

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Математический анализ Б1.В.ОД.11

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Гарипов И.Б.

**Рецензент(ы):**

Сушков С.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81722318

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Гарипов И.Б. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования ,  
lnur.Garipov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

обучение математическому анализу для формирования у студентов представления о математике как особом методе познания природы, осознания общности математических понятий и моделей, приобретения навыков логического мышления и оперирования абстрактными математическими объектами; воспитание высокой математической культуры. Математический анализ - важнейший базовый курс, целями которого является закладка фундамента математического образования.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.11 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 1, 2 курсах, 1, 2, 3, 4 семестры.

Математический анализ является первым математическим курсом. Именно в нем закладывается фундамент математического образования, обеспечивающий успешное изучение специальных разделов математики.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основополагающие принципы, понятия и факты анализа; дифференциальное и интегральное исчисления функций одного и нескольких переменных; числовые и функциональные ряды; основные понятия, формулы, теоремы; методы решения математических задач и уравнений.

2. должен уметь:

дифференцировать и интегрировать функции одного и нескольких переменных; исследовать функции и строить графики; применять интегральное и дифференциальное исчисления функции одной и нескольких переменных к решению задач; находить разложения функций в ряды; самостоятельно работать с математической литературой.

3. должен владеть:

умением вычислять пределы и их применять; умением использовать дифференциальное и интегральное исчисления при решении геометрических (физических) задач; исследованием рядов и их применением.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 16 зачетных(ые) единиц(ы) 576 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре; зачет во 2 семестре; экзамен в 3 семестре; зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в анализ. Множества. Функции	1	1-3	6	0	6	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Предел последовательностей	1	4-7	8	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Предел функции	1	8-11	8	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Непрерывность функций	1	12-18	14	0	14	Контрольная работа Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	2	1-5	10	0	10	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Формула Тейлора	2	6-8	6	0	6	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Исследование функции и построение графиков	2	9-10	4	0	4	Контрольная работа Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	2	11-18	16	0	16	Контрольная работа Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Неопределенный интеграл	3	1-4	8	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Определенный интеграл	3	5-7	6	0	6	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Геометрическое и физическое приложение определенного интеграла	3	8-9	4	0	4	Контрольная работа Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Несобственный интеграл	3	10	2	0	2	Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Двойные и тройные интегралы	3	11-14	8	0	8	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Криволинейные интегралы	3	15-18	8	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
15.	Тема 15. Числовые ряды	4	1-2	4	0	10	Контрольная работа Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
16.	Тема 16. Функциональные ряды	4	3-5	6	0	10	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Разложение функций в степенной ряд	4	6-7	4	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
18.	Тема 18. Ряды Фурье	4	8-9	4	0	8	Письменное домашнее задание
·	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Экзамен
·	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Зачет
·	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Экзамен
·	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Зачет
	Итого			126	0	144	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Введение в анализ. Множества. Функции

#### *лекционное занятие (6 часа(ов)):*

Действительные числа и их свойства: упорядоченность, плотность, непрерывность (различные формулировки). Геометрическое изображение действительных чисел. Модуль действительного числа и его свойства. Числовые множества. Отрезки, интервалы. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани числового множества. Общее определение функции. Действительные функции действительной переменной. График функции. Арифметические операции над функциями. Композиция. Обратная функция. Ограниченность, монотонность, периодичность функции.

#### *лабораторная работа (6 часа(ов)):*

Решение уравнений и неравенств с модулем. Нахождение объединения, пересечения, разности множеств. Нахождение области определения функций. Исследование функции на четность и нечетность. Исследование функции на периодичность. Исследование функции на монотонность. Нахождение обратной функции. Сложная функция.

### Тема 2. Предел последовательностей

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

Последовательность как функция натурального аргумента. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Сходимость монотонной и ограниченной последовательности. Число  $\epsilon$  и связанные с ним пределы. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

#### *лабораторная работа (8 часа(ов)):*

Доказательство предела последовательности используя определение предела. Вычисление пределов числовых последовательностей.

