

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



_____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Прикладные задачи теории вероятностей Б1.В.ДВ.4

Направление подготовки: 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль подготовки: Системный анализ и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Халиуллин С.Г.

Рецензент(ы):

Ишмухаметов Ш.Т.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 924317

Казань

2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. кафедры математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,
Samig.Haliullin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины является систематическое изучение методов теории вероятностей и математической статистики, которые используются в качестве математических моделей широкого круга процессов физики, техники, экономики и других разделов естествознания. Особое внимание уделяется вероятностным моделям реальных явлений и статистическим методам идентификации этих моделей.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.4 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 3 курсе в 5 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математический анализ 1", "Математический анализ 2", "Дифференциальные и разностные уравнения".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способностью разрабатывать, оценивать и реализовывать процессы жизненного цикла информационных систем, программного обеспечения, сервисов информационных технологий, а также реализовывать методы и механизмы оценки и анализа функционирования средств и информационных технологий; разрабатывать проектную и программную документацию, удовлетворяющую нормативным требованиям

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные принципы построения вероятностных моделей и методов принятия статистических решений

2. должен уметь:

- ориентироваться в классических и современных методах доказательства предельных теорем теории вероятностей и выводе распределения статистик - функций отклонение выборочных данных

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями, связанными с основными законами теории вероятностей и теории статистического вывода

- навыками построения вероятностных моделей реальных явлений и навыки обработки статистических данных

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Случайные процессы. Определение случайной функции.	5		4	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Проблема статистического вывода Предмет математической статистики.	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Выборочные характеристики.	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Оценка параметров.	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Доверительные интервалы	5		4	0	2	Контрольная работа
7.	Тема 7. Статистическая проверка гипотез (критерии значимости)	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Равномерно наиболее мощные критерии	5		4	0	2	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Проверка модельных предположений. Критерии согласия	5		4	0	2	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	18	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Случайные процессы. Определение случайной функции.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Случайные процессы Определение случайной функции. Задание распределения на пространстве траекторий случайного процесса. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

Тема 2. Проблема статистического вывода Предмет математической статистики.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Проблема статистического вывода Предмет математической статистики. Основные этапы статистического исследования с иллюстрациями на примерах. Строгое определение случайной выборки, выборочного пространства, статистической структуры и статистики. Распределение выборки

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

Тема 3. Выборочные характеристики.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Выборочные характеристики. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения и ее распределение. Выборочные моменты, выборочные квантили. Гистограмма. Асимптотическое распределение выборочных моментов. Вычисление среднего значения выборочной дисперсии

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

Тема 4. Оценка параметров.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Оценка параметров. Метод моментов Постановка задачи оценки параметра; основная задача теории оценивания. Состоятельность оценок и их несмещенность. Метод моментов. Примеры с оценкой параметров биномиального и гамма распределений. Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок по методу моментов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

Тема 5. Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия Эвристическое оправдание метода принятия решения на основе максимального правдоподобия с примером по оценке параметров нормального распределения. Определение функции правдоподобия; уравнение правдоподобия.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

Тема 6. Доверительные интервалы

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Доверительные интервалы Полезность интервальной оценки в связи с требованиями точности и надежности. Определение доверительной области, доверительного уровня, доверительного коэффициента и доверительного интервала. Асимптотические доверительные интервалы для параметров биномиального и пуассоновского распределений.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

Тема 7. Статистическая проверка гипотез (критерии значимости)

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Статистическая проверка гипотез (критерии значимости) Понятие гипотезы (простой и сложной). Общий принцип построения критериев заданного уровня на основе оценки тестируемого параметра. Двойственность задач доверительного оценивания и проверки гипотез.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

Тема 8. Равномерно наиболее мощные критерии

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Равномерно наиболее мощные критерии Наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы при простой альтернативе (критерий отношения правдоподобия, лемма Неймана-Пирсона). Использование леммы Неймана-Пирсона при построении равномерно наиболее мощных критериев на примере проверки надежности объектов при показательном распределении долговечности. Равномерно наиболее точные доверительные границы.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

