

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

" " 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Математическая логика Б1.В.ДВ.5

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Замов Н.К.

**Рецензент(ы):**

Михайлов В.Ю.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Латыпов Р. Х.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 201\_\_ г

Регистрационный №

Казань  
2016

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) главный специалист Замов Н.К. Аналитический отдел Центр перспективного развития , Nail.Zamov@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

В курсе даются основные понятия и результаты математической логики. Изучается формальная система классической логики 1 порядка и исследуются вопросы полноты и непротиворечивости. Приводятся основные результаты математической логики - теорема Гёделя, теорема Эрбрана, теорема Лёвенгейма - Скулема. Даётся понятие о неклассических логиках, о логических системах с равенством.

Приводятся примеры приложений формальной логики в информатике, в частности, для построения систем искусственного интеллекта.

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.5 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 2 курсе во 2 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплины "Дискретная математика".

Результаты подготовки по дисциплине "Математическая логика и теория алгоритмов" используются при изучении курсов "Языки программирования", "Логическое программирование".

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:
  - роль математической логики в основаниях математики

2. должен уметь:

- ориентироваться в основных результатах математической логики

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями о формальных системах 1 порядка

- строить формальные доказательства и выводы в исчислении предикатов

**4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

**4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

**Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Исчисление высказываний	4	1-4	0	0	8	письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Исчисление предикатов	4	5-8	0	0	8	письменное домашнее задание контрольная работа
3.	Тема 3. Исчисление с равенством.	4	9-13	0	0	10	письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Проблемы разрешимости	4	14-18	0	0	10	контрольная работа письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	36	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Исчисление высказываний лабораторная работа (8 часа(ов)):

Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке. Составление таблиц истинности формул. Табличная проверка эквивалентности формул. Проверка общезначимости формул. Решение примеров на проверку логического следования, проверка корректности логических умозаключений.

### Тема 2. Исчисление предикатов

#### лабораторная работа (8 часа(ов)):

Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана. Доказательство основных эквивалентностей логики предикатов - перестановки кванторов, законы Де Моргана, взаимодействие кванторов с пропозициональными связками.

### Тема 3. Исчисление с равенством.

#### лабораторная работа (10 часа(ов)):

Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.

### Тема 4. Проблемы разрешимости

#### лабораторная работа (10 часа(ов)):

Разрешимость сингулярного исчисления. Разрешимость теории равенства. Неразрешимость узкого исчисления предикатов. Теорема Лёвенгейма-Скулема.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Исчисление высказываний	4	1-4	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
2.	Тема 2. Исчисление предикатов	4	5-8	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Исчисление с равенством.	4	9-13	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
4.	Тема 4. Проблемы разрешимости	4	14-18	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
	Итого				36	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов математической логики на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Исчисление высказываний

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Исчисление высказываний". Примеры построения формальных доказательств и выводов. Перестроение выводов в соответствии с теоремой дедукции. Обоснование выводимости формул с использованием правил введения и удаления.

### Тема 2. Исчисление предикатов

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Исчисление предикатов". Решение примеров на обоснование выводимости из допущений. Проверка корректности умозаключений естественного языка (силлогизмы).

