

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Комплексный анализ Б1.Б.8

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Турилова Е.А.

**Рецензент(ы):**

Володин И.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 931517

Казань  
2017

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, к.н. (доцент) Турилова Е.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Ekaterina.Turilova@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины 'Комплексный анализ' являются изучение методов, задач и теорем теории функций комплексного переменного, их применение к решению задач прикладной математики и информатики.

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.8 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина 'Комплексный анализ' изучается в весеннем семестре второго года обучения. Данная дисциплина является логическим продолжением ряда курсов, изученных студентами по программе бакалавриата направления 'Прикладная математика и информатика', включая 'Математический анализ' и 'Линейная алгебра'.

В результате освоения дисциплины 'Комплексный анализ' студенты смогут применить полученные теоретические и практические знания при изучении отдельных курсов, связанных с постановкой и решением математических и прикладных задач, при написании курсовых и дипломной работ и выполнении дальнейших практической и научно-исследовательской работы.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                        | Расшифровка приобретаемой компетенции                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1<br>(профессиональные компетенции) | способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой                                 |
| ПК-2<br>(профессиональные компетенции)  | способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат                                                                                                                              |
| ПК-9<br>(профессиональные компетенции)  | способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- теоретические основы функций комплексного переменного;
- основные методы комплексного анализа;

2. должен уметь:

- понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач комплексного анализа;

- применять методы комплексного интегрирования и дифференцирования;

3. должен владеть:

- умениями и навыками решения задач теории функций комплексного переменного;
- умением применять теоретические аспекты теории функций комплексного переменного для решения математических, экономических и других прикладных задач;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания и навыки в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля                                  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля                         |
|----|------------------------------------------------------------------|---------|--------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------------------------------------|
|    |                                                                  |         |                    | Лекции                                                            | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                                                   |
| 1. | Тема 1. Комплексные числа и действия над ними                    | 4       | 1-2                | 2                                                                 | 0                       | 2                      | Письменное домашнее задание                       |
| 2. | Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел                   | 4       | 3-5                | 2                                                                 | 0                       | 2                      | Письменное домашнее задание                       |
| 3. | Тема 3. Элементарные функции и отображения                       | 4       | 6-7                | 2                                                                 | 0                       | 2                      | Письменное домашнее задание                       |
| 4. | Тема 4. Интегральное исчисление функций комплексного переменного | 4       | 8-11               | 4                                                                 | 0                       | 4                      | Контрольная работа<br>Письменное домашнее задание |
| 5. | Тема 5. Представление аналитической функции рядами               | 4       | 12-15              | 4                                                                 | 0                       | 4                      | Письменное домашнее задание                       |

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля                                  |
|----|-----------------------------------|---------|--------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------------------------------------------|
|    |                                   |         |                    | Лекции                                                            | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                                                            |
| 6. | Тема 6. Особые точки              | 4       | 16-18              | 4                                                                 | 0                       | 4                      | Письменное<br>домашнее<br>задание<br>Контрольная<br>работа |
|    | Тема . Итоговая<br>форма контроля | 4       |                    | 0                                                                 | 0                       | 0                      | Зачет                                                      |
|    | Итого                             |         |                    | 18                                                                | 0                       | 18                     |                                                            |

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Комплексные числа и действия над ними

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Различные подходы к определению комплексных чисел, арифметические операции над комплексными числами

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

алгебраическая форма записи комплексных комплексных чисел, модуль, аргумент, тригонометрическая и показательная формы, арифметические операции над комплексными числами, корень из комплексного числа.

### Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Комплексные последовательности, предел и непрерывность функций на множестве комплексных чисел, два вида дифференцируемости, условия Коши-Римана

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

предел, непрерывность и дифференцируемость функций КП, проверка условий Коши-Римана, восстановление аналитической функции.

### Тема 3. Элементарные функции и отображения

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Элементарные функции: степенная, корень, показательная, логарифмическая, тригонометрические. Определения и свойства.

