

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



_____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Аналитическая геометрия Б1.Б.11

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Шурыгин В.В.

Рецензент(ы):

Попов А.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Шурыгин В. В.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 81725216

Казань
2016

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. Кафедра геометрии отделение математики , vadim.shurygin

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Аналитическая геометрия" являются: формирование геометрической культуры студента, начальная подготовка в области алгебраического анализа простейших геометрических объектов, овладение классическим математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.11 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Аналитическая геометрия входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части. Для ее успешного изучения достаточно знаний и умений, приобретенных в средней школе.

Освоение аналитической геометрии является основанием для успешного освоения как дальнейших базовых курсов - линейной алгебры и геометрии, функционального анализа, дифференциальной геометрии, механики, так и специальных курсов, таких как, алгебраическая топология, компьютерная геометрия, риманова геометрия; приобретенные знания будут полезны в научно-исследовательской работе.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|---|
| ОПК-1 (профессиональные компетенции) | готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности |
| ОПК-3 (профессиональные компетенции) | способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе |
| ОПК-4 (профессиональные компетенции) | способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем |
| ПК-10 (профессиональные компетенции) | способностью к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом специфики предметной области в образовательных |
| ПК-11 (профессиональные компетенции) | способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики |
| ПК-3 (профессиональные компетенции) | способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата |

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|--|--|
| ПК-5 (профессиональные компетенции) | способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач |
| ПК-7 (профессиональные компетенции) | способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании геометрических объектов и явлений.

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области геометрии трехмерного евклидова (аффинного) пространства и проективной плоскости, доказывать утверждения.

3. должен владеть:

математическим аппаратом аналитической геометрии, аналитическими методами исследования геометрических объектов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1) Знать: основные понятия аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании геометрических объектов и явлений.

2) Уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области геометрии трехмерного евклидова (аффинного) пространства и проективной плоскости, доказывать утверждения.

3) Владеть: математическим аппаратом аналитической геометрии, аналитическими методами исследования геометрических объектов.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) 288 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 1. | Тема 1. Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор. | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 2. | Тема 2. Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Свободные векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Векторное пространство. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и координаты вектора. Линейные операции в координатах. Линейные отображения. Композиции линейных отображений. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Простое отношение трех точек на прямой. Аффинное пространство. Плоскости в аффинном пространстве. | 1 | 1-3 | 5 | 0 | 5 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 3. | Тема 3. Скалярное и косоое произведения векторов. Проекция векторов на плоскость и прямую как линейные отображения. Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Скалярное произведение и его свойства. Ортонормированные базисы и прямоугольные системы координат. Формулы для вычисления скалярного произведения векторов, модуля вектора, угла между векторами, расстояния между точками в аффинной и прямоугольной системах координат. | 1 | 4 | 2 | 0 | 2 | письменное домашнее задание |
| 4. | Тема 4. Евклидово векторное и евклидово аффинное пространства. Прямоугольная система координат на плоскости, вектор $e(\phi)$. | 1 | 5 | 2 | 0 | 2 | письменное домашнее задание |
| 5. | Тема 5. Операция поворота вектора на угол альфа и ее свойства. Косоое произведение векторов и его свойства. Формулы для вычисления косоого произведения векторов в аффинной и прямоугольной системах координат. Площадь треугольника. | 1 | 6 | 2 | 0 | 2 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 6. | Тема 6. Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости. Направляющий вектор прямой. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Общее уравнение прямой. Условие параллельности вектора и прямой. Взаимное расположение двух точек относительно прямой. Взаимное расположение двух прямых. Пучки прямых. Прямая на евклидовой плоскости. Нормальный вектор прямой. Уравнения прямой в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. | 1 | 7-10 | 8 | 0 | 8 | контрольная работа письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 7. | Тема 7. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Фокальные радиусы. Параметрические уравнения. Эксцентриситет. Директрисы и их свойства. Подобие кривых с одинаковым эксцентриситетом. Пересечение кривой и прямой. Диаметр, сопряженный хордам данного направления. Сопряженные направления. Главные направления. Касательные. Фокальные (оптические) свойства. Софокусные кривые. Уравнение гиперболы, отнесенной к асимптотам. Полярные уравнения кривых. | 1 | 11-13 | 5 | 0 | 5 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 8. | Тема 8. Преобразования систем координат. Репер и аффинная система координат в аффинном пространстве. Преобразование аффинной системы координат. Ориентация аффинного пространства. Ортонормированный репер и прямоугольная система координат в евклидовом аффинном пространстве. Преобразование прямоугольных систем координат. Ортогональные матрицы. | 1 | 13-15 | 5 | 0 | 5 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 9. | Тема 9. Векторное и смешанное произведения. Векторное произведение и его свойства. Площадь треугольника в пространстве. Формулы для вычисления векторного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Смешанное произведение векторов и его свойства. Формулы для вычисления смешанного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Векторные тождества. Соотношения между сторонами и углами сферических треугольников. | 1 | 16-18 | 6 | 0 | 6 | контрольная работа письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 10. | Тема 10. Прямая линия и плоскость в пространстве. Пространство линейных функций на векторном пространстве. Сопряженный базис. Аннулятор подпространства. Способы задания подпространства в векторном пространстве. Плоскость в трехмерном аффинном пространстве. Направляющее подпространство плоскости. Условие параллельности вектора и плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Прямая в трехмерном аффинном пространстве. Различные виды уравнений прямой. Взаимное расположение двух точек относительно плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Пучок плоскостей. Взаимное расположение трех плоскостей. Связка плоскостей. Взаимное расположение двух прямых. | 2 | 1-3 | 6 | 0 | 6 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 11. | <p>Тема 11. Взаимное расположение прямой и плоскости. Сопряженное пространство евклидова векторного пространства. Ортогональное дополнение подпространства. Нормальный вектор плоскости в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Уравнения плоскости в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.</p> | 2 | 4-6 | 6 | 0 | 6 | <p>контрольная работа письменное домашнее задание</p> |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 12. | Тема 12. Аффинные и изометрические преобразования (движения). Аффинные отображения. Уравнения аффинных отображений. Изоморфизм аффинных пространств. Группа аффинных преобразований аффинного пространства. Изоморфизм евклидовых аффинных пространств. Группа движений евклидова аффинного пространства. Уравнения движения в прямоугольной системе координат. Сохранение отношения площадей и объемов при аффинных преобразованиях евклидова пространства. | 2 | 7-9 | 6 | 0 | 6 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 13. | Тема 13. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка. Поверхности второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве, заданные каноническими уравнениями. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида. Асимптотические конусы гиперболоидов. Гиперповерхность второго порядка в аффинном пространстве. Преобразование коэффициентов уравнения гиперповерхности второго порядка при замене репера. Квадратичные формы, ассоциированные с уравнением гиперповерхности. Аффинные инварианты уравнения гиперповерхности второго порядка. | 2 | 10-11 | 4 | 0 | 4 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 14. | <p>Тема 14. Пересечение гиперповерхности с прямой. Асимптотические направления. Центр. Уравнение гиперповерхности второго порядка относительно репера, начало которого находится в центре гиперповерхности. Диаметральные гиперплоскости. Сопряженность направлений относительно гиперповерхности второго порядка. Касательная гиперплоскость. Уравнения касательных плоскостей с поверхностям второго порядка, заданным каноническими уравнениями. Классификация кривых второго порядка на аффинной и евклидовой плоскостях. Классификация поверхностей второго порядка в аффинном и евклидовом трехмерных пространствах.</p> | 2 | 12-13 | 4 | 0 | 4 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 15. | Тема 15. Проективное пространство. Проективное пространство. Проективный репер. Прямые, плоскости и гиперповерхности проективного пространства. Группа проективных преобразований. Двойственное проективное пространство. Аффинные карты. Однородные координаты. Инцидентность. Теорема Дезарга. Проективная классификация кривых и поверхностей второго порядка. | 2 | 14-17 | 8 | 0 | 8 | контрольная работа письменное домашнее задание |
| | Тема . Итоговая форма контроля | 1 | | 0 | 0 | 0 | зачет |
| | Тема . Итоговая форма контроля | 2 | | 0 | 0 | 0 | экзамен |
| | Итого | | | 70 | 0 | 70 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор.

