

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика Б1.Б.7.5

Направление подготовки: 38.03.05 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Миссаров М.Д.

**Рецензент(ы):**

Володин И.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Миссаров М. Д.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 96418

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (доцент) Миссаров М.Д. кафедра анализа данных и исследования операций отделение фундаментальной информатики и информационных технологий, Moukadas.Missarov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями преподавания дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" изучение основных понятий и методов теории вероятностей и знакомство с простейшими задачами математической статистики, формирование вероятностного мышления, обучение студентов навыкам построения вероятностных и статистических моделей.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 38.03.05 Бизнес-информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина "Теория вероятностей и математическая статистика" изучается на втором году обучения в 4 семестре, после изучения курсов по математическому анализу и линейной алгебре. Знания, полученные по этому предмету, используются в курсах " Специальные главы математической статистики", "Управление рисками", "Финансовая математика", "Математические модели логистики", "Анализ данных", "Эконометрика", "Прогнозирование временных рядов", " Эвристические алгоритмы в исследовании операций" и др.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-12 (общекультурные компетенции)	осознает сущность и значение информации в развитии современного общества; владеет основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации
ПК-19 (профессиональные компетенции)	использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования;
ПК-20 (профессиональные компетенции)	использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и теоремы теории вероятностей и простейшие понятия и методы математической статистики.

2. должен уметь:

- строить вероятностные модели систем, подчиняющихся статистическим закономерностям, вычислять вероятности сложных событий и числовые характеристики случайных величин; получать точечные и интервальные оценки параметров распределений и проверять простейшие статические гипотезы.

3. должен владеть:

- методикой построения, анализа и применения вероятностных моделей для решения задач бизнеса и экономики.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

-

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Вероятностное пространство.	4	1-2	8	9	0	Устный опрос Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Условные вероятности и независимость.	4	3	4	6	0	Письменное домашнее задание Устный опрос
3.	Тема 3. Случайные величины и их распределения.	4	4-5	8	6	0	Устный опрос Письменное домашнее задание Контрольная работа
4.	Тема 4. Числовые характеристики случайных величин.	4	6-7	8	6	0	Письменное домашнее задание Устный опрос
5.	Тема 5. Предельные теоремы.	4	8	4	5	0	Устный опрос Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Введение в математическую статистику.	4	9	4	4	0	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	36	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Вероятностное пространство.

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Вероятность и аксиомы Колмогорова. Дискретное вероятностное пространство и классическое определение вероятностей. Элементы комбинаторики. Геометрические вероятности.

#### *практическое занятие (9 часа(ов)):*

Разбор примеров и решение задач по теме Вероятностное пространство.

### Тема 2. Условные вероятности и независимость.

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий. Произведение вероятностных пространств. Схема Бернулли.

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Разбор примеров и решение задач по теме Условные вероятности и независимость.

### Тема 3. Случайные величины и их распределения.

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

Случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Абсолютно непрерывная случайная величина и плотность распределения случайной величины. Многомерные функции распределения, многомерные таблицы и многомерные плотности распределения. Независимость случайных величин. Функции от случайных величин. Сумма независимых случайных величин, свертка распределений.

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Разбор примеров и решение задач по теме Случайные величины и их распределения.

### Тема 4. Числовые характеристики случайных величин.

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. Дисперсия дискретной случайной величины и ее свойства. Математическое ожидание функции от случайной величины. Мультипликативное свойство математических ожиданий. Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины. Биномиальное, пуассоновское, равномерное, нормальное, экспоненциальное распределения и их числовые характеристики. Ковариация и коэффициент корреляции.

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Разбор примеров и решение задач по теме Числовые характеристики случайных величин.

### Тема 5. Предельные теоремы.

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.

#### *практическое занятие (5 часа(ов)):*

Разбор примеров и решение задач по теме Предельные теоремы.

### Тема 6. Введение в математическую статистику.

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Вероятностно-статистическая модель. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма. Выборочные моменты, мода, медиана. Статистика. Несмещенность. Эффективность. Метод максимального правдоподобия. Точечное оценивание параметров гауссовского распределения. Интервальное оценивание параметров гауссовского распределения. Критерий согласия "Хи-квадрат". Проверка сопряженности признаков по критерию "Хи-квадрат".