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа 1. Выявить пропозициональную логическую форму следующих рассуждений. Оценить их правильность с привлечением правил вывода или метода истинностных таблиц: Если равнодействующая всех сил, действующих на движущееся тело не равна 0, то оно движется неравномерно или непрямолинейно, так как известно, что если эта равнодействующая равна 0, то тело движется равномерно и прямолинейно. Если бы он не пошел в кино, то он не получил бы двойки. Если бы он подготовил домашнее задание, то он не пошел бы в кино. Он получил двойку. Значит, он не подготовил домашнее задание. Если все посылки истинны и рассуждение правильно, то заключение истинно. В данном рассуждении заключение ложно. Значит, или рассуждение неправильно, или не все посылки истинны. Если аргументы некоторого рассуждения истинны, а его тезис не является таковым, то рассуждение неправильно. Данное рассуждение правильно и его аргументы истинны. Следовательно, его тезис является истинным. Докажите, что если натуральное число оканчивается на 0 и сумма цифр его кратна 3, то само это число кратно 15. Используйте при этом следующие посылки: если число оканчивается на 0, то оно кратно 5; если сумма цифр числа кратна 3, то само число будет кратным 3; если число кратно 5 и кратно 3, то оно кратно 15. Если нельзя получить воду, то неверно, что имелся в наличии водород и оксид магния. Если имеется углерод, но углекислого газа получить не удалось, то не было в наличии кислорода. Если имеется углекислый газ и вода, то можно получить углекислоту. Можно ли получить углекислоту, если имеется в наличии оксид магния, кислород, водород и углерод? Если число  $d$  является положительным, то его квадрат также является положительным числом. Если число  $d$  является отрицательным, то квадрат  $d^2$  положительное число. Пусть число  $d$  положительное или отрицательное число. Тогда квадрат числа  $d^2$  положительное число. Курс акций падает, если процентные ставки растут. Большинство владельцев акций разоряется, если курс акций падает. Следовательно, если процентные ставки растут, то большинство владельцев акций разоряется. Если капиталовложения останутся постоянными, то возрастут правительственные расходы или возникнет безработица. Если правительственные расходы не возрастут, то налоги будут снижены. Если налоги будут снижены и капиталовложения останутся постоянными, то безработица не возрастет. Следовательно, правительственные расходы не возрастут. Если государственные дотации сокращаются или происходит спад производства, то в случае массовых увольнений резко возрастает число безработных. Наблюдается спад производства и происходят массовые увольнения. Значит, резко возрастает число безработных. Прямые  $a$  и  $b$  или параллельны, или пересекаются, или скрещиваются. Если прямые  $a$  и  $b$  лежат в одной плоскости, то они не скрещиваются. Прямые  $a$  и  $b$  лежат в одной плоскости и не пересекаются. Следовательно,  $a$  и  $b$  параллельны. А.П. Бородин занимался химией, или он сочинял музыку. А.П. Бородин сочинял музыку или он писал детективные романы. Неверно, что А.П. Бородин писал детективные романы. Поэтому, А.П. Бородин занимался химией. Если твердое вещество имеет определенную точку плавления, то оно не находится в аморфном состоянии. Если вещество обладает кристаллической структурой, то оно имеет определенную точку плавления. Следовательно, если вещество находится в аморфном состоянии, то оно не обладает кристаллической структурой". Если президент рассчитывает на поддержку профсоюзов, то он подпишет данный закон. Если президент рассчитывает на поддержку бизнесменов, то он наложит на данный закон вето. Президент не подпишет этот закон или не наложит на него вето. Следовательно, он не сможет рассчитывать на поддержку профсоюзов или не сможет рассчитывать на поддержку бизнес-менов.

### Тема 3. Исчисление с равенством.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Исчисление с равенством". Построение выводов в исчислении равенства. Поиск опровержений модальных формул в модели Кripке. Поиск опровержений интуиционистских формул в модели Кripке.