лабораторная работа (1 часа(ов)):

Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор.

Тема 2. Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве.

Свободные векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Векторное пространство. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и координаты вектора. Линейные операции в координатах. Линейные отображения. Композиции линейных отображений. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Простое отношение трех точек на прямой. Аффинное пространство. Плоскости в аффинном пространстве.

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Свободные векторы. Векторное пространство. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и координаты вектора. Линейные операции в координатах. Линейные отображения. Композиции линейных отображений. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Аффинное пространство. Плоскости в аффинном пространстве.

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Линейные операции над векторами и их свойства. Простое отношение трех точек на прямой. Аффинное пространство. Линейные операции в координатах.

Тема 3. Скалярное и косое произведения векторов. Проекция векторов на плоскость и прямую как линейные отображения. Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Скалярное произведение и его свойства. Ортонормированные базисы и прямоугольные системы координат. Формулы для вычисления скалярного произведения векторов, модуля вектора, угла между векторами, расстояния между точками в аффинной и прямоугольной системах координат.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Скалярное и косое произведения векторов. Проекция векторов на плоскость и прямую как линейные отображения. Скалярное произведение и его свойства. Ортонормированные базисы и прямоугольные системы координат.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Формулы для вычисления скалярного произведения векторов, модуля вектора, угла между векторами, расстояния между точками в аффинной и прямоугольной системах координат.

Тема 4. Евклидово векторное и евклидово аффинное пространства. Прямоугольная система координат на плоскости, вектор $e(\phi)$.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Евклидово векторное и евклидово аффинное пространства.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Прямоугольная система координат на плоскости, вектор $e(\phi)$.

Тема 5. Операция поворота вектора на угол альфа и ее свойства. Косое произведение векторов и его свойства. Формулы для вычисления косого произведения векторов в аффинной и прямоугольной системах координат. Площадь треугольника.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Операция поворота вектора на угол альфа и ее свойства. Косое произведение векторов и его свойства.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Формулы для вычисления косого произведения векторов в аффинной и прямоугольной системах координат. Площадь треугольника.

Тема 6. Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости. Направляющий вектор прямой. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Общее уравнение прямой. Условие параллельности вектора и прямой. Взаимное расположение двух точек относительно прямой. Взаимное расположение двух прямых. Пучки прямых. Прямая на евклидовой плоскости. Нормальный вектор прямой. Уравнения прямой в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости. Направляющий вектор прямой. Взаимное расположение двух точек относительно прямой. Взаимное расположение двух прямых. Пучки прямых. Прямая на евклидовой плоскости. Нормальный вектор прямой. Уравнения прямой в прямоугольной системе координат.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Различные виды уравнений прямой на плоскости. Общее уравнение прямой. Условие параллельности вектора и прямой. Уравнения прямой в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.

Тема 7. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Фокальные радиусы. Параметрические уравнения. Эксцентриситет. Директрисы и их свойства. Подобие кривых с одинаковым эксцентриситетом. Пересечение кривой и прямой. Диаметр, сопряженный хордам данного направления. Сопряженные направления. Главные направления. Касательные. Фокальные (оптические) свойства. Софокусные кривые. Уравнение гиперболы, отнесенной к асимптотам. Полярные уравнения кривых.

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Фокальные радиусы. Эксцентриситет. Подобие кривых с одинаковым эксцентриситетом. Пересечение кривой и прямой. Диаметр, сопряженный хордам данного направления. Главные направления. Касательные. Фокальные (оптические) свойства. Полярные уравнения кривых.

