

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

### Программа дисциплины

Прикладные задачи теории вероятностей Б1.В.ДВ.4

Направление подготовки: 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль подготовки: Системный анализ и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Халиуллин С.Г.

**Рецензент(ы):**

Ишмухаметов Ш.Т.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 926217

Казань

2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. кафедры математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Samig.Haliullin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины является систематическое изучение методов теории вероятностей и математической статистики, которые используются в качестве математических моделей широкого круга процессов физики, техники, экономики и других разделов естествознания. Особое внимание уделяется вероятностным моделям реальных явлений и статистическим методам идентификации этих моделей.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.4 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 3 курсе в 5 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математический анализ 1", "Математический анализ 2", "Дифференциальные и разностные уравнения".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способностью разрабатывать, оценивать и реализовывать процессы жизненного цикла информационных систем, программного обеспечения, сервисов информационных технологий, а также реализовывать методы и механизмы оценки и анализа функционирования средств и информационных технологий; разрабатывать проектную и программную документацию, удовлетворяющую нормативным требованиям

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные принципы построения вероятностных моделей и методов принятия статистических решений

2. должен уметь:

- ориентироваться в классических и современных методах доказательства предельных теорем теории вероятностей и выводе распределения статистик - функций отклонение выборочных данных

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями, связанными с основными законами теории вероятностей и теории статистического вывода

- навыками построения вероятностных моделей реальных явлений и навыки обработки статистических данных

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Случайные процессы. Определение случайной функции.	5		4	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Проблема статистического вывода Предмет математической статистики.	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Выборочные характеристики.	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Оценка параметров.	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Доверительные интервалы	5		4	0	2	Контрольная работа
7.	Тема 7. Статистическая проверка гипотез (критерии значимости)	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Равномерно наиболее мощные критерии	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Проверка модельных предположений. Критерии согласия	5		4	0	2	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	18	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Случайные процессы. Определение случайной функции.

###### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Случайные процессы Определение случайной функции. Задание распределения на пространстве траекторий случайного процесса. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс

###### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

##### Тема 2. Проблема статистического вывода Предмет математической статистики.

###### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Проблема статистического вывода Предмет математической статистики. Основные этапы статистического исследования с иллюстрациями на примерах. Строгое определение случайной выборки, выборочного пространства, статистической структуры и статистики. Распределение выборки

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

**Тема 3. Выборочные характеристики.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Выборочные характеристики. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения и ее распределение. Выборочные моменты, выборочные квантили. Гистограмма. Асимптотическое распределение выборочных моментов. Вычисление среднего значения выборочной дисперсии

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

**Тема 4. Оценка параметров.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Оценка параметров. Метод моментов Постановка задачи оценки параметра; основная задача теории оценивания. Состоятельность оценок и их несмещенность. Метод моментов. Примеры с оценкой параметров биномиального и гамма распределений. Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок по методу моментов.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

**Тема 5. Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия Эвристическое оправдание метода принятия решения на основе максимального правдоподобия с примером по оценке параметров нормального распределения. Определение функции правдоподобия; уравнение правдоподобия.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

**Тема 6. Доверительные интервалы**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Доверительные интервалы Полезность интервальной оценки в связи с требованиями точности и надежности. Определение доверительной области, доверительного уровня, доверительного коэффициента и доверительного интервала. Асимптотические доверительные интервалы для параметров биномиального и пуассоновского распределений.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

**Тема 7. Статистическая проверка гипотез (критерии значимости)**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Статистическая проверка гипотез (критерии значимости) Понятие гипотезы (простой и сложной). Общий принцип построения критериев заданного уровня на основе оценки тестируемого параметра. Двойственность задач доверительного оценивания и проверки гипотез.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

**Тема 8. Равномерно наиболее мощные критерии**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Равномерно наиболее мощные критерии Наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы при простой альтернативе (критерий отношения правдоподобия, лемма Неймана-Пирсона). Использование леммы Неймана-Пирсона при построении равномерно наиболее мощных критериев на примере проверки надежности объектов при показательном распределении долговечности. Равномерно наиболее точные доверительные границы.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