### **Тема 3. Предел функции**

#### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Предел функции. Свойства предела функции: единственность, предел суммы, произведения, частного и композиция функции. Пределный переход в неравенствах. Предел отношения синуса к аргументу, стремящемуся к нулю. Односторонние пределы. Асимптоты графика функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их сравнение.

#### **лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Доказательство предела функции используя определение предела. Вычисление пределов функций. Вычисление односторонних пределов. Использование первого и второго замечательного предела при вычислении пределов.

### **Тема 4. Непрерывность функций**

#### **лекционное занятие (14 часа(ов)):**

Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Непрерывность обратной функции. Точки разрыва и их классификация. Односторонняя непрерывность. Пределы и точки разрыва монотонной функции. Ограниченность и существование наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной на отрезке. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Понятие равномерной непрерывности функции на множестве. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке. Степенная функция с рациональным показателем. Степень с иррациональным показателем. Показательная и логарифмическая функции. Натуральный логарифм. Непрерывность показательной, логарифмической, тригонометрических и степенной функций. Элементарные функции в школьном курсе математики.

#### **лабораторная работа (14 часа(ов)):**

Исследование функции на непрерывность. Нахождение и исследование точек разрыва.

### **Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

#### **лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Задачи, приводящие к понятию производной. Дифференцируемость функции в точке, производная и дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного, композиции и обратной функции. Производные элементарных функций. Инвариантность формы дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрически заданные кривые и функции. Дифференцирование параметрически заданных функций.

#### **лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Вычисление производной используя определение производной. Составление уравнения касательной и нормали. Нахождение производной и дифференциала. Нахождение производной и дифференциала высших порядков. Нахождение производной параметрически заданной функции и неявно заданной функции.

### **Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья. Формула Тейлора**

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора и Маклорена. Формы остаточного члена (Пеано, Лагранжа, Коши). Применение формулы Тейлора в приближенных вычислениях.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Проверка справедливости теоремы Ролля, Лагранжа, Коши для данной функции. Вычисление предела функции с помощью правила Лопиталья. Разложение функции по формуле Тейлора.

### **Тема 7. Исследование функции и построение графиков**

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке. Максимум и минимум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие строгого экстремума. Выпуклость функции на промежутке. Точки перегиба. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций. Схема полного исследования функции и построение ее графика.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Исследование функции и построение графика функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.

**Тема 8. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

**лекционное занятие (16 часа(ов)):**

Функция нескольких переменных. График функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Предел функции нескольких переменных. Повторные пределы. Непрерывность функции нескольких переменных. Функции непрерывные в области. Равномерная непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл дифференцируемости и дифференциала функции двух переменных. Касательная плоскость. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференцируемость сложной функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков и условия их независимости порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных. Существование неявных функций одной и двух переменных и их дифференцирование. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций. Понятие условного экстремума.

**лабораторная работа (16 часа(ов)):**

Нахождение частных производных. Нахождение частных производных высших порядков. Нахождение экстремума функций нескольких переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций нескольких переменных.

**Тема 9. Неопределенный интеграл**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Основные свойства неопределенного интеграла. Простейшие правила интегрирования. Интегрирование заменой переменной и по частям. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование трансцендентных функций. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Нахождение неопределенных интегралов.

**Тема 10. Определенный интеграл**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегрируемость функции на отрезке и определенный интеграл. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции, имеющей конечное множество точек разрыва. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Вычисление определенных интегралов.

**Тема 11. Геометрическое и физическое приложение определенного интеграла**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Квадрируемость плоской фигуры и ее площадь. Свойства квадрируемых фигур. Критерий квадрируемости. Вычисление площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора, заданного в полярных координатах. Вычисление длины дуги гладкой кривой. Кубируемость пространственного тела и его объем. Вычисление объема и площади поверхности тела вращения.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление площади фигур. Вычисление длины дуг кривых. Вычисление объема и площади поверхности тела вращения.

**Тема 12. Несобственный интеграл**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Несобственные интеграл и его свойства.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Вычисление несобственных интегралов.

**Тема 13. Двойные и тройные интегралы**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Задачи, приводящие к понятию интеграла от функции нескольких переменных. Двойной интеграл и его основные свойства. Критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Вычисление площадей и объема