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Параметрические уравнения. Директрисы и их свойства. Пересечение кривой и прямой. Сопряженные направления. Касательные. Софокусные кривые. Уравнение гиперболы, отнесенной к асимптотам.

Тема 8. Преобразования систем координат. Репер и аффинная система координат в аффинном пространстве. Преобразование аффинной системы координат. Ориентация аффинного пространства. Ортонормированный репер и прямоугольная система координат в евклидовом аффинном пространстве. Преобразование прямоугольных систем координат. Ортогональные матрицы.

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Преобразования систем координат. Репер и аффинная система координат в аффинном пространстве. Преобразование аффинной системы координат. Ориентация аффинного пространства. Ортогональные матрицы

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Ортонормированный репер и прямоугольная система координат в евклидовом аффинном пространстве. Преобразование прямоугольных систем координат.

Тема 9. Векторное и смешанное произведения. Векторное произведение и его свойства. Площадь треугольника в пространстве. Формулы для вычисления векторного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Смешанное произведение векторов и его свойства. Формулы для вычисления смешанного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Векторные тождества. Соотношения между сторонами и углами сферических треугольников.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Векторное и смешанное произведения. Формулы для вычисления векторного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Смешанное произведение векторов и его свойства. Векторные тождества. Соотношения между сторонами и углами сферических треугольников.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Векторное произведение и его свойства. Площадь треугольника в пространстве. Формулы для вычисления векторного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Формулы для вычисления смешанного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат.

Тема 10. Прямая линия и плоскость в пространстве. Пространство линейных функций на векторном пространстве. Сопряженный базис. Аннулятор подпространства. Способы задания подпространства в векторном пространстве. Плоскость в трехмерном аффинном пространстве. Направляющее подпространство плоскости. Условие параллельности вектора и плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Прямая в трехмерном аффинном пространстве. Различные виды уравнений прямой. Взаимное расположение двух точек относительно плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Пучок плоскостей. Взаимное расположение трех плоскостей. Связка плоскостей. Взаимное расположение двух прямых.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Прямая линия и плоскость в пространстве. Пространство линейных функций на векторном пространстве. Сопряженный базис. Аннулятор подпространства. Способы задания подпространства в векторном пространстве. Прямая в трехмерном аффинном пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей. Пучок плоскостей. Взаимное расположение трех плоскостей. Связка плоскостей. Взаимное расположение двух прямых.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Плоскость в трехмерном аффинном пространстве. Направляющее подпространство плоскости. Условие параллельности вектора и плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Различные виды уравнений прямой. Взаимное расположение двух точек относительно плоскости.

Тема 11. Взаимное расположение прямой и плоскости. Сопряженное пространство евклидова векторного пространства. Ортогональное дополнение подпространства. Нормальный вектор плоскости в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Уравнения плоскости в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Взаимное расположение прямой и плоскости. Сопряженное пространство евклидова векторного пространства. Ортогональное дополнение подпространства. Нормальное уравнение плоскости. Прямая в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Нормальный вектор плоскости в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Уравнения плоскости в прямоугольной системе координат. Уравнения плоскости в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Тема 12. Аффинные и изометрические преобразования (движения). Аффинные отображения. Уравнения аффинных отображений. Изоморфизм аффинных пространств. Группа аффинных преобразований аффинного пространства. Изоморфизм евклидовых аффинных пространств. Группа движений евклидова аффинного пространства. Уравнения движения в прямоугольной системе координат. Сохранение отношения площадей и объемов при аффинных преобразованиях евклидова пространства.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Аффинные и изометрические преобразования (движения). Аффинные отображения. Изоморфизм аффинных пространств. Группа аффинных преобразований аффинного пространства. Изоморфизм евклидовых аффинных пространств. Группа движений евклидова аффинного пространства.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Уравнения аффинных отображений. Уравнения движения в прямоугольной системе координат. Сохранение отношения площадей и объемов при аффинных преобразованиях евклидова пространства.

Тема 13. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка. Поверхности второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве, заданные каноническими уравнениями. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида. Асимптотические конусы гиперболоидов. Гиперповерхность второго порядка в аффинном пространстве. Преобразование коэффициентов уравнения гиперповерхности второго порядка при замене репера. Квадратичные формы, ассоциированные с уравнением гиперповерхности. Аффинные инварианты уравнения гиперповерхности второго порядка.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Общая теория кривых и поверхностей второго порядка. Асимптотические конусы гиперboloидов. Гиперповерхность второго порядка в аффинном пространстве. Преобразование коэффициентов уравнения гиперповерхности второго порядка при замене репера. Квадратичные формы, ассоциированные с уравнением гиперповерхности.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Поверхности второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве, заданные каноническими уравнениями. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида. Аффинные инварианты уравнения гиперповерхности второго порядка.

Тема 14. Пересечение гиперповерхности с прямой. Асимптотические направления. Центр. Уравнение гиперповерхности второго порядка относительно репера, начало которого находится в центре гиперповерхности. Диаметральные гиперплоскости. Сопряженность направлений относительно гиперповерхности второго порядка. Касательная гиперплоскость. Уравнения касательных плоскостей с поверхностям второго порядка, заданным каноническими уравнениями. Классификация кривых второго порядка на аффинной и евклидовой плоскостях. Классификация поверхностей второго порядка в аффинном и евклидовом трехмерных пространствах.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Пересечение гиперповерхности с прямой. Асимптотические направления. Центр. Диаметральные гиперплоскости. Сопряженность направлений относительно гиперповерхности второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка в аффинном и евклидовом трехмерных пространствах.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Центр. Уравнение гиперповерхности второго порядка относительно репера, начало которого находится в центре гиперповерхности. Диаметральные гиперплоскости. Касательная гиперплоскость. Уравнения касательных плоскостей с поверхностям второго порядка, заданным каноническими уравнениями.

