

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Дополнительные главы алгебры и геометрии Б1.В.ОД.6

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Столов Е.Л.

**Рецензент(ы):**

Латыпов Р.Х.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Латыпов Р. Х.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Столов Е.Л. кафедры системного анализа и информационных технологий отделение фундаментальной информатики и информационных технологий, Yevgeni.Stolov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель курса - ознакомить студентов с базовыми методами линейной алгебры и их приложениям к задачам аналитической геометрии. В центре изложения находится теория линейных систем произвольного вида. Производится классификация конечномерных операторов над различными полями. С единой точки зрения на основе аппарата теории матриц рассматриваются задачи классификации кривых и поверхностей второго порядка. Излагаются основные факты, относящиеся к теории многочленов.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.6 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 1 курсе во 2 семестре для студентов обучающихся по направлению "Информационная безопасность".

Результаты подготовки по дисциплине "Дополнительные главы алгебры" используются при изучении курсов дисциплин "Дискретная математика", "Математический анализ 1", "Математический анализ 2", "Дифференциальные и разностные уравнения".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- каким образом аппарат теории матриц применяется для решения математических задач.

2. должен уметь:

- показать приобретенные навыки работы с пакетами программ типа SciLab.

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями о методах решения произвольных систем линейных уравнений и классификации кривых второго порядка.

- ориентироваться в множестве проблем, решаемых методами линейной алгебры и аналитической геометрии.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Многочлены. Определение и операции над многочленами. Вычисление значения многочлена в точке. Деление многочленов с остатком Корень многочлена. Основная теорема о корнях многочлена.. Разложение многочлена на множители над полем вещественных и комплексных чисел.	2		3	0	5	письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Связь между базисами пространства. Координаты вектора в разных базах.	2		3	0	5	письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Матрица линейного преобразования. Координаты вектора после преобразования. Подобные матрицы	2		3	0	5	письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения Характеристический многочлен матрицы. Связь корней матрицы с коэффициентами характеристического многочлена	2		3	0	5	контрольная работа письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Преобразования с простым спектром	2		3	0	5	письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Евклидово пространство. Определение и примеры. Процедура ортогонализации	2		3	0	5	письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Ортогональные преобразования и ортогональные матрицы.	2		3	0	4	письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Симметрические преобразования. Основная теорема о симметрических преобразованиях	2		3	0	4	письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Квадратичные формы. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду. Положительно определенные формы	2		4	0	4	письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Приведение квадратичной формы к главным осям	2		3	0	4	письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Эллипс, гипербола и парабола. Канонические уравнения и уравнения в полярной форме. Каноническая форма полиномиальной матрицы. Унимодулярные матриц	2		4	0	3	письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Классификация кривых второго порядка	2		4	0	3	письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Поверхности второго порядка Классификация поверхностей второго порядка.	2		4	0	2	контрольная работа письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Полиномиальные матрицы. Эквивалентность	2		3	0	0	
15.	Тема 15. Жордвнова форма матрицы	2		4	0	0	
16.	Тема 16. Минимальный многочлен матрицы. Функции от матрицы	2		4	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			54	0	54	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Многочлены. Определение и операции над многочленами. Вычисление значения многочлена в точке. Деление многочленов с остатком Корень многочлена. Основная теорема о корнях многочлена.. Разложение многочлена на множители над полем вещественных и комплексных чисел.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Многочлены. Определение и операции над многочленами. Вычисление значения многочлена в точке по схеме Горнера. Деление многочленов с остатком. Корень многочлена. Основная теорема о корнях многочлена. Разложение многочлена на множители над полем вещественных и комплексных чисел. Понятие о приводимости многочлена над заданным полем.

Интерполяционный многочлен и его единственность. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Сложение умножение и деление многочленов. Отыскание остатка от деления. Способы подбора рациональных корней. Примеры вычисления НОД двух многочленов

## **Тема 2. Связь между базисами пространства. Координаты вектора в разных базах.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Базы линейного пространства. Матричная форма зависимости между двумя базами. невырожденность матрицы перехода. Форма зависимости между координатами одного и того же вектора в разных базах и матрицей перехода.