**Тема 9. Проверка модельных предположений. Критерии согласия**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Проверка модельных предположений. Критерии согласия Критерий согласия хи-квадрат для проверки простой гипотезы. Критерий согласия хи-квадрат при неизвестных значениях параметров. Критерий независимости хи-квадрат (таблицы сопряженности признаков). Критерий однородности хи-квадрат.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Случайные процессы. Определение случайной функции.	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Проблема статистического вывода Предмет математической статистики.	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Выборочные характеристики.	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
4.	Тема 4. Оценка параметров.	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
6.	Тема 6. Доверительные интервалы	5		подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
7.	Тема 7. Статистическая проверка гипотез (критерии значимости)	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
8.	Тема 8. Равномерно наиболее мощные критерии	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Проверка модельных предположений. Критерии согласия	5		подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
	Итого				54	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает теоретическим материалом и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Прикладные задачи теории вероятностей". Получение практических навыков происходит за счет решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Случайные процессы. Определение случайной функции.

домашнее задание , примерные вопросы:

Сформулировать постулаты процесса Пуассона и броуновского движения. Какой процесс называется гауссовским?

### Тема 2. Проблема статистического вывода Предмет математической статистики.

домашнее задание , примерные вопросы:

Дать определение выборки. В чем различие между выборкой и выборочными данными, статистикой и результатом её применения. Что такое вероятностная модель эксперимента?

### Тема 3. Выборочные характеристики.

домашнее задание , примерные вопросы:

Дать интуитивную интерпретацию понятию достаточной статистики. Провести первичную статистическую обработку данных курсового проекта.

### Тема 4. Оценка параметров.

домашнее задание , примерные вопросы:

Дать понятия оценки и оценочной функции.

### Тема 5. Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия

домашнее задание , примерные вопросы:

Привести эвристические доводы в пользу методов моментов и максимального правдоподобия оценки параметров.

### Тема 6. Доверительные интервалы

контрольная работа , примерные вопросы:



Как определяются доверительные границы для параметров модели. Что такое опорная функция?

### **Тема 7. Статистическая проверка гипотез (критерии значимости)**

домашнее задание , примерные вопросы:

Сформулировать задачу проверки гипотез по результатам статистических измерений. Дать определения вероятностей ошибок первого и второго рода, мощности критерия.

### **Тема 8. Равномерно наиболее мощные критерии**

домашнее задание , примерные вопросы:

Сформулировать утверждение леммы Неймана-Пирсона. Какая вероятностная модель имеет монотонное отношение правдоподобия?

### **Тема 9. Проверка модельных предположений. Критерии согласия**

контрольная работа , примерные вопросы:

Описать способ проверки модельных предположений с помощью критериев Хи-квадрат и Колмогорова. Обосновать применимость критерия типа Хи-квадрат для проверки гипотезы независимости признаков.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену

Билет 1

1. Неравенство Рао-Крамера.
2. Оценка параметра показательного распределения методом моментов.

Билет 2

1. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия.
2. Оценка параметра сдвига показательного распределения.

Билет 3

1. Несмещённая и состоятельная оценка дисперсии.
2. Оценка параметра показательного распределения методом максимального правдоподобия.

Билет 4

1. Несмещённая и состоятельная оценка математического ожидания.
2. Оценка параметра распределения Бернулли методом моментов.

Билет 5

1. Общие понятия о проверке статистических гипотез.
2. Оценка параметра распределения Бернулли методом максимального правдоподобия.

Билет 6

1. Проверка гипотезы о виде распределения. Критерий согласия  $\chi^2$ -квадрат.
2. Проверить несмещённость оценки среднего -- выборочного среднего.

Билет 7

1. Оценка параметра  $\theta$  равномерного распределения на отрезке  $[0, \theta]$ .
2. Найти энтропию распределения Бернулли.

Билет 8

1. Метод максимального правдоподобия. Примеры.
2. Проверить несмещённость оценки дисперсии -- выборочной дисперсии.

Билет 9

1. Задача линейной регрессии. Метод наименьших квадратов.
2. Оценка параметров нормального распределения методом моментов.

#### Билет 10

1. Одновыборочный критерий Стьюдента.
2. Оценка параметров нормального распределения методом максимального правдоподобия.