Тема 15. Проективное пространство. Проективное пространство. Проективный репер. Прямые, плоскости и гиперповерхности проективного пространства. Группа проективных преобразований. Двойственное проективное пространство. Аффинные карты. Однородные координаты. Инцидентность. Теорема Дезарга. Проективная классификация кривых и поверхностей второго порядка.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Проективное пространство. Проективное пространство. Проективный репер. Прямые, плоскости и гиперповерхности проективного пространства. Аффинные карты. Однородные координаты. Теорема Дезарга.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Прямые, плоскости и гиперповерхности проективного пространства. Группа проективных преобразований. Однородные координаты. Инцидентность. Проективная классификация кривых и поверхностей второго порядка.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоёмкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 2. | Тема 2. Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Свободные векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Векторное пространство. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и координаты вектора. Линейные операции в координатах. Линейные отображения. Композиции линейных отображений. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Простое отношение трех точек на прямой. Аффинное пространство. Плоскости в аффинном пространстве. | 1 | 1-3 | подготовка домашнего задания | 8 | домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 3. | Тема 3. Скалярное и косоое произведения векторов. Проекция векторов на плоскость и прямую как линейные отображения. Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Скалярное произведение и его свойства. Ортонормированные базисы и прямоугольные системы координат. Формулы для вычисления скалярного произведения векторов, модуля вектора, угла между векторами, расстояния между точками в аффинной и прямоугольной системах координат. | 1 | 4 | подготовка домашнего задания | 8 | домашнее задание |
| 4. | Тема 4. Евклидово векторное и евклидово аффинное пространство. Прямоугольная система координат на плоскости, вектор $e(\phi)$. | 1 | 5 | подготовка домашнего задания | 8 | домашнее задание |
| 5. | Тема 5. Операция поворота вектора на угол альфа и ее свойства. Косоое произведение векторов и его свойства. Формулы для вычисления косоого произведения векторов в аффинной и прямоугольной системах координат. Площадь треугольника. | 1 | 6 | подготовка домашнего задания | 8 | домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 6. | <p>Тема 6. Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости. Направляющий вектор прямой. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Общее уравнение прямой. Условие параллельности вектора и прямой. Взаимное расположение двух точек относительно прямой. Взаимное расположение двух прямых. Пучки прямых. Прямая на евклидовой плоскости. Нормальный вектор прямой. Уравнения прямой в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.</p> | 1 | 7-10 | подготовка домашнего задания | 8 | домашнее задание |
| | | | | подготовка к контрольной работе | 4 | контрольная работа |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 7. | Тема 7. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Фокальные радиусы. Параметрические уравнения. Эксцентриситет. Директрисы и их свойства. Подобие кривых с одинаковым эксцентриситетом. Пересечение кривой и прямой. Диаметр, сопряженный хордам данного направления. Сопряженные направления. Главные направления. Касательные. Фокальные (оптические) свойства. Софокусные кривые. Уравнение гиперболы, отнесенной к асимптотам. Полярные уравнения кривых. | 1 | 11-13 | подготовка домашнего задания | 10 | домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 8. | Тема 8. Преобразования систем координат. Репер и аффинная система координат в аффинном пространстве. Преобразование аффинной системы координат. Ориентация аффинного пространства. Ортонормированный репер и прямоугольная система координат в евклидовом аффинном пространстве. Преобразование прямоугольных систем координат. Ортогональные матрицы. | 1 | 13-15 | подготовка домашнего задания | 10 | домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 9. | Тема 9. Векторное и смешанное произведения. Векторное произведение и его свойства. Площадь треугольника в пространстве. Формулы для вычисления векторного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Смешанное произведение векторов и его свойства. Формулы для вычисления смешанного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Векторные тождества. Соотношения между сторонами и углами сферических треугольников. | 1 | 16-18 | подготовка домашнего задания | 6 | домашнее задание |
| | | | | подготовка к контрольной работе | 4 | контрольная работа |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|---|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 10. | Тема 10. Прямая линия и плоскость в пространстве. Пространство линейных функций на векторном пространстве. Сопряженный базис. Аннулятор подпространства. Способы задания подпространства в векторном пространстве. Плоскость в трехмерном аффинном пространстве. Направляющее подпространство плоскости. Условие параллельности вектора и плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Прямая в трехмерном аффинном пространстве. Различные виды уравнений прямой. Взаимное расположение двух точек относительно плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Пучок плоскостей. Взаимное расположение трех плоскостей. Связка плоскостей. Взаимное расположение двух прямых. | 2 | 1-3 | подготовка домашнего задания | 6 | домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|---|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 11. | <p>Тема 11. Взаимное расположение прямой и плоскости. Сопряженное пространство евклидова векторного пространства. Ортогональное дополнение подпространства. Нормальный вектор плоскости в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Уравнения плоскости в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.</p> | 2 | 4-6 | подготовка домашнего задания | 4 | домашнее задание |
| | | | | подготовка к контрольной работе | 2 | контрольная работа |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 12. | Тема 12. Аффинные и изометрические преобразования (движения). Аффинные отображения. Уравнения аффинных отображений. Изоморфизм аффинных пространств. Группа аффинных преобразований аффинного пространства. Изоморфизм евклидовых аффинных пространств. Группа движений евклидова аффинного пространства. Уравнения движения в прямоугольной системе координат. Сохранение отношения площадей и объемов при аффинных преобразованиях евклидова пространства. | 2 | 7-9 | подготовка домашнего задания | 6 | домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|---|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 13. | <p>Тема 13. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка. Поверхности второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве, заданные каноническими уравнениями. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида. Асимптотические конусы гиперболоидов.</p> <p>Гиперповерхность второго порядка в аффинном пространстве. Преобразование коэффициентов уравнения гиперповерхности второго порядка при замене репера. Квадратичные формы, ассоциированные с уравнением гиперповерхности. Аффинные инварианты уравнения гиперповерхности второго порядка.</p> | 2 | 10-11 | подготовка домашнего задания | 6 | домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 14. | <p>Тема 14. Пересечение гиперповерхности с прямой. Асимптотические направления. Центр. Уравнение гиперповерхности второго порядка относительно репера, начало которого находится в центре гиперповерхности. Диаметральные гиперплоскости. Сопряженность направлений относительно гиперповерхности второго порядка. Касательная гиперплоскость. Уравнения касательных плоскостей с поверхностям второго порядка, заданным каноническими уравнениями. Классификация кривых второго порядка на аффинной и евклидовой плоскостях. Классификация поверхностей второго порядка в аффинном и евклидовом трехмерных пространствах.</p> | 2 | 12-13 | подготовка домашнего задания | 6 | домашнее задание |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-------|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 15. | Тема 15. Проективное пространство. Проективное пространство. Проективный репер. Прямые, плоскости и гиперповерхности проективного пространства. Группа проективных преобразований. Двойственное проективное пространство. | 2 | 14-17 | подготовка домашнего задания | 4 | домашнее задание |
| | Аффинные карты. Однородные координаты. Инцидентность. Теорема Дезарга. Проективная классификация кривых и поверхностей второго порядка. | | | подготовка к контрольной работе | 4 | контрольная работа |
| Итого | | | | | 112 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы проведения занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор.