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Примеры линейных пространств: пространство строк, направленных отрезков, многочленов. Разложение многочленов по различным базисам

## **Тема 3. Матрица линейного преобразования. Координаты вектора после преобразования. Подобные матрицы**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Матрица линейного преобразования. Существование и единственность матрицы преобразования в заданном базисе. Связь операций над линейными преобразованиями с матрицами этих преобразований. Координаты вектора после преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования после перехода к другому базису. Подобные матрицы

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Примеры линейных преобразований: проектирование, дифференцирование, поворот. Отыскание координат вектора после линейного преобразования

## **Тема 4. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен матрицы. Связь корней матрицы с коэффициентами характеристического многочлена**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Определение инвариантных подпространств. Матрица линейного преобразования в базисе, согласованном с инвариантным подпространством. Инвариантные подпространства размерности 1. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен матрицы. След матрицы. Связь корней матрицы с коэффициентами характеристического многочлена

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Нахождение корней характеристического многочлена. Решение системы уравнений для нахождения собственных векторов. Собственные векторы линейных преобразований: проектирования и поворота

## **Тема 5. Преобразования с простым спектром**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Определение спектра линейного преобразования. Связь спектра с полем, над которым рассматривается линейное преобразование. Независимость собственных векторов преобразования, отвечающих разным собственным значениям. Подобие матрицы с простым спектром диагональной матрице.

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Рассмотрение примеров преобразований с простым спектром и преобразований, не являющихся таковыми: преобразования в пространстве многочленов

## **Тема 6. Евклидово пространство. Определение и примеры. Процедура ортогонализации**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Евклидово пространство. Определение и примеры. Скалярное произведение и его свойства. Скалярное произведение в координатах. Ортонормированный базис в евклидовом пространстве. Способ вычисления координат вектора через скалярное произведение. Процедура ортогонализации. Применение процедуры ортогонализации для построения ортонормированного базиса

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Способы введения скалярного произведения в пространстве строк и пространстве многочленов. Скалярные произведения на основе интегралов с различными ядрами. Реализация процедуры ортогонализации.

### **Тема 7. Ортогональные преобразования и ортогональные матрицы.**

#### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Определение ортогонального преобразования. Пример ортогонального преобразования -- поворот векторов на плоскости. Матрица ортогонального преобразования в ортонормированной базе. Соотношение  $Q^*Q^T=I$ . Определитель ортогональной матрицы. Описание всех ортогональных матриц второго порядка.

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Примеры ортогональных матриц. Способы проверки ортогональности матриц. Ортогональные преобразования в пространстве матриц

### **Тема 8. Симметрические преобразования. Основная теорема о симметрических преобразованиях**

#### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Симметрические преобразования. Пример симметрического преобразования -- проектирование вектора на подпространство. Симметрические преобразования и симметрические матрицы. Вещественность корней вещественной симметрической матрицы. Основная теорема о симметрических преобразованиях. Ортогональность собственных векторов симметрического преобразования, отвечающих разным собственным значениям.

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Преобразование проектирование и его матрица. Отыскание матрицы перехода от исходной симметрической матрицы к диагональной матрице

### **Тема 9. Квадратичные формы. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду. Положительно определенные формы**

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Квадратичные формы. Определение квадратичной формы. Матричная запись. Замена переменных в квадратичной форме. Связь между матрицами квадратичных форм после линейной подстановки. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду. Положительно определенные формы

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Приведение комплексной квадратичной формы к нормальному виду. Проверка положительной определенности квадратичной формы

### **Тема 10. Приведение квадратичной формы к главным осям**

#### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Закон инерции вещественных квадратичных форм. Ортогональное подобие вещественной симметрической матрицы диагональной матрице. Приведение квадратичной формы к главным осям. Связь элементов диагональной матрицы с характеристическими числами симметрической матрицы. Определение знаков характеристических чисел вещественной симметрической формы без вычисления корней матрицы.

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Отыскание канонической формы после приведения к главным осям. Матрицы малого ранга.

### **Тема 11. Эллипс, гипербола и парабола. Канонические уравнения и уравнения в полярной форме. Каноническая форма полиномиальной матрицы. Унимодулярные матриц**

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определение кривых второго порядка, не зависящее от аналитического представление. Эллипс, гипербола и парабола как геометрическое место точек. Вывод канонических уравнений кривых. Фокусы кривых. Асимптоты гиперболы. Полярные координаты. Единое уравнение кривых второго порядка в полярных координатах. Эксцентриситет кривой.

#### **лабораторная работа (3 часа(ов)):**



Определение параметров эллипса, гиперболы и параболы, исходя из формы задания.