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Разбор примеров и решение задач по теме Введение в математическую статистику.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Вероятностное пространство.	4	1-2	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	5	устный опрос
2.	Тема 2. Условные вероятности и независимость.	4	3	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	5	устный опрос
3.	Тема 3. Случайные величины и их распределения.	4	4-5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	10	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
4.	Тема 4. Числовые характеристики случайных величин.	4	6-7	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	6	устный опрос
5.	Тема 5. Предельные теоремы.	4	8	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	5	устный опрос
6.	Тема 6. Введение в математическую статистику.	4	9	подготовка к контрольной работе	12	контрольная работа
	Итого				72	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

В соответствии с требованиями ФГОС удельный вес занятий, проводимых в активных и интерактивных формах, составляет не менее 40% аудиторных занятий. В курсе "Теория вероятностей и математическая статистика" практические занятия составляют 70% процентов аудиторных занятий.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Вероятностное пространство.**

домашнее задание , примерные вопросы:

подготовка к практическим занятиям -доработка заданий, выполняемых на практических занятиях

устный опрос , примерные вопросы:

подготовка к устному опросу

### **Тема 2. Условные вероятности и независимость.**

домашнее задание , примерные вопросы:

подготовка к практическим занятиям -доработка заданий, выполняемых на практических занятиях

устный опрос , примерные вопросы:

подготовка к устному опросу

### **Тема 3. Случайные величины и их распределения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

подготовка к практическим занятиям -доработка заданий, выполняемых на практических занятиях

контрольная работа , примерные вопросы:

-выполнение индивидуальных заданий и подготовка к их защите в рамках КСР (задания предусмотрены в учебно-методическом пособии по дисциплине "Теория вероятностей и математическая статистика" для организации индивидуальной работы студентов.

устный опрос , примерные вопросы:

-изучение теоретического лекционного материала, основной и дополнительной литературы  
-самостоятельное изучение отдельных вопросов, не рассматриваемых на лекциях, перечисленных в методической разработке учебной дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" для проведения практических занятий и самостоятельной работы студентов

### **Тема 4. Числовые характеристики случайных величин.**

домашнее задание , примерные вопросы:

подготовка к практическим занятиям -доработка заданий, выполняемых на практических занятиях

устный опрос , примерные вопросы:

-изучение теоретического лекционного материала, основной и дополнительной литературы  
-самостоятельное изучение отдельных вопросов, не рассматриваемых на лекциях, перечисленных в методической разработке учебной дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" для проведения практических занятий и самостоятельной работы студентов

### **Тема 5. Предельные теоремы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

устный опрос , примерные вопросы:

### **Тема 6. Введение в математическую статистику.**

контрольная работа , примерные вопросы:

выполнение индивидуальных заданий и подготовка к их защите в рамках КСР (задания предусмотрены в учебно-методическом пособии по дисциплине "Теория вероятностей и математическая статистика" для организации индивидуальной работы студентов.

### **Тема . Итоговая форма контроля**



### Примерные вопросы к экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена, примерные экзамены по которому приведены в Приложении 1. Текущий контроль осуществляется с помощью контрольных работ.

### Вопросы к экзамену

1. Пространство элементарных событий. Алгебра событий.
2. Вероятность и аксиомы Колмогорова.
3. Дискретное вероятностное пространство и классическое определение вероятностей. Задача о днях рождения.
4. Элементы комбинаторики. Задача о монете.
5. Геометрические вероятности. Задача Бюффона.
6. Условные вероятности. Формула умножения вероятностей.
7. Формула полной вероятности. Задача о разорении.
8. Формула Байеса. Задача о шарах.
9. Независимость событий.
10. Произведение вероятностных пространств. Схема Бернулли.
11. Случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
12. Абсолютно непрерывная случайная величина, плотность распределения случайной величины.
13. Многомерные функции распределения, многомерные таблицы распределения и многомерные плотности распределения. Независимость случайных величин.
14. Функции от случайных величин.
15. Сумма независимых случайных величин, свертка распределений.
16. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.
17. Дисперсия дискретной случайной величины и ее свойства.
18. Математическое ожидание функции от случайной величины. Мультипликативное свойство математических ожиданий.
19. Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины.
20. Биномиальное и равномерное распределения.
21. Пуассоновское и экспоненциальное распределения.
22. Нормальное распределение.
23. Ковариация и коэффициент корреляции.
24. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева.
25. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.
26. Вероятностно-статистическая модель. Выборочные моменты, мода, медиана. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма.
27. Статистика. Несмещенность и эффективность статистики. Метод максимального правдоподобия.