Тема 2. Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве.

Свободные векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Векторное пространство. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и координаты вектора. Линейные операции в координатах. Линейные отображения. Композиции линейных отображений. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Простое отношение трех точек на прямой. Аффинное пространство. Плоскости в аффинном пространстве.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 3. Скалярное и косое произведения векторов. Проекция векторов на плоскость и прямую как линейные отображения. Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Скалярное произведение и его свойства. Ортонормированные базисы и прямоугольные системы координат. Формулы для вычисления скалярного произведения векторов, модуля вектора, угла между векторами, расстояния между точками в аффинной и прямоугольной системах координат.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 4. Евклидово векторное и евклидово аффинное пространства. Прямоугольная система координат на плоскости, вектор $e(\phi)$.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 5. Операция поворота вектора на угол альфа и ее свойства. Косое произведение векторов и его свойства. Формулы для вычисления косого произведения векторов в аффинной и прямоугольной системах координат. Площадь треугольника.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 6. Прямая линия на плоскости. Прямая линия на аффинной плоскости. Направляющий вектор прямой. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Общее уравнение прямой. Условие параллельности вектора и прямой. Взаимное расположение двух точек относительно прямой. Взаимное расположение двух прямых. Пучки прямых. Прямая на евклидовой плоскости. Нормальный вектор прямой. Уравнения прямой в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа ♦1. 1. ABCD - параллелограмм. Точки M и N делят сторону BC на три равные части. В системе координат с началом в точке N и векторами базиса $e=NA$ и $f=NC$ найти: 1) координаты точки D; 2) координаты точки O - точки пересечения диагоналей параллелограмма. 2. В треугольнике ABC точка E - середина BC. Медиана AE продолжена до диагонали AF параллелограмма ABFC. Известны: $A(2;-1)$, $E(9;2)$, $B(10;0)$. Составить уравнения прямых: 1) AF, 2) FC, 3) FH, перпендикулярной AB, 4) биссектрисы угла BCA. 3. На прямой $x=2+2t$, $y=t$ найти точки, находящиеся на расстоянии 5 от прямой $x+3y-6=0$. 4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x-5y+3=0$ и $x+y+7=0$ и точку $A(3;-2)$. 5. Даны две системы координат Oxy и $O'x'y'$. Координаты x и y произвольной точки относительно первой системы выражаются через ее координаты относительно второй системы по формулам: $x=2x'-2y'+3$; $y=-3x'+y'-1$. Найти координаты начала второй системы и единичных векторов ее осей относительно первой системы и координаты начала первой системы относительно второй системы.

Тема 7. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Фокальные радиусы. Параметрические уравнения. Эксцентриситет. Директрисы и их свойства. Подобие кривых с одинаковым эксцентриситетом. Пересечение кривой и прямой. Диаметр, сопряженный хордам данного направления. Сопряженные направления. Главные направления. Касательные. Фокальные (оптические) свойства. Софокусные кривые. Уравнение гиперболы, отнесенной к асимптотам. Полярные уравнения кривых.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 8. Преобразования систем координат. Репер и аффинная система координат в аффинном пространстве. Преобразование аффинной системы координат. Ориентация аффинного пространства. Ортонормированный репер и прямоугольная система координат в евклидовом аффинном пространстве. Преобразование прямоугольных систем координат. Ортогональные матрицы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 9. Векторное и смешанное произведения. Векторное произведение и его свойства. Площадь треугольника в пространстве. Формулы для вычисления векторного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Смешанное произведение векторов и его свойства. Формулы для вычисления смешанного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат. Векторные тождества. Соотношения между сторонами и углами сферических треугольников.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа ♦2. 1. К параболе $y^2=40x$ провести касательную параллельно прямой $4x+4y-7=0$. 2. Составить уравнение диаметра эллипса $x^2/25+y^2/16=1$, сопряженного хордам, параллельным прямой $x-5y+17=0$. 3. Составить уравнение гиперболы, оси которой совпадают с осями координат, зная, что расстояние между вершинами равно 30, а расстояние между фокусами равно 34. После этого через левый фокус провести прямые, перпендикулярные асимптотам. 4. Найти длину высоты BH треугольника ABC , где $A(2;-1;8)$, $B(4;3;5)$, $C(4;1;7)$. 5. Доказать, что четырехугольник $ABCD$ плоский, и, считая далее известным, что он выпуклый, найти его площадь. $A(-1;0;1)$, $B(-2;3;2)$, $C(2;-1;2)$, $D(1;-2;1)$.