Тема 9. Проверка модельных предположений. Критерии согласия

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Проверка модельных предположений. Критерии согласия Критерий согласия хи-квадрат для проверки простой гипотезы. Критерий согласия хи-квадрат при неизвестных значениях параметров. Критерий независимости хи-квадрат (таблицы сопряженности признаков). Критерий однородности хи-квадрат.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Выполнение лабораторной работы в среде SciLab

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Случайные процессы. Определение случайной функции.	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Проблема статистического вывода Предмет математической статистики.	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Выборочные характеристики.	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
4.	Тема 4. Оценка параметров.	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
6.	Тема 6. Доверительные интервалы	5		подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
7.	Тема 7. Статистическая проверка гипотез (критерии значимости)	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
8.	Тема 8. Равномерно наиболее мощные критерии	5		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Проверка модельных предположений. Критерии согласия	5		подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
	Итого				54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает теоретическим материалом и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Прикладные задачи теории вероятностей". Получение практических навыков происходит за счет решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Случайные процессы. Определение случайной функции.

домашнее задание , примерные вопросы:

Сформулировать постулаты процесса Пуассона и броуновского движения. Какой процесс называется гауссовским?

Тема 2. Проблема статистического вывода Предмет математической статистики.

домашнее задание , примерные вопросы:

Дать определение выборки. В чем различие между выборкой и выборочными данными, статистикой и результатом её применения. Что такое вероятностная модель эксперимента?

Тема 3. Выборочные характеристики.

домашнее задание , примерные вопросы:

Дать интуитивную интерпретацию понятию достаточной статистики. Провести первичную статистическую обработку данных курсового проекта.

Тема 4. Оценка параметров.

домашнее задание , примерные вопросы:

Дать понятия оценки и оценочной функции.

Тема 5. Оценка параметров. Метод максимального правдоподобия

домашнее задание , примерные вопросы:

Привести эвристические доводы в пользу методов моментов и максимального правдоподобия оценки параметров.

Тема 6. Доверительные интервалы

контрольная работа , примерные вопросы:

Как определяются доверительные границы для параметров модели. Что такое опорная функция?

Тема 7. Статистическая проверка гипотез (критерии значимости)

домашнее задание , примерные вопросы:

Сформулировать задачу проверки гипотез по результатам статистических измерений. Дать определения вероятностей ошибок первого и второго рода, мощности критерия.

Тема 8. Равномерно наиболее мощные критерии

домашнее задание , примерные вопросы:

Сформулировать утверждение леммы Неймана-Пирсона. Какая вероятностная модель имеет монотонное отношение правдоподобия?

Тема 9. Проверка модельных предположений. Критерии согласия

контрольная работа , примерные вопросы:

Описать способ проверки модельных предположений с помощью критериев Хи-квадрат и Колмогорова. Обосновать применимость критерия типа Хи-квадрат для проверки гипотезы независимости признаков.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену

Билет 1

1. Неравенство Рао-Крамера.
2. Оценка параметра показательного распределения методом моментов.

Билет 2

1. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия.
2. Оценка параметра сдвига показательного распределения.

Билет 3

1. Несмещённая и состоятельная оценка дисперсии.
2. Оценка параметра показательного распределения методом максимального правдоподобия.

Билет 4

1. Несмещённая и состоятельная оценка математического ожидания.
2. Оценка параметра распределения Бернулли методом моментов.

Билет 5

1. Общие понятия о проверке статистических гипотез.
2. Оценка параметра распределения Бернулли методом максимального правдоподобия.

Билет 6

1. Проверка гипотезы о виде распределения. Критерий согласия χ^2 -квадрат.
2. Проверить несмещённость оценки среднего -- выборочного среднего.

Билет 7

1. Оценка параметра θ равномерного распределения на отрезке $[0, \theta]$.
2. Найти энтропию распределения Бернулли.

Билет 8

1. Метод максимального правдоподобия. Примеры.
2. Проверить несмещённость оценки дисперсии -- выборочной дисперсии.

Билет 9

1. Задача линейной регрессии. Метод наименьших квадратов.
2. Оценка параметров нормального распределения методом моментов.

