы занятий в сочетании с внеаудиторной работой

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Топология и полнота

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по темам: 1. Линейность, топология и полнота конкретных пространств 2. Метрические, банаховы и гильбертовы пространства

Тема 2. Метод сжатых отображений

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме: Приложение метода сжатых отображений к бесконечным системам уравнений

письменная работа , примерные вопросы:

Подготовка письменного отчета по теме: Приложение метода сжатых отображений к простейшим интегральным уравнениям

Тема 3. Базисы

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме: Сепарабельные пространства Ортогонализация Гильберта ? Шмидта. Приложение равенства Парсеваля к вычислению суммы рядов

Тема 4. Множество ограниченных операторов

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме: Эквивалентность ограниченности и непрерывности для линейных операторов Пространство линейных ограниченных операторов

письменная работа , примерные вопросы:

Подготовка письменного отчета по теме: Теорема о замкнутом графике

Тема 5. Теория Рисса - Шаудера

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по темам: Предкомпактность и ограниченность. Эквивалентные определения предкомпактности Теорема Арцела. Предкомпактность в конкретных пространствах. Теорема Браудера о существовании неподвижной точки. Разбиение единицы. Представление вполне непрерывных операторов через конечномерные. Теория Рисса- Шаудера и ее применение к нелинейным уравнениям

Тема 6. Теория линейных уравнений

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по темам: Сопряженные пространства. Теоремы Хана-Банаха о продолжении функционалов. Сопряженный оператор. Спектр, характеристики спектра самосопряженного оператора.

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Основная спектральная теорема для самосопряженных вполне непрерывных операторов

Тема 7. Обобщенные функции

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по темам: 1. Обобщенные функции (по Шварцу) 2. Пространство быстро убывающих функций

Тема 8. Гильбертово пространство

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме: ортогональное разложение гильбертова пространства; ортогональные системы и ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Решение задач: построение общих видов линейных ограниченных функционалов в банаховых пространствах последовательностей и функций.

контрольная работа , примерные вопросы:

Примеры вопросов: 1.Доказать, что линеал непрерывно дифференцируемых функций не является подпространством пространства непрерывных функций. 2.Доказать, что скалярное произведение непрерывно относительно сходимости по норме. 3.Доказать, что в конечномерном пространстве все нормы эквивалентны. 4.Построить скалярное произведение в нормированном пространстве, норма которого удовлетворяет равенству параллелограмма. 5.Привести примеры ортогональных систем в гильбертовом пространстве Лебега на отрезке.

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Полный перечень вопросов к зачету - в Приложении 1.

Примерные вопросы на зачет:

1. Метрическое пространство.
2. Эквивалентное определение предкомпактности.
3. Банахово пространство.
4. Теорема Арцела (док-во необходимости).
5. Гильбертовы пространства.
6. Теорема Арцела (док-во достаточности).
7. Неравенство Коши- Буняковского.
8. Компактность в пространстве суммируемых функций (док-во необходимости).
9. Метод сжатых отображений.
10. Компактность множества, определяемого интегрированием.
11. Бесконечные системы уравнений, решаемые методом сжатых отображений.
12. Конечномерный оператор, условие его компактности.
13. Интегральные уравнения, решаемые методом сжатых отображений.
14. Равномерный предел компактных операторов.
15. Ортогонализация по Гильберту-Шмидта.
16. Существование конечномерных операторов, равномерно сходящихся к заданному.
17. Существование в гильбертовом пространстве ортонормированного базиса.
18. Теорема Рисса-Шаудера для конечномерных операторов.
19. квивалентность ограниченности и непрерывности для линейных операторов.
20. Теорема Рисса-Шаудера (общий случай).
21. Банахово пространство линейных непрерывных операторов.
22. Сопряженное пространство, его полнота в слабой топологии.
23. Метрические пространства.
24. Сопряженное пространство, его полнота в сильной топологии.
25. Сопряженное пространство к C.
26. Банаховы пространства.
27. Сопряженное пространство к L.

28. Гильбертовы пространства.
29. Обобщенные (по Шварцу) функции и операции над ними.
30. Равномерный предел компактных операторов.
31. Самосопряженность гильбертовых пространств.
34. Компактность конечномерного оператора.
35. Теорема Хана-Банаха о продолжении функционалов.
36. Применение метода сжатых отображений к интегральным уравнениям.
37. Следствия теоремы Хана-Банаха.
38. Применение теоремы Рисса-Шаудера к бесконечным системам уравнений.
39. Сопряженный оператор, условие его существования.
40. Применение теоремы Рисса-Шаудера к интегральным уравнениям.
41. Теорема о границах спектра самосопряженного оператора.
42. Применение равенства Парсеваля к вычислению сумм конкретных рядов
43. Теорема о существовании хотя бы одного собственного значения самосопряженного вполне непрерывного оператора.
44. Неравенство Коши-Буняковского.
45. Нормальная разрешимость операторов с замкнутыми областями значений.
46. Банаховость множества всех линейных непрерывных операторов.

7.1. Основная литература:

1. Сидоров А. М. Функциональный анализ: [учебное пособие] / А. М. Сидоров.?Казань: Казанский университет, 2010.?139 с.

2. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с. http://znanium.com/go.php?id=377270

3. Краткий курс функционального анализа: Учебное пособие. / Люстерник Л.А., Краткий курс функционального анализа Соболев В.И. 2-е изд., стер. - Спбю: Издательство "Лань", 2009. - 272 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245

4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Физматлит, 2009. - 572с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206

5. Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П. Сборник задач по функциональному анализу. - СПб.: Лань, 2012. - 192с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3175

7.2. Дополнительная литература:

1. Треногин В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учеб. пособие для студентов ун-тов, обучающихся по спец. 'Математика' и 'Прикладная математика' / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева.?2-е изд., испр. и доп..?Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005.?239 с.

2. Козлов В. Ф. Курс общей физики в задачах [Электронный ресурс] / В. Ф. Козлов и др. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 264 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2214

7.3. Интернет-ресурсы:

Википедия - http://ru.wikipedia.org

Портал математических интернет-ресурсов - http://www.math.ru/

Портал математических интернет-ресурсов - http://www.exponenta.ru

Портал математических интернет-ресурсов - http://www.allmath.com/

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - http://algolist.manual.ru/

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Прикладной функциональный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):
Мокейчев В.С. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Бахтиева Л.У. _____
"__" _____ 201 __ г.