Тема 10. Прямая линия и плоскость в пространстве. Пространство линейных функций на векторном пространстве. Сопряженный базис. Аннулятор подпространства. Способы задания подпространства в векторном пространстве. Плоскость в трехмерном аффинном пространстве. Направляющее подпространство плоскости. Условие параллельности вектора и плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Прямая в трехмерном аффинном пространстве. Различные виды уравнений прямой. Взаимное расположение двух точек относительно плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Пучок плоскостей. Взаимное расположение трех плоскостей. Связка плоскостей. Взаимное расположение двух прямых.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 11. Взаимное расположение прямой и плоскости. Сопряженное пространство евклидова векторного пространства. Ортогональное дополнение подпространства. Нормальный вектор плоскости в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Уравнения плоскости в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в трехмерном евклидовом аффинном пространстве. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа ♦3. 1. Составить уравнение кругового цилиндра радиуса 4 с осью $x=2+t$, $y=-1+3t$, $z=-t$. 2. Как расположена прямая $l: (x-1):(-2)=(y+2):3=(z-3):3$ относительно гиперboloида $\Phi: x^2/2+y^2/9-z^2/3=1$? 3. а) Найти какое-либо аффинное преобразование плоскости, которое ось Ox переводит в прямую $2x+3y+3=0$, ось Oy переводит в прямую $x+y+4=0$. б) Найти аффинное преобразование, которое дополнительно переводит точку $(1;1)$ в точку $(8;1)$. 4. а) Как расположены плоскости $\pi: r = \{2;1-2\}+t\{1;1;2\}+s\{0;1;1\}$ и $\tau: x+y+z+5=0$ одна относительно другой? б) Опустить перпендикуляр из начала координат на плоскость τ .

Тема 12. Аффинные и изометрические преобразования (движения). Аффинные отображения. Уравнения аффинных отображений. Изоморфизм аффинных пространств. Группа аффинных преобразований аффинного пространства. Изоморфизм евклидовых аффинных пространств. Группа движений евклидова аффинного пространства. Уравнения движения в прямоугольной системе координат. Сохранение отношения площадей и объемов при аффинных преобразованиях евклидова пространства.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 13. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка. Поверхности второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве, заданные каноническими уравнениями. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида. Асимптотические конусы гиперболоидов. Гиперповерхность второго порядка в аффинном пространстве. Преобразование коэффициентов уравнения гиперповерхности второго порядка при замене репера. Квадратичные формы, ассоциированные с уравнением гиперповерхности. Аффинные инварианты уравнения гиперповерхности второго порядка.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 14. Пересечение гиперповерхности с прямой. Асимптотические направления. Центр. Уравнение гиперповерхности второго порядка относительно репера, начало которого находится в центре гиперповерхности. Диаметральные гиперплоскости. Сопряженность направлений относительно гиперповерхности второго порядка. Касательная гиперплоскость. Уравнения касательных плоскостей с поверхностям второго порядка, заданным каноническими уравнениями. Классификация кривых второго порядка на аффинной и евклидовой плоскостях. Классификация поверхностей второго порядка в аффинном и евклидовом трехмерных пространствах.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

Тема 15. Проективное пространство. Проективное пространство. Проективный репер. Прямые, плоскости и гиперповерхности проективного пространства. Группа проективных преобразований. Двойственное проективное пространство. Аффинные карты. Однородные координаты. Инцидентность. Теорема Дезарга. Проективная классификация кривых и поверхностей второго порядка.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам, пройденным на практическом занятии

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа ♦4. 1. Какая поверхность в аффинном пространстве задается уравнением $x^2+y^2-z^2=-1$? Изобразить эту поверхность на рисунке. 2. Найти а) каноническое уравнение и б) каноническую систему координат для кривой $5x^2+6xy+5y^2-16x-16y-16=0$ на евклидовой плоскости. 3. Доказать, что уравнение $3x^2+7xy+4y^2+5x+2y-6=0$ задает гиперболу на аффинной плоскости. Найти асимптоты этой гиперболы. 4. Составить (общее) уравнение прямой на проективной плоскости, проходящей через точки $A[1:-1:-3]$ и $B[5:5:1]$. 5. В аффинном пространстве задана поверхность с уравнением $xu+yz=2x$. а) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности в точке $(1;1;1)$. б) Определить, к какому типу по аффинной классификации относится эта поверхность. Привести рисунок.

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В каждом семестре проводится по 2 контрольные работы (на семинарах). В каждой группе, как правило, дается несколько вариантов одной и той же работы. Ниже приводятся образцы вариантов контрольных работ. Самостоятельное изучение предмета осуществляется студентами по учебнику П.С.Александрова "Курс аналитической геометрии и линейной алгебры", по учебным пособиям В.В.Шурыгина "Аналитическая геометрия", части I-III. Первая часть имеется в печатном виде. Вторая и третья в электронном на сайте КФУ. Задачи для решения берутся из задачник К.Б.Игудесмана "Задачи по аналитической геометрии", части 1 и 2, а также из задачник С.В. Бахвалова, П.С. Моденова и А.С. Пархоменко и О.Н. Цубербиллер. (см. список основной литературы).

Пример билета на зачете в формате LaTeX.

$\{\bf 1.\}$ $(6+6=12 \text{ баллов})$

Эллипс (гипербола или парабола)

{\bf a)} Определение. Каноническое уравнение, рисунок, фокусы.

{\bf b)} Директрисы и их свойства, касательная.

{\bf 2.} (20=4+4+4+4+4)

Дан треугольник ABC с вершинами

$A(-5;3)$, $B(5;-2)$ и $C(0;3)$.

{\bf a)} Вычислить площадь треугольника ABC . \quad

{\bf b)} Составить уравнение высоты AM и

найти ее направляющий вектор. \quad

{\bf c)} Составить уравнение стороны BC . \quad

{\bf d)} Найти длину высоты AM . \quad

{\bf e)} Составить уравнение медианы AN .

{\bf 3.} (4)

Через точку $F(11;3)$ провести прямую параллельную (перпендикулярную) прямой

\par

\noindent

$5x-9y+13=0$.

