

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

### Программа дисциплины

Дополнительные главы математического анализа Б1.В.ОД.5

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Сидоров А.М.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 927217

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Сидоров А.М. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Anatoly.Sidorov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Дополнительные главы математического анализа" являются: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.5 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Дисциплина 'Дополнительные главы математического анализа' входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки бакалавра по направлению 'Прикладная математика и информатика'.

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Дисциплине 'Дополнительные главы математического анализа' предшествует дисциплина 'Математический Анализ'.

Освоение данной дисциплины как предшествующей необходимо при изучении следующих дисциплин:

- Теория вероятностей и математическая статистика;
  - Дифференциальные уравнения;
  - Уравнения математической физики;
  - Численные методы;
- и прочие дисциплины.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, геометрии, алгебры и начал математического анализа;
- основные понятия линейной алгебры;

2. должен уметь:

- производить действия с числами;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- использовать тригонометрические тождества для преобразования тригонометрических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- решать тригонометрические уравнения;
- выполнять геометрические построения;
- доказывать математические утверждения;
- вычислять определители;
- выполнять действия над матрицами;

3. должен владеть:

- приемами вычислений на калькуляторе инженерного типа;
- навыками использования математических справочников.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять на практике основные методы математического анализа.

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.	3		14	0	10	Контрольная работа Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.	3		14	0	11	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	3		15	0	11	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Элементы теории поля.	3		14	0	11	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Ряды и интеграл Фурье	3		15	0	11	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Экзамен Зачет
	Итого			72	0	54	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.

#### **лекционное занятие (14 часа(ов)):**

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано для функций многих переменных. Понятие локального экстремума функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Понятие условного экстремумам функции. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума.

#### **лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Решение задач на нахождение локального экстремума функции. Решение задач на нахождение условного экстремума функции. Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции в области.

### Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.

#### **лекционное занятие (14 часа(ов)):**

Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость по параметру собственного интеграла. Формула Лейбница. Понятие несобственного интеграла, зависящего от параметра. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость несобственного интеграла по параметру. Вычисление интегралов Дирихле и Эйлера-Пуассона. Эйлеровы интегралы.

#### **лабораторная работа (11 часа(ов)):**

Решение задач на нахождение области сходимости интегралов и исследование на равномерную сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Вычисление интегралов путём дифференцирования и интегрирование по параметру. Вычисление интегралов с помощью интегралов Дирихле, Эйлера-Пуассона и бета- и гамма-функций Эйлера.

### Тема 3. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.

#### **лекционное занятие (15 часа(ов)):**

Мера Жордана в  $n$ -мерном пространстве и её свойства. Определение и свойства кратного интеграла Римана. Криволинейные интегралы первого и второго родов и их свойства. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Поверхностные интегралы первого и второго родов и их свойства. Вычисление кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Вычисление площадей и объёмов с помощью двойных и тройных интегралов.

#### **лабораторная работа (11 часа(ов)):**

Вычисление кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Вычисление площадей и объёмов с помощью двойных и тройных интегралов.

### Тема 4. Элементы теории поля.

#### **лекционное занятие (14 часа(ов)):**

Градиент. Дивергенция и вихрь векторного поля. Поток вектора через поверхность. Циркуляция вектора. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса. Соленоидальные и потенциальные векторные поля.

#### **лабораторная работа (11 часа(ов)):**

Решение задач на нахождение основных объектов теории поля.

### Тема 5. Ряды и интеграл Фурье

#### **лекционное занятие (15 часа(ов)):**

Понятие тригонометрического ряда Фурье. Лемма Римана. Формула Дирихле. Сходимость тригонометрического ряда Фурье в точке. Понятие интеграла Фурье. Представление функции в виде интеграла Фурье. Понятие преобразования Фурье и обратного преобразования Фурье.

#### **лабораторная работа (11 часа(ов)):**

Решение задач на разложение функций в тригонометрический ряд Фурье и представление функций интегралом Фурье.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.	3		подготовка домашнего задания	14	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
2.	Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.	3		выполнение домашнего задания	18	письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	3		выполнение домашнего задания	20	письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Элементы теории поля.	3		подготовка домашнего задания выполнение домашнего задания	18	письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Ряды и интеграл Фурье	3		подготовка к контрольной работе подготовка к контрольной работе	16	контрольная работа
	Итого				90	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).
2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом дома (с оценкой).

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Исследование функции на локальный экстремум
  2. Исследование функции на условный локальный экстремум
  3. Нахождение наименьшего и наибольшего значения функции в области
- письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Номера заданий даны по сборнику задач и упражнений по математическому анализу, автор Б.П.Демидович. Экстремум, условный экстремум функции многих переменных. ♦♦ 3622-3646 (четные); 3655-3669 (нечетные)

## **Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Номера заданий даны по сборнику задач и упражнений по математическому анализу, автор Б.П.Демидович. Интегралы, зависящие от параметра. ♦♦ 3790-3820 (четные), 3756-3770 (четные), 3813-3821 (нечетные), 3844-3864 (четные).

## **Тема 3. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Номера заданий даны по сборнику задач и упражнений по математическому анализу, автор Б.П.Демидович. Т Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. ♦♦ 3916-3952 (четные), 3984-3998 (четные), 4007-7033 (нечетные), 4036-4046 (четные), 4076-4092 (четные), 4101-4121 (нечетные), 4221-4241 (нечетные), 4250-4274 (четные), 4279-4291 (нечетные), 4343-4349 (нечетные).

## **Тема 4. Элементы теории поля.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Номера заданий даны по сборнику задач и упражнений по математическому анализу, автор Б.П.Демидович. Элементы теории поля. ♦♦ 4401-4413 (нечетные), 4441-4447 (нечетные).

## **Тема 5. Ряды и интеграл Фурье**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычисление кратного интеграла 2. Вычисление криволинейного интеграла 1 или 2 рода 3. Вычисление поверхностного интеграла 1 рода 4. Вычисление поверхностного интеграла 2 рода  
Разложение функции в ряд Фурье

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано для функций многих переменных. Понятие локального экстремума функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Понятие условного экстремума функции. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума.

Теоремы о непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости собственного интеграла, зависящего от параметра и их обобщения. Понятие равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости, собственном и несобственном интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интеграл Дирихле. Бета- и гамма-функции Эйлера и их свойства. График гамма-функции.

Внутренние и внешние меры Жордана и их свойства. Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства меры Жордана. Свойства множеств, измеримых по Жордану. Приведение измеримых множеств. Теорема об измеримости правильного множества. Теорема о графике. Интегральные суммы Дарбу. Теорема Дарбу-Римана. Свойства кратного интеграла Римана. Первая и вторая теоремы Фубини. Замена переменных в кратном интеграле. Полярная, сферическая и цилиндрическая системы координат. Кривые в n-мерном пространстве. Гладкие кривые. Ориентация кривой. Для на кривой. Касательный вектор. Параметризация с помощью длины дуги кривой. Криволинейные интегралы первого и второго родов и их свойства. Физический смысл криволинейных интегралов первого и второго родов.. Формула Грина. Криволинейные интегралы, не зависящие от пути интегрирования. Гладкая поверхность. Касательная плоскость и нормаль. Ориентация поверхности. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго родов и их свойства.



Градиент. Дивергенция и вихрь векторного поля. Поток вектора через поверхность. Циркуляция вектора. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса. Соленоидальные и потенциальные векторные поля.

Понятие тригонометрического ряда Фурье. Лемма Римана. Формула Дирихле. Сходимость тригонометрического ряда Фурье в точке. Комплексная запись тригонометрического ряда Фурье. Интеграл Фурье.

Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье.

Номера заданий даны по сборнику задач и упражнений по математическому анализу, автор Б.П.Демидович.

Тема 1: Экстремум, условный экстремум функции многих переменных. ♦♦ 3622-3646 (четные); 3655-3669 (нечетные)

Тема 2: Интегралы, зависящие от параметра. ♦♦ 3790-3820 (четные), 3756-3770 (четные), 3813-3821 (нечетные), 3844-3864 (четные).

Тема 3 Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. ♦♦ 3916-3952 (четные), 3984-3998 (четные), 4007-7033 (нечетные), 4036-4046 (четные), 4076-4092 (четные), 4101-4121 (нечетные), 4221-4241 (нечетные), 4250-4274 (четные), 4279-4291 (нечетные), 4343-4349 (нечетные).

Тема 4: Элементы теории поля. ♦♦ 4401-4413 (нечетные), 4441-4447 (нечетные).

Тема 5: Ряды и интеграл Фурье. ♦♦ 2939-2957 (нечетные)

### 7.1. Основная литература:

1. Шерстнев А.Н. Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев. - Изд. 5-е. - Казань : Казанский государственный университет, 2009. - URL: [http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)
2. Сидоров А.М. Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра. [Электронный ресурс] : Учебные пособия. - Казань: КФУ, 2015. - 104 с. - URL: [https://e.lanbook.com/book/72824#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/72824#book_name)
3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 2. - СПб.: Лань, 2008. - 464 с. ЭБС 'Лань': [https://e.lanbook.com/book/411#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/411#book_name)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. - М.: Физматлит, 2009. - 504 с. - URL: [https://e.lanbook.com/book/2227#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/2227#book_name)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://exponenta.ru>  
Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://www.intuit.ru>  
Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algolist.manual.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы математического анализа" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Сидоров А.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.