### ОБРАЗЦЫ ЗАДАЧ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

1. 6 ящиков занумерованы числами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить по этим ящикам 20 одинаковых шаров так, чтобы ни один ящик не оказался пустым?
2. В партии, состоящей из  $k$  изделий, имеется  $l$  дефектных. Из партии выбирается для контроля  $r$  изделий. Найти вероятность  $p$  того, что из них ровно  $s$  изделий будут дефектными.
3. На отрезок  $[0, 1]$  наудачу брошено 2 точки, разбившие его на 3 отрезка. Какова вероятность того, что из них можно построить треугольник.
4. Из урны, содержащей  $M$  белых и  $N-M$  черных шаров, один шар неизвестного цвета утерян. Какова вероятность извлечь наудачу из урны белый шар?



5. По  $n$  конвертам случайно разложено  $n$  писем различным адресатам. Найти среднее число людей, получивших адресованные им письма.
6. Известно, что вероятность рождения мальчика приблизительно равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 10 тысяч новорожденных мальчиков будет не больше, чем девочек.
7. Построить пример, показывающий, что из равенства нулю коэффициента корреляции не следует независимость соответствующих случайных величин.
8. Эксперимент состоит в случайном выборе одной из костей домино из полного их набора. Пусть  $x$  - максимальное из числа очков на выбранной кости,  $y$  - сумма очков на выбранной кости. Найдите законы распределения  $x$  и  $y$ . Найдите  $Mx$ ,  $M_y$ ,  $Dx$ ,  $D_y$ . Являются ли  $x$  и  $y$  независимыми случайными величинами?

### 7.1. Основная литература:

1. Гмурман, Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - Москва: Высш. образование, 2007. - 478, [1] с.: ил.; 22 см. (Высшее образование, Основы наук). - Предм. указ.: с. 474-479. - ISBN 978-5-9692-0150-7, 7000.
2. Беговатов, Евгений Александрович. Изучаем законы распределения случайных величин с пакетом Mathematica : учебно-методическое пособие / Е. А. Беговатов, О. А. Кашина, Э. Ю. Лернер ; Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования 'Казан. гос. ун-т' . - Казань : Казанский государственный университет, 2009 . - 35 с.
3. Симушкин С.В. Задачи по теории вероятностей / С.В. Симушкин, Л.Н. Пушкин. - Казань: Изд-во КГУ, 2011. - 222с.
4. Лекции по теории вероятностей и математической статистике: для студентов вузов, обучающихся по спец. 010200 'Приклад. математика и информатика' и по направлению 510200 'Приклад. математика и информатика' / И. Н. Володин; Казанский государственный университет. - Казань, 2006 . - .
5. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Туганбаев А.А., Крупин В.Г. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 320 с. <http://e.lanbook.com/view/book/652/>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Теория вероятностей : учебное пособие / Л. К. Астафьева ; Казан. гос. ун-т . - Казань : Изд-во Казанского государственного университета, 2008 . - 143 с. : табл., граф. ; 21, 100.
2. Математическая статистика: Учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 205 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-009520-2, 500 экз. <http://znanium.com/bookread2.php?book=445667>
3. Теория вероятностей: Учебник / Р.Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 175 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-005312-7, 500 экз. <http://znanium.com/bookread2.php?book=363773>
4. Хуснутдинов, Р.Ш. Сборник задач по курсу теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учебное пособие. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2014. ? 320 с. ? Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=53676](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=53676) ? Загл. с экрана.
5. Бородин, А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учебное пособие. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2011. ? 255 с. ? Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026) ? Загл. с экрана.
6. Горлач, Б.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2013. ? 320 с. ? Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4864](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4864) ? Загл. с экрана.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Интернет-портал образовательных ресурсов КФУ - <http://www.kfu-elearning.ru/>

Сайт - <http://www.alleng.ru/d/math/math321.htm>

Сайт - <http://teorver-online.narod.ru/>

Сайт - [http://www.eiir.ru/books/Teoria\\_veroatnosti.pdf](http://www.eiir.ru/books/Teoria_veroatnosti.pdf)

Электронный образовательный ресурс по дисциплине "Теория вероятностей и математическая статистика" - <http://bars.kfu-elearning.ru/course/view.php?id=729>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 38.03.05 "Бизнес-информатика" и профилю подготовки не предусмотрено .

Автор(ы):

Миссаров М.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Володин И.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.