Вычисление эксцентриситета

## Тема 12. Классификация кривых второго порядка

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Классификация кривых второго порядка по уравнению в общей форме. Главная часть уравнения и ее ранг. Зависимость типа кривой от ранга главной части. Случай вырождения кривой второго порядка -- распадение на пару прямых. Алгоритм отыскания канонического вида кривой.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Отыскание канонического вида уравнения кривой

## Тема 13. Поверхности второго порядка Классификация поверхностей второго порядка.

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Главная часть уравнения. Классификация поверхностей второго порядка по рангу главной части. Исследование формы поверхности с помощью сечений плоскостью, параллельной координатной плоскости. Случай вырождения -- цилиндрические поверхности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Отыскание канонического вида уравнения поверхности.

## Тема 14. Полиномиальные матрицы. Эквивалентность

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Определение полиномиальной матрицы. Эквивалентные преобразования. каноническая матрица и ее единственность. Унимодулярные матрицы. Признаки унимодулярности матрицы. Матричные многочлены и операции над ними.

## Тема 15. Жорданова форма матрицы

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Жорданова форма матрицы. Блочно-диагональные матрицы. Клетки Жордана. Свойства преобразования. определенного клеткой Жордана. Основная теорема о подобии матриц. Отыскание жордановой формы по каноническому виду характеристической матрицы

## Тема 16. Минимальный многочлен матрицы. Функции от матрицы

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Подстановка матрицы в многочлен. Деление матричных многочленов. Простейшие функции от матриц. Применения функций от матрицы для вычисления степеней матрицы

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
---	-------------------	---------	-----------------	---------------------------------------	------------------------	---------------------------------------

1.	Тема 1. Многочлены. Определение и операции над многочленами. Вычисление значения многочлена в точке. Деление многочленов с остатком Корень многочлена. Основная теорема о корнях многочлена.. Разложение многочлена на множители над полем					
----	--	--	--	--	--	--

вещественных и комплексных чисел.

2

Изучение  
способа  
подбора  
рациональных  
корней  
многочлена

4

домашнее  
задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Связь между базисами пространства. Координаты вектора в разных базах.	2		Способы задания базиса в пространстве многочленов	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Матрица линейного преобразования. Координаты вектора после преобразования. Подобные матрицы	2		Матрица линейного преобразования. заданная с помощью функционального уравнения	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения Характеристический многочлен матрицы. Связь корней матрицы с коэффициентами характеристического многочлена	2		Вид матрицы линейного преобразования в базисе, согласованном с инвариантным подпространством	2	контрольная работа
				Работа с блочными матрицами	3	домашнее задание
5.	Тема 5. Преобразования с простым спектром	2		Проверка подобия матрицы диагональной матрице с помощью решения линейных систем	5	домашнее задание
6.	Тема 6. Евклидово пространство. Определение и примеры. Процедура ортогонализации	2		Евклидово пространство квадратных матриц	5	домашнее задание
7.	Тема 7. Ортогональные преобразования и ортогональные матрицы.	2		Ортогональные преобразования в пространстве матриц	5	домашнее задание
8.	Тема 8. Симметрические преобразования. Основная теорема о симметрических преобразованиях	2		Понятие о самосопряженном операторе	5	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Квадратичные формы. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду. Положительно определенные формы	2		Изучение критерия Сильвестра положительной определенности квадратичной формы	5	домашнее задание
<b>5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения</b>						
10.	Тема 10. Приведение квадратичной формы к главным осям	2		Квадратичная лабораторная работа, единичной матрицей.	5	домашнее задание
Теоретический материал излагается на лекциях. На сайте курса имеется краткий конспект каждой лекции ( <a href="http://www.ksu.ru/19/index.php?id=20&amp;idm=0&amp;num=3">http://www.ksu.ru/19/index.php?id=20&amp;idm=0&amp;num=3</a> ) Конспект не может заменить работу. Преподаватель формулировка основных утверждений и определений. Прослушать лекцию полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике.						
Тема 11. Эллипсоиды. Каноническая форма уравнения и уравнения в полярной форме. Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для решения типовых задач. Указанные задачи могут решаться как вручную, так и с помощью различных пакетов. Поэтому лабораторные занятия проходят в компьютерном классе с использованием пакета SciLab.						
Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.						
12.	Классификация кривых второго порядка	2		Классификация вырожденных кривых	4	домашнее задание
<b>6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов</b>						
13.	Тема 13. Поверхности второго порядка	2		Классификация вырожденных поверхностей	2	домашнее задание
<b>Тема 14. Многочлены. Определение и операции над многочленами. Вычисление значения многочлена в точке. Деление многочленов с остатком. Корень многочлена. Основная теорема о корнях многочлена.. Разложение многочлена на множители над полем вещественных и комплексных чисел.</b>						
14.	Тема 14. Домашнее задание, примерные вопросы: Задачник "Фаддеев." ♦♦ 664(a,b), 631(c,d,e); ♦♦ 633(a,b,c)	2		Полиномиальные матрицы	4	домашнее задание
<b>Тема 2. Связь между базисами пространства. Координаты вектора в разных базах.</b>						
15.	Тема 15. Домашнее задание, примерные вопросы: Задачник "Проскуряков" ♦♦ 1277-- 1282	2		Жорданова форма	4	домашнее задание
<b>Тема 3. Матрица линейного преобразования. Подобные матрицы</b>						
16.	Тема 16. Домашнее задание, примерные вопросы: Задачник "Проскуряков" ♦♦ 1441--1449	2		Минимальный многочлен	4	домашнее задание
<b>Тема 4. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения</b>					72	
<b>Характеристический многочлен матрицы. Связь корней матрицы с коэффициентами характеристического многочлена</b>						
домашнее задание, примерные вопросы: Задачник "Проскуряков" ♦♦ 1465--1476 контрольная работа, примерные вопросы: Найти НОД многочленов. Найти координаты вектора в заданном базисе. Найти собственные векторы и собственные значения преобразования						

### **Тема 5. Преобразования с простым спектром**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Проскуряков" ♦♦ 1479-- 1483

### **Тема 6. Евклидово пространство. Определение и примеры. Процедура ортогонализации**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Проскуряков" ♦♦ 1357--1363

### **Тема 7. Ортогональные преобразования и ортогональные матрицы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Поворот в пространстве направленных отрезков в различных базисах

### **Тема 8. Симметрические преобразования. Основная теорема о симметрических преобразованиях**

домашнее задание , примерные вопросы:

Проекция на прямую и на плоскость в пространстве направленных отрезков в разных базисах

### **Тема 9. Квадратичные формы. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду. Положительно определенные формы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Проскуряков" ♦♦1180 -- 1186

### **Тема 10. Приведение квадратичной формы к главным осям**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Проскуряков" ♦♦ 1248-- 1254

### **Тема 11. Эллипс, гипербола и парабола. Канонические уравнения и уравнения в полярной форме. Каноническая форма полиномиальной матрицы. Унимодулярные матрицы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Цубербиллер" ♦♦375-380;444--447;487--489

### **Тема 12. Классификация кривых второго порядка**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Цубербиллер" ♦♦550(1--6); 551(a,b,c)

### **Тема 13. Поверхности второго порядка Классификация поверхностей второго порядка.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Цубербиллер" ♦♦ 993(1--4); 998(1--5)

контрольная работа , примерные вопросы:

Приведение квадратичной формы к главным осям. Найти канонический вид кривой или поверхности второго порядка, заданных в общей форме

### **Тема 14. Полиномиальные матрицы. Эквивалентность**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Проскуряков" ♦♦1021-1023, 1034-1036

### **Тема 15. Жорднова форма матрицы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Проскуряков" ♦♦1090-1098, 1110-1112

### **Тема 16. Минимальный многочлен матрицы. Функции от матрицы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачник "Проскуряков" ♦♦1134-1135, 1162-1164

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение зачета и экзамена. В течение семестра проводятся две контрольные работы

## Примеры контрольных работ

### Контрольная работа 1

1. gcd Отделить кратные корни

2 3 4

$$16 - 64s + 88s - 48s + 9s$$

2 3 4

$$16 - 32s - 8s + 24s + 9s$$

2 3 4

$$4 - 20s + 13s + 30s + 9s$$

2 Найти координаты многочлена в базисе  $(1+x)^2, (2+x)^2, 1$

$$-5-6x$$

$$(1+x)^2, (2+x)^2, x$$

$$-9-2x$$

$$(1+x)^2, (2+x)^2, x^2$$

$$-9-6x+4x^2$$

3. Найти собственные векторы и собственные значения

в пространстве многочленов степени не выше 3

$$f(x) \rightarrow f(x) + f(-x)$$

$$f(x) \rightarrow f(x) + f(2x)$$

$$f(x) \rightarrow f(x) - 2f(-x)$$

### Контрольная работа 2

Привести квадратичную форму к каноническому виду и найти преобразование

$$x^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + x^2 - 4x_2x_3 + 4x_3^2$$

$$4x^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + x^2 + 2x_2x_3 + x_3^2$$

$$x^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + x^2 + 6x_2x_3 + 9x_3^2$$

Найти жорданову форму матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 & -2 & -9 & -9 & 7 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -4 & 5 & 2 & 7 & 6 & -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 & -1 & -3 & -2 & -9 & -9 & -2 \end{pmatrix}$$

Определить тип кривой

$$2x^2 - 3xy + y^2 - 6x + 8y - 20 = 0$$

$$3x^2 + 2xy + 5y^2 - 4x + 10/7 = 0$$

$$-x^2 + 6xy - y^2 + 8x - 12y - 11.5 = 0$$

Темы практических занятий

НОД многочленов. Существование и единственность

Теорема Лагранжа для квадратичных форм

Определение эллипса

Классификация поверхностей второго порядка ранга 2

Примеры задач

Приложение 2

Найти координаты вектора-строки в заданном базисе

Найти матрицу преобразования дифференцирования в пространстве многочленов

Найти каноническое уравнение кривой второго порядка, заданной общим уравнением

Найти жорданову форму матрицы

Найти сотую степень матрицы второго порядка

Пример домашнего задания

Дана парабола  $y^2=16x$ . В параболу вписан равнобедренный треугольник, одна из вершин которого совпадает с вершиной параболы. Найти треугольник, если точка пересечения медиан лежит в фокусе параболы

Пример билета на экзамене

1. НОД двух многочленов. Алгоритм Евклида
2. Векторы  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  равны  $\langle 1, 2, 3 \rangle, \langle 2, 0, -1 \rangle, \langle 3, 2, 4 \rangle$ , векторы  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  равны  $\langle -1, 2, -3 \rangle, \langle 3, 1, -1 \rangle, \langle 5, 2, 0 \rangle$ . Найти матрицу перехода  $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)T = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$
3. Если в уравнении кривой  $a_{11}x^2 + xy + x = 1 \quad a_{11} > 0$ , то эта кривая эллипс?

### 7.1. Основная литература:

1. Карчевский, Е. М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. - Казань: Казанский университет, 2011. - 269 с.
2. Ильин, В. А. Линейная алгебра: учебник для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - Изд. 6-е, стер.. - Москва: Физматлит, 2010. - 278 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. - 6-е изд., стер. - М.: Физматлит, 2008. - 280 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2178](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2178)
4. Столов Е.Л. Категория электронных образовательных ресурсов "Алгебра и геометрия", 2013 <http://zilant.kpfu.ru/course/category.php?id=89>
5. Шершнева В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / В.Г. Шершнева. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 168 с. - ISBN-online: 978-5-16-101126-3. <http://www.znanium.com/go.php?id=455245>
6. Карчевский Е.М., Карчевский М.М. Лекции по геометрии и алгебре. Учебное пособие - Казанский федеральный университет, 2011. - Режим доступа: - [http://www.ksu.ru/f9/bin\\_files/G\\_and\\_A\\_lectures.pdf](http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf), свободный. - 222 с.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / И.В.Проскуряков. - 8-е изд.. - М.: Лаб. Базовых Знаний, 2003. - 382 с.
  2. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: Учеб. для студентов физ. спец. и спец. "Прикладная математика" / В.А.Ильин. - 6-е изд., стер.. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 224 с.
  3. Бурмистров Б.Н. Элементы линейной алгебры и аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве: учебное пособие / Б. Н. Бурмистров, Л. Р. Секаева; Казан. гос. ун-т. - Казань: [Изд-во Казан. гос. ун-та], 2009, 81 с.
  4. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. пособие для студ.вузов / Д. В. Беклемишев. - 10-е изд., испр.. - М.: Физматлит, 2003. - 304 с.
  5. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. - ISBN -online: 978-5-16-100523-1.
- ЭБС "ZNANIUM.COM" <http://znanium.com/go.php?id=438021>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Интернет-портал образовательных ресурсов КФУ - <http://www.kfu-elearning.ru/>  
Интернет-портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.math.ru/>  
Интернет-портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.mathnet.ru>  
Интернет-портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.allmath.com/>  
Официальный сайт SciLab - <http://scilab.su/>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Дополнительные главы алгебры и геометрии" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Компьютерный класс с установленным на компьютерах пакетом SciLab

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .



Автор(ы):

Столов Е.Л. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Латыпов Р.Х. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.