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Вычисление значений элементарных функций, отображения, осуществляемые функциями.

### Тема 4. Интегральное исчисление функций комплексного переменного

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Интеграл от функции комплексного переменного: определения, свойства. Теорема Коши для многосвязной и односвязной области. Аналитичность функции  $F(z)$ . Общий вид первообразной. Интегральная формула Коши. Принцип максимума модуля, лемма Шварца. Производные высших порядков. Неравенства Коши. Теоремы Мореры и Лиувилля.

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Интегральное исчисление функций комплексного переменного Вычисление интегралов от функций КП, первообразная, вычисление интегралов с использованием интегральной формулы Коши. Контрольная работа.

### Тема 5. Представление аналитической функции рядами

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Представление аналитической функции в круге рядом Тейлора. Теорема Вейерштрасса. Теорема единственности аналитической функции. Нули аналитической функции и их свойства. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Основные разложения. Нахождение порядка нулей аналитических функций с помощью разложения в ряд. Разложение функций в ряд Лорана.

**Тема 6. Особые точки**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Виды особых точек и их характеристика. Теорема Сохоцкого. Вычеты. Связь вычетов с коэффициентами ряда Лорана. Теорема Коши о вычетах и ее приложения.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Особые точки. Определение характера особых точек. Вычисление вычетов. Применение вычетов к вычислению интегралов: комплексный и действительный случаи. Контрольная работа

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| N  | Раздел<br>Дисциплины                                                      | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|----|---------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------|------------------------------------------------|---------------------------|---------------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Комплексные<br>числа и действия над<br>ними                       | 4       | 1-2                | подготовка<br>домашнего<br>задания             | 4                         | письменное<br>домашнее<br>задание           |
| 2. | Тема 2. Функции на<br>множестве<br>комплексных чисел                      | 4       | 3-5                | подготовка<br>домашнего<br>задания             | 6                         | письменное<br>домашнее<br>задание           |
| 3. | Тема 3. Элементарные<br>функции и<br>отображения                          | 4       | 6-7                | подготовка<br>домашнего<br>задания             | 6                         | письменное<br>домашнее<br>задание           |
| 4. | Тема 4. Интегральное<br>исчисление функций<br>комплексного<br>переменного | 4       | 8-11               | подготовка<br>домашнего<br>задания             | 5                         | письменное<br>домашнее<br>задание           |
|    |                                                                           |         |                    | подготовка к<br>контрольной<br>работе          | 2                         | контрольная<br>работа                       |
| 5. | Тема 5.<br>Представление<br>аналитической<br>функции рядами               | 4       | 12-15              | подготовка<br>домашнего<br>задания             | 7                         | письменное<br>домашнее<br>задание           |
| 6. | Тема 6. Особые точки                                                      | 4       | 16-18              | подготовка<br>домашнего<br>задания             | 2                         | письменное<br>домашнее<br>задание           |
|    |                                                                           |         |                    | подготовка к<br>контрольной<br>работе          | 4                         | контрольная<br>работа                       |
|    | Итого                                                                     |         |                    |                                                | 36                        |                                             |

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

В соответствии с требованиями ФГОС удельный вес занятий, проводимых в активных и интерактивных формах, составляет не менее 40% аудиторных занятий. Так, в процессе изучения дисциплины "Комплексный Анализ" 100% практических и до 50% лекционных занятий проходят в форме эвристической беседы, призванной не только сформировать у студентов соответствующие знания, умения и навыки, а также привить культуру научной беседы-спора.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Комплексные числа и действия над ними**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа, представить комплексное число в тригонометрической форме, решить уравнение над полем комплексных чисел, возвести комплексное число в степень, найти корень из комплексного числа.

### **Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

выделить действительную и мнимую части функции, найти предел функции КП, найти производную в комплексном смысле, проверить на аналитичность, используя условия Коши-Римана, восстановить аналитическую функцию по известной действительной или мнимой части

### **Тема 3. Элементарные функции и отображения**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

вычислить значение показательной, тригонометрических, логарифмической функций в конкретных точках, определить область, в которую данная область с помощью заданного конформного отображения.