#### Билет 11

1. Выборочная (эмпирическая) функция распределения и её связь с истинной функцией распределения.
2. Методом моментов оценить параметр  $\theta$  равномерного распределения на отрезке  $[0, 2\theta]$ ,  $\theta > 0$ .

#### Билет 12

1. Критическая область. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия.
2. Методом моментов оценить параметр  $\theta$  равномерного распределения на отрезке  $[-\theta, \theta]$ ,  $\theta > 0$ .

#### Билет 13

1. Теорема Неймана-Пирсона.
2. Методом моментов оценить параметр  $\theta$  равномерного распределения на отрезке  $[0, \theta]$ ,  $\theta > 0$ .

#### Билет 14

1. Двухвыборочный критерий Стьюдента.
2. Методом моментов оценить параметр  $\theta$  равномерного распределения на отрезке  $[\theta - 1, \theta + 1]$ ,  $\theta > 0$ .

#### Билет 15

1. Оценка (интервальная) дисперсии при известном и неизвестном среднем для выборки из нормального распределения.
2. Методом моментов найти оценку параметра  $p$  биномиального распределения  $B_i(n, p)$ , если параметр  $n$  известен.

#### Билет 16

1. Оценка (интервальная) среднего при известной и неизвестной дисперсии для выборки из нормального распределения.
2. Методом моментов найти оценку параметра  $n$  биномиального распределения  $B_i(n, p)$ , если параметр  $p$  известен.

#### Билет 17

1. Критерии значимости, уровень значимости для проверки статистических гипотез.
2. Методом моментов найти оценку параметров биномиального распределения  $B_i(n, p)$ .

#### Билет 18

1. Теорема Фишера.
2. Методом моментов найти оценку параметра  $\lambda$  распределения Пуассона.

#### Билет 19

1. Распределение хи-квадрат.
2. Методом моментов найти оценку параметра  $p$  геометрического распределения.

#### Билет 20

1. Распределение Фишера.
2. Методом моментов найти оценку параметров биномиального распределения  $B_i(n, p)$ .

#### Билет 21

1. Распределение Стьюдента.
2. Методом моментов найти оценку параметра  $p$  биномиального распределения  $B_i(n, p)$ , если параметр  $n$  известен.

## Билет 22

1. Метод максимального правдоподобия. Оценка среднего и дисперсии нормального распределения по этому методу.
2. Методом моментов оценить параметр  $\theta$  равномерного распределения на отрезке  $[\theta, \theta]$ ,  $\theta > 0$ .

### 7.1. Основная литература:

1. Володин, Игорь Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1937-) . Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Текст: электронный ресурс] : [учебник] для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" / И. Н. Володин ; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики .? Электронные данные (1 файл: 1,5 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2013). - Режим доступа: открытый.  
<URL:[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds006.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds006.pdf)>.
2. Симушкин, Сергей Владимирович (канд. физ.-мат. наук ; 1956-) . Задачи по теории вероятностей [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие / С. В. Симушкин, Л. Н. Пушкин .? Электронные данные (1 файл: 1,48 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .  
<URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-787673.pdf>>.
- 3 .Ширяев А. Н. Вероятность - 1. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев.?Москва: МЦНМО, 2007. - 552 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9448](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9448)
4. Ширяев А. Н. Вероятность - 2. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. - Москва: МЦНМО, 2007. - 416 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9449](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9449)
5. Ширяев А.Н. Задачи по теории вероятностей: учебное пособие. - М.: МЦНМО, 2006. - 416 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9447/>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)
2. Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3810](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810)
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)
4. Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. Вероятность в теоремах и задачах (с доказательствами и решениями). Книга 1. - М.: МЦНМО, 2013. - 648 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56417/>
5. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. - М.:Физматлит, 2005. - 400 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/59319/>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Википедия - <http://ru.wikipedia.org>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Портал образовательных ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>  
Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.exponenta.ru/>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Прикладные задачи теории вероятностей" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" и профилю подготовки Системный анализ и информационные технологии .

Автор(ы):

Халиуллин С.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Ишмухаметов Ш.Т. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.