{\bf 4.} (4+3)

Скалярное произведение векторов. {\bf a)} Определение.

Формула для вычисления скалярного произведения в прямоугольной

системе координат. {\bf b)}

Вычислить угол между векторами $\{\bf a\}=\{3;-4;-5\}$ и $\{\bf b\}=\{-2;5;-4\}$.

{\bf 5.} (4)

Найти угол между прямыми $7x-2y+3=0$ и

$2x+3y-12=0$.

(Вариант: найти расстояние от точки $A(-2;3)$ до прямой $2x+3y-12=0$)

{\bf 6.} (3+2+2) {\bf a)} Определение смешанного (Вариант: векторного) произведения векторов.

Вычислить смешанное произведение векторов $\{\bf a\}=\{1;1;2\}$, $\{\bf b\}=\{2;1;0\}$

и $\{\bf c\}=\{0;1;2\}$, заданных координатами в правой прямоугольной системе координат

(Вариант: Вычислить векторное произведение векторов

$\{\bf a\}$ и $\{\bf b\}$).

{\bf b)} Вычислить объем параллелепипеда, построенного на

этих векторах.

(Вариант: Вычислить площадь параллелограмма, построенного на

этих векторах). {\bf c)} Правую или левую тройку образуют эти векторы?

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (семестр 2) в формате LaTeX.

1. Пространство V^*_n линейных функций на векторном пространстве

V_n . Сопряженный базис в V^*_n .

\par

2.

Аннулятор подпространства $L_m \subset V_n$. Способы задания

подпространства $L_m \subset V_n$.

\par

3. Аффинное пространство \mathcal{A}_n . Репер, координаты точек и векторов.

\par

4. Плоскость в трехмерном аффинном пространстве \mathcal{A}_3 .

Направляющее подпространство плоскости. Условия параллельности вектора и плоскости.

\par

5. Уравнения плоскости в \mathcal{A}_3 .

\par

6. Уравнения прямой линии в трехмерном аффинном пространстве \mathcal{A}_3 .

Простое отношение трех точек на прямой.

\par

7. Взаимное расположение двух точек относительно плоскости в \mathcal{A}_3 .

\par

8. Взаимное расположение двух плоскостей \mathcal{A}_3 .

Пучок плоскостей.

\par

9. Взаимное расположение трех плоскостей в \mathcal{A}_3 .

Связка плоскостей.

\par

10. Взаимное расположение двух прямых в \mathcal{A}_3 .

\par

11. Взаимное расположение прямой и плоскости \mathcal{A}_3 .

\par

12. Евклидово векторное пространство E_n .

Основная форма евклидова пространства E_n .

Скалярное произведение векторов. Модуль вектора.

\par

13. Сопряженное пространство E^*_n .

Канонический изоморфизм E_n и E^*_n .

\par

14. Ортогональное дополнение L^\perp_m подпространства $L_m \subset E_n$. $E_n = L_m \oplus L^\perp_m$.

\par

15. Евклидово аффинное пространство \mathcal{E}_n .

\par

16.

Уравнения плоскости в прямоугольной системе координат. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.

\par

17.

Прямая в \mathcal{E}_3 . Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.

Перпендикуляр, опущенный из точки на прямую.

\par

18.

Углы между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.

\par

19.

Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

\par

20.

Подпространства (m -плоскости) аффинного пространства \mathcal{A}_n . Геометрическая интерпретация систем линейных уравнений.

\par

21.

Взаимное расположение плоскостей (произвольных размерностей) в \mathcal{A}_n .

\par

22. Аффинные отображения. Уравнения аффинных отображений. Изоморфизм аффинных пространств.

\par

23.

Группа аффинных преобразований аффинного пространства. Простое отношение трех точек на прямой --- инвариант группы аффинных преобразований.

\par

24.

Комплексификация вещественных векторных и аффинных пространств.

\par

25. Подпространства евклидова векторного пространства. Изоморфизм евклидовых векторных пространств.

\par

26. Матрица основной формы евклидова пространства в произвольном и ортонормированном реперах и ее преобразование. Определитель матрицы основной формы.

\par

27. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами.

\par

28.

Расстояние между точками в евклидовом аффинном пространстве.

Неравенство треугольника.

\par

29. Изоморфизм евклидовых аффинных пространств. Изоморфность

евклидовых аффинных пространств одной размерности.

\par

30.

Группа движений евклидова аффинного пространства. Уравнения движения в прямоугольной системе координат.

\par

31.

Форма объема в евклидовом пространстве E_n и ее свойства.

\par

32.

Расстояние от точки до m -плоскости в E_n .

\par

33.

Уравнение гиперплоскости в евклидовом пространстве.

Расстояние от точки до гиперплоскости.

\par

34.

Расстояние от точки до прямой.

Расстояние от точки до двумерной плоскости.

\par

35.

Ортогональная проекция вектора на подпространство в E_n .

\par

36.

Аналог векторного произведения в E_n .

\par

37.

Поверхности второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве, заданные каноническими уравнениями.

\par

38.

Прямолинейные образующие линейчатых поверхностей (однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида).

Асимптотические конусы гиперboloидов.

\par

39. Гиперповерхность второго порядка в аффинном пространстве A_n .

Преобразование коэффициентов уравнения гиперповерхности второго порядка при замене репера. Квадратичные формы, ассоциированные с уравнением гиперповерхности.

\par

40.

Аффинные инварианты уравнения
гиперповерхности второго порядка.

\par

41.

Пересечение гиперповерхности второго порядка с прямой.
Асимптотические направления гиперповерхности второго порядка.

\par

42. Центр гиперповерхности второго порядка.

Центральные гиперповерхности второго порядка.

43. Диаметральные гиперплоскости. Сопряженность направлений
относительно гиперповерхности второго порядка.

\par

44. Касательная гиперплоскость гиперповерхности второго порядка.

\par

45. Классификация гиперповерхностей второго порядка в аффинном
пространстве.

