

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Татарский Да



20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

### Дополнительные главы математического анализа ФТД.Б.1

Направление подготовки: 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль подготовки: Системный анализ и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Турилова Е.А.

**Рецензент(ы):**

Халиуллин С.Г.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " 201 \_\_\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " 201 \_\_\_\_ г

Регистрационный № 918417

Казань  
2017

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, к.н. (доцент) Турилова Е.А.  
кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Ekaterina.Turilova@kpfu.ru

## **1. Цели освоения дисциплины**

Целями освоение дисциплины являются: формирование математической культуры студентов в развитие системного математического мышления. Материал дисциплины является обобщением на бесконечномерный случай идей алгебры, математического анализа и геометрии. Идеи, методы, терминология, обозначения и стиль дисциплины пронизывают почти все области математики, объединяя ее в единое целое.

Знания, практические навыки, полученные при освоении дисциплины используются обучаемыми при изучении профессиональных дисциплин, а также при выполнении курсовых и дипломных работ.

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

1. формирование понимания значимости математической составляющей в естественно-научном образовании бакалавра;
2. ознакомление системы понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов в их взаимосвязи;
3. формирование навыков и умений использования современных математических моделей и методов.

## **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел "ФТД.Б.1 Факультативные дисциплины" основной образовательной программы 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестре.

Дисциплина "Дополнительные главы математического анализа" входит в число факультативов цикла подготовки бакалавра по направлению "010300.62 Фундаментальная информатика и информационные технологии".

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов "Математический анализ 1", "Математический анализ 2", "Кратные интегралы и ряды" и "Алгебра и геометрия".

Требования к входным знаниям и умениям студента - знание идей и методов математического анализа, геометрии и линейной алгебры.

Знания и умения, формируемые в процессе изучения дисциплины "Дополнительные главы математического анализа" будут использоваться в дальнейшем при освоении следующих дисциплин математического и естественно-научного, профессионального циклов: "Теория вероятностей и математическая статистика", "Методы оптимизации и исследование операций", "Вычислительные методы" и др.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способностью составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью решать задачи профессиональной деятельности в составе научно-исследовательского и производственного коллектива

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные идеи и методы построения общей конструкции алгебр множеств, интеграла Лебега и теории унитарных пространств

2. должен уметь:

исследовать последовательности измеримых функций на сходимость, вычислять интеграл Лебега, получать ряд Фурье в общем случае

3. должен владеть:

основными приемами вычисления интеграла Лебега, методами определения исследования операторов в унитарных пространствах

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

## 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Системы множеств	4	1-2	2	0	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Меры на системах множеств	4	3-6	4	0	4	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Измеримые функции	4	7-10	4	0	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Интеграл Лебега	4	11-14	4	0	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Унитарное пространство. Ограниченные линейные операторы в унитарном пространстве	4	15-18	4	0	4	Контрольная работа Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Зачет
	Итого			18	0	18	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Системы множеств

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

Кольца и алгебры. Операции в кольце множеств. Полукольца и полуалгебры. Свойства полуколец.

#### лабораторная работа (2 часа(ов)):

Построение колец и алгебр, порожденных конкретным множеством. Борелевская сигма-алгебра

### Тема 2. Меры на системах множеств

#### лекционное занятие (4 часа(ов)):

Определение конечно аддитивной и счетно-аддитивной меры. Продолжение меры с полукольца на минимальное кольцо. Внешняя мера. Сигма-алгебра измеримых множеств.

#### лабораторная работа (4 часа(ов)):

Измеримые множества. Алгебра измеримых множеств. Счетная аддитивность меры Лебега.

### Тема 3. Измеримые функции

#### лекционное занятие (4 часа(ов)):

Определения и базовые свойства измеримых функций. Простые функции и критерий измеримости.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Исследование функций на измеримость, типы сходимости, теорема Егорова

**Тема 4. Интеграл Лебега**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Общее определение интеграла и его корректность. Счетная аддитивность интеграла Лебега. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Теоремы Лебега, Б. Леви и Фату о предельном переходе под знаком интеграла.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Интеграл от простой функции. Вычисление интеграла Лебега. Связь между интегралом Римана и интегралом Лебега

**Тема 5. Унитарное пространство. Ограниченные линейные операторы в унитарном пространстве**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Понятие нормированного и унитарного пространства. Ряд Фурье. Типы линейных ограниченных операторов

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Скалярное произведение, ортонормированный базис, представление элемента рядом Фурье, исследование оператора на линейность и ограниченность

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Системы множеств	4	1-2	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Меры на системах множеств	4	3-6	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
3.	Тема 3. Измеримые функции	4	7-10	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
4.	Тема 4. Интеграл Лебега	4	11-14	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
5.	Тема 5. Унитарное пространство. Ограниченные линейные операторы в унитарном пространстве	4	15-18	подготовка домашнего задания подготовка к контрольной работе	6 2	домашнее задание контрольная работа
	Итого				36	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Дополнительные главы математического анализа" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету и контрольной работе. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Системы множеств**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач вида: 1. Опишите полукольца, которые можно построить из элементов множества всех подмножеств трехэлементного множества 2. Докажите, что полный прообраз сигма-алгебры также сигма-алгебра

### **Тема 2. Меры на системах множеств**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач вида: 1. Докажите, что множество элементов, на которых мера принимает конечные значения, образуют кольцо 2. Докажите, что все ограниченные борелевские множества на прямой измеримы

### **Тема 3. Измеримые функции**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач вида: 1. Если сама функция измерима, то ее модель также измерим. Обратное неверно 2. Докажите, что любая непрерывная на числовой прямой функция измерима по Борелю

### **Тема 4. Интеграл Лебега**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач вида: 1. Докажите, что если интеграла Лебега от модуля функции равен нулю, то сама функция равна нулю почти всюду 2. Вычислить интеграл Лебега от заданной функции

### **Тема 5. Унитарное пространство. Ограниченные линейные операторы в унитарном пространстве**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач вида: 1. Доказать одно из свойств скалярного произведения 2. Исследовать оператор на ограниченность и найти его норму

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Описать алгебру, порожденную заданным семейством множеств 2. Найти меру Лебега заданного множества 3. Доказать свойство одного из видов сходимости измеримых функций 4. Вычислить интеграл Лебега 5. Исследовать оператор на ограниченность и найти его норму

## Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

1. Определение кольца и полукольца множеств, перечисление их свойств.
2. Минимальное кольцо, содержащее полукольцо.
3. Определение конечно аддитивной и счетно-аддитивной меры.
4. Продолжение меры с полукольца на минимальное кольцо.
5. Перечисление основных свойств меры: счетная монотонность, полуаддитивность, непрерывность.
6. Определение внешней меры и измеримого множества.
7. Алгебра измеримых множеств.
8. Определения и базовые свойства измеримых функций.
9. Критерий измеримости функции через предел простых функций.
10. Эквивалентные функции, измеримость.
11. Сходимость почти всюду, измеримость предела.
12. Сходимость почти всюду, "почти равномерная" (по Егорову) и по мере. Связь между ними.
13. Определение интеграла Лебега от простой функции.
14. Общее определение интеграла Лебега и его корректность.
15. Перечисление основных свойств интеграла: линейность, интегрирование неравенств, интегрируемость ограниченной и мажорируемой функции.
16. 1-ая теорема о счетной аддитивности интеграла Лебега (прямое утверждение).
17. Формулировка 2-ой теоремы о счетной аддитивности интеграла Лебега (обратное утверждение).
18. Формулировка результата об абсолютной непрерывности интеграла Лебега.
19. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
20. Формулировка теорем Б. Леви и Фату.
21. Определения и примеры нормированных пространств.
22. Последовательности в нормированном пространстве, открытые и за мкнутые множества. Сепарабельные и полные пространства (пространства Банаха).
23. Скалярное произведение. Примеры унитарных пространств. Сходимость, ограниченность. Гильбертовы пространства.
24. Ортогональное разложение гильбертова пространства.
25. Ортогональные системы и ряды Фурье.
26. Линейные операторы в нормированных пространствах; непрерывность и ограниченность

### 7.1. Основная литература:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Физматлит, 2009. - 572с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2206](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206)
- 2.Шерстnev, Анатолий Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1938 -) .  
Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .? Изд. 5-е .? Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .?  
[http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)
3. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу. Часть 3. - Казань: Казан. ун-т, 2014. - 166 с.  
<http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-805700.pdf>

4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. - М.: Физматлит, 2010. - 496 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2226/>

5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2.Интегралы. Ряды. - М.: Физматлит, 2009. - 504 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2227/>

6. Натансон И.П. Теория функций вещественного переменного. - СПб.: Лань, 2008. - 560с

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=284](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284)

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. Том 1. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2015. - 448 с. -

Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/65055> - Загл. с экрана.

2.Фигтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 2. - СПб.: Лань, 2008. - 464 с.

ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/411>

3.Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях. - М.: Физматлит, 2009. - 360 с.

ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/2377/>

4. Зорич В.А. Математический анализ задач естествознания. - М.: МЦНМО, 2008. - 136 с.

ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/9343>

5. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. - Сб.: Лань, 2005. - 160с

ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=377](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377)

6. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. - М.: Физматлит, 2005. - 240 с.

ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/2342/>

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>

Математический портал - <http://www.allmath.com/>

Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Справочник по математике - <http://matembook.chat.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы математического анализа" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе " БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС " БиблиоРоссика " представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" и профилю подготовки Системный анализ и информационные технологии .

Автор(ы):

Турилова Е.А. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.

Рецензент(ы):

Халиуллин С.Г. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.