### **Тема 4. Интегральное исчисление функций комплексного переменного**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Извлечь корень из комплексного числа, представив его предварительно в тригонометрической форме 2. Вычислить значение заданной тригонометрической функции в конкретной точке 3. Восстановить аналитическую функцию по известной действительной части 4. Вычислить интеграл по опеределению 5. Вычислить интеграл, используя формулу Коши-Римана

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

вычислить интеграл, сведя его к двум криволинейным действительным интегралам, вычислить интеграл, используя понятие первообразной, вычислить интеграл, используя интегральную формулу Коши для самой функции и для производных

### **Тема 5. Представление аналитической функции рядами**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

разложить аналитическую в кольце функцию в ряд Лорана, разложить функцию в ряд Тейлора

### **Тема 6. Особые точки**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Разложить функцию в ряд Тейлора 2. Разложить функцию в ряд Лорана 3. Определить порядок нуля аналитической функции 4. Определить характер особой точки

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

определить порядок нуля аналитической функции, определить тип особой точки через разложение в ряд, найти вычет

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

## Примерные вопросы к зачету

Определение комплексных чисел и действия с ними. Комплексные последовательности. Функции на множестве комплексных чисел. Кривые и области. Два вида дифференцируемости, условия Коши-Римана. Элементарные функции: степенная, корень  $n$ -ой степени, показательная, логарифмическая, тригонометрические. Интеграл от функции комплексного переменного: определения, свойства. Теорема Коши (для односвязной и многосвязной областей). Аналитичность функции  $F(z)$ . Общий вид первообразной. Интегральная формула Коши. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Производные высших порядков. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры. Представление аналитической в круге функции рядом Тейлора. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды. Теорема единственности аналитической функции. Нули аналитической функции и их свойства. Область сходимости билотерного ряда. Разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана. Виды особых точек и их характеристики. Теорема Сохоцкого. Вычет относительно изолированной особой точки, правила вычисления вычетов, логарифмический вычет, приложение теории вычетов.

### 7.1. Основная литература:

1. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной. [Электронный ресурс] / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2010. ? 336 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/48167> ? Загл. с экрана.
2. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. [Электронный ресурс] ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2009. ? 432 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/322> ? Загл. с экрана.
3. Шабунин, М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. [Электронный ресурс] / М.И. Шабунин, Е.С. Половинкин, М.И. Карлов. ? Электрон. дан. ? М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. ? 365 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/70732> ? Загл. с экрана.
4. Турилова Е.А. Элементы теории функций комплексного переменного. - Казань, 2009. - URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09-IVMIT/09\\_66\\_2009\\_000115.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09-IVMIT/09_66_2009_000115.pdf)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Карасев, И.П. Теория функций комплексного переменного. [Электронный ресурс] ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2008. ? 216 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2190> ? Загл. с экрана.
2. Волковыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. [Электронный ресурс] / Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2006. ? 312 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2763> ? Загл. с экрана.
3. Шабунин, М.И. Теория функций комплексного переменного. [Электронный ресурс] / М.И. Шабунин, Ю.В. Сидоров. ? Электрон. дан. ? М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2016. ? 303 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/84089> ? Загл. с экрана.
4. Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной. [Электронный ресурс] / И.М. Петрушко, А.Г. Елисеев, В.И. Качалов, С.Ф. Кудин. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2010. ? 368 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/526> ? Загл. с экрана.
5. Введение в теорию функций комплексного переменного - примеры и задачи [Текст : электронный ресурс]: (методические указания) / С. Н. Киясов, Ю. В. Обносков, Л. Г. Салехов. - Казань: КГУ, 2004. - URL: <http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-746576.pdf>

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algolist.manual.ru/>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Комплексный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Проекционное оборудование, используемое для проведения презентаций.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Турилова Е.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Володин И.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.