### Тема 4. Проблемы разрешимости

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Проблемы разрешимости". Применение разрешающих процедур к распознаванию общезначимости (доказуемости) формул сингулярного исчисления.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа 2 Выразить с помощью логики предикатов следующие утверждения. 1) Каждый студент использует какой-нибудь компьютер, и по крайней мере один компьютер используется каждым студентом. (Использовать только предикаты СТУДЕНТ, КОМПЬЮТЕР и ИСПОЛЬЗУЕТ.) 2) Каждый год некоторые студенты-мужчины проваливают каждый экзамен, но каждый студент-женщина сдает какой-нибудь экзамен. (Использовать только предикаты СТУДЕНТ, МУЖЧИНА, ЖЕНЩИНА, СДАЕТ, ЭКЗАМЕН, ГОД.) 3) Каждый мужчина любит какую-нибудь женщину, которая любит другого мужчину. (Используйте только предикаты МУЖЧИНА, ЖЕНЩИНА, ЛЮБИТ и = .) 4) Не существует двух философов, которые любили бы одну и ту же книгу. (Использовать только предикаты ФИЛОСОФ, КНИГА, ЛЮБИТ и = .) 5) Волки боятся друг друга. 6) Волки и люди боятся друг друга. 7) Некоторые парни и девушки влюблены друг в друга. 8) Все доисторические ящеры поедали друг друга. 9) Все делегаты конференции - профсоюзные и партийные активисты. 10) Функция  $f(x)$  равна нулю только в точке А.

### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы к зачету

1. Предмет математической логики. Логические антиномии.
2. Понятие о формальных системах. Примеры формальных систем.
3. Высказывания. Значения истинности. Элементарные и составные высказывания.
4. Основные логические операции и их свойства.
5. Формулы логики высказываний. Таблицы истинности.
6. Эквивалентные формулы, основные эквивалентности.
7. Общезначимые формулы. Основные общезначимости.
8. Теорема о подстановке.
9. Теорема об эквивалентной замене.
10. Принцип двойственности.
11. Исчисление высказываний. Аксиомы, правило modus ponens.
12. Формальные доказательства. Примеры.
13. Формальные выводы из допущений. Примеры.
14. Правила введения и удаления логических связок.
15. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний.
16. Логика предикатов. Кванторы. Формулы логики предикатов.
17. Интерпретации формул. Общезначимые, выполнимые формулы.
18. Основные эквивалентности логики предикатов.
19. Предварённая нормальная форма.
20. Исчисление предикатов. Аксиомы, правила вывода. Формальные доказательства.
21. Формальные выводы в исчислении предикатов.
22. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов.
23. Понятие о теореме Гёделя. Неполнота формальной арифметики.
24. Понятие о теореме Лёвенгейма-Скулема.
25. Понятие о теореме Эрбрана.
26. Понятие о неклассических логиках.
27. Логическое программирование.
28. Исчисление предикатов с равенством.

### 7.1. Основная литература:

1. Клини, Стивен Коул. Математическая логика / С. К. Клини; пер. с англ. Ю. А. Гастева; под ред. Г. Е. Минца; предисл. Ю. А. Гастева и Г. Е. Минца. - Изд. 4-е. - Москва: URSS: ЛКИ, 2008. - 480 с
2. Громкович, Ю. Теоретическая информатика: Введение в теорию автоматов, теорию вычислимости, теорию сложности, теорию алгоритмов, рандомизацию, теорию связи и криптографию / Юрай Громкович; Пер. с нем.; Под ред. Б. Ф. Мельникова. - Издание 3-е. - Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2010. - 336 с
3. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=242738>
4. Введение в логику: Учебник / В.А. Бочаров, В.И. Маркин. - 2-е изд., доп. и испр. - М.: ИД ФОРУМ: ИНФРА-М, 2011. - 560 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=264965>
5. Методы научного познания: Учебное пособие / С.А. Лебедев. - М.: Альфа-М: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 272 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=450183>

## **7.2. Дополнительная литература:**

1. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 356 с.  
ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/59599/>
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. - М.: МЦНМО, 2008. - 128 с.  
ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/9306/>
3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления. - М.: МЦНМО, 2008. - 288 с.  
ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/9307/>
4. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции - М.: МЦНМО, 2008. - 192 с.  
ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/9308/>

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>  
образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал образовательных математических ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathhelp.spb.ru>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Математическая логика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Замов Н.К. \_\_\_\_\_

"\_\_" 201 \_\_ г.

Рецензент(ы):

Михайлов В.Ю. \_\_\_\_\_

"\_\_" 201 \_\_ г.