\par

46. Классификация гиперповерхностей второго порядка в евклидовом
аффинном пространстве.

\par

47. Проективное пространство. Проективный репер. Прямые,
 m -плоскости в проективном пространстве.

\par

Гиперповерхности второго порядка в проективном пространстве.

\par

48.

Группа проективных преобразований.

Образец экзаменационного билета в формате LaTeX

Билет 1

1. (6 баллов)

а) Комплексификация аффинного пространства.

2. (4)

Какая поверхность в \mathbb{R}^3 задается уравнением

$$x^2 + 2x - y = 0,$$

Сделать рисунок.

3. (3+4+3)

а) Центральные гиперповерхности второго порядка.

б) Является ли кривая

$$\Phi: x^2 - 12xy + 8y^2 + 2x - 4y - 15 = 0$$
 центральной? Если да, то найти центр.

с) Являются ли направления $\mathbf{a} = \{4; 3\}$ и $\mathbf{b} = \{2; -7\}$

сопряженными относительно Φ ?

4. (2+2)

Являются ли кривые $4x^2 + 2y^2 - 3 = 0$, и $2x^2 + 4y^2 - 5 = 0$

а) евклидово эквивалентными? б) аффинно эквивалентными?

{\bf 5.} (3)

Как расположены плоскости $\{\bf r\}=\{2;1;-2\}+t^1\{1;1;2\}+t^2\{0;1;1\}$ и $x^1+x^2-x^3-5=0$ одна относительно другой?

{\bf 6.} (2+3+2)

{\bf a)} Гиперболоиды в $\{\cal A\}_3$ и $\{\cal E\}_3$.

Гиперболоиды вращения. Рисунки.

{\bf b)} Найти прямолинейные образующие,

проходящие через точку $(2;-6;6)$,

и **{\bf c)}** асимптотический конус

гиперболоида

$\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{6}-\frac{z^2}{4}=1$.

{\bf 7.} (2+3)

а) Найти угол между плоскостью $\pi: x+3y-2z+12=0$

и прямой $\{\bf r\}=\{1;2;-1\}+t^1\{2;-1;3\}$.

\par

\noindent

б) Из точки $A(-3;2;1)$ опустить перпендикуляр на π .

{\bf 8.} (3+3)

Уравнения аффинных движений на плоскости.

Найти какое-нибудь аффинное движение, переводящее прямую $x+y=0$ в прямую

$x-y+2=0$.

7.1. Основная литература:

1. П.С.Александров, Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. СПб.:Лань, 2009. - 512 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=493
2. В.В. Шурыгин, В.В. Шурыгин (мл). Аналитическая геометрия. Часть 3. Многомерные пространства. Гиперповерхности второго порядка. Казань: КФУ, 2014. - 160 с. URL:http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_034_000411.pdf
3. Шурыгин, Вадим Васильевич. Аналитическая геометрия : учеб. пособие к курсу "Аналит. геометрия" / Шурыгин В. В. ; Казан. гос. ун-т . Казань : [КГУ], 2007. Ч. 3: Многомерные пространства. Гиперповерхности второго порядка / В. В. Шурыгин, В. В. Шурыгин (мл.) ; Казан. федер. ун-т . Казань : [Казанский федеральный университет], 2014. ? 159, [1] с.
4. Цубербиллер, Ольга Николаевна. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. Издание 34-е, стереотипное. Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2009.336 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=430
5. В.В. Шурыгин. Аналитическая геометрия [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие к курсу "Аналитическая геометрия" / Шурыгин В. В. ; Казан. гос. ун-т .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2013) . Ч. 2: Аналитическая геометрия пространства // Шурыгин В. В.; Казан. федер. ун-т . Электронные данные (1 файл: 1,63 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) .? Загл. с экрана .? Для 2-го семестра .? Режим доступа: открытый. <URL:http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_34_2012_000060.pdf>.

7.2. Дополнительная литература:

1. Лекции по линейной алгебре и аналитической геометрии [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский ; Казан. федер. ун-т .? Электронные данные (1 файл: 2,69 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) .?

URL:<http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/978-5-00019-193-4.pdf>

2. Игудесман К.Б. Задачи по аналитической геометрии. Часть I. - Казань, КГУ, 2003. - 64 с

3. Игудесман, Константин Борисович.

Задачи по аналитической геометрии : учебное пособие к курсу Аналитическая геометрия / К.Б. Игудесман ; Казан. гос. ун-т .? Казань : [КГУ], 2003 .? ; 21.

Ч. 2 .? 2008 .? 58 с.

4. Игудесман, Константин Борисович (канд. физ.-мат. наук ; 1974 -) .Задачи по аналитической геометрии [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие к курсу "Аналитическая геометрия" / Игудесман К. Б. ; Казан. гос. ун-т .? (Казань : Казанский государственный университет, 2007) .

Ч. 2 [Текст: электронный ресурс] .? Электронные данные (1 файл: 0,33 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2007) .? Загл. с экрана .? Для 1-го курса .? Режим доступа: открытый.

Оригинал копии: Ч. 2 .? 2008 .? 58 с.

<URL:http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_34_2007_000038.pdf>.

7.3. Интернет-ресурсы:

Аналитическая геометрия: учебное пособие к курсу -

<http://vufind.kpfu.ru/opac/Collection/RU05CLSL05CEOR05C521>

Аналитическая геометрия: учебное пособие к курсу -

<http://vufind.kpfu.ru/opac/Collection/RU05CLSL05CEOR05C522>

Задачи и упражнения по аналитической геометрии -

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=430

Задачи по аналитической геометрии: учебное пособие к курсу Аналитическая геометрия -

<http://vufind.kpfu.ru/opac/Collection/RU05CLSL05CEOR05C1633>

Курс аналитической геометрии и линейной алгебры -

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=493

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Аналитическая геометрия" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Шурыгин В.В. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. _____

"__" _____ 201__ г.