Билет 10

1. Одновыборочный критерий Стьюдента.
2. Оценка параметров нормального распределения методом максимального правдоподобия.

Билет 11

1. Выборочная (эмпирическая) функция распределения и её связь с истинной функцией распределения.
2. Методом моментов оценить параметр θ равномерного распределения на отрезке $[0, 2\theta]$, $\theta > 0$.

Билет 12

1. Критическая область. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия.
2. Методом моментов оценить параметр θ равномерного распределения на отрезке $[-\theta, \theta]$, $\theta > 0$.

Билет 13

1. Теорема Неймана-Пирсона.
2. Методом моментов оценить параметр θ равномерного распределения на отрезке $[0, \theta]$, $\theta > 0$.

Билет 14

1. Двухвыборочный критерий Стьюдента.
2. Методом моментов оценить параметр θ равномерного распределения на отрезке $[\theta - 1, \theta + 1]$, $\theta > 0$.

Билет 15

1. Оценка (интервальная) дисперсии при известном и неизвестном среднем для выборки из нормального распределения.
2. Методом моментов найти оценку параметра p биномиального распределения $B_i(n, p)$, если параметр n известен.

Билет 16

1. Оценка (интервальная) среднего при известной и неизвестной дисперсии для выборки из нормального распределения.
2. Методом моментов найти оценку параметра n биномиального распределения $B_i(n, p)$, если параметр p известен.

Билет 17

1. Критерии значимости, уровень значимости для проверки статистических гипотез.
2. Методом моментов найти оценку параметров биномиального распределения $B_i(n, p)$.

Билет 18

1. Теорема Фишера.
2. Методом моментов найти оценку параметра λ распределения Пуассона.

Билет 19

1. Распределение хи-квадрат.
2. Методом моментов найти оценку параметра p геометрического распределения.

Билет 20

1. Распределение Фишера.
2. Методом моментов найти оценку параметров биномиального распределения $B_i(n, p)$.

Билет 21

1. Распределение Стьюдента.
2. Методом моментов найти оценку параметра p биномиального распределения $B_i(n, p)$, если параметр n известен.

Билет 22

1. Метод максимального правдоподобия. Оценка среднего и дисперсии нормального распределения по этому методу.
2. Методом моментов оценить параметр θ равномерного распределения на отрезке $[\theta, \theta]$, $\theta > 0$.

7.1. Основная литература:

1. Володин, Игорь Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1937-) . Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Текст: электронный ресурс] : [учебник] для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" / И. Н. Володин ; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики .? Электронные данные (1 файл: 1,5 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2013). - Режим доступа: открытый.
<URL:http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds006.pdf>.
2. Симушкин, Сергей Владимирович (канд. физ.-мат. наук ; 1956-) . Задачи по теории вероятностей [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие / С. В. Симушкин, Л. Н. Пушкин .? Электронные данные (1 файл: 1,48 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .
<URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-787673.pdf>>.
- 3 .Ширяев А. Н. Вероятность - 1. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев.?Москва: МЦНМО, 2007. - 552 с. ЭБС "Лань": http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9448
4. Ширяев А. Н. Вероятность - 2. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. - Москва: МЦНМО, 2007. - 416 с. ЭБС "Лань": http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9449
5. Ширяев А.Н. Задачи по теории вероятностей: учебное пособие. - М.: МЦНМО, 2006. - 416 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9447/>

7.2. Дополнительная литература:

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026
2. Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184
4. Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. Вероятность в теоремах и задачах (с доказательствами и решениями). Книга 1. - М.: МЦНМО, 2013. - 648 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56417/>
5. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. - М.:Физматлит, 2005. - 400 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/59319/>

7.3. Интернет-ресурсы:

- Википедия - <http://ru.wikipedia.org>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>
Портал образовательных ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>
Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.exponenta.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Прикладные задачи теории вероятностей" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" и профилю подготовки Системный анализ и информационные технологии .

Автор(ы):

Халиуллин С.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Ишмухаметов Ш.Т. _____

"__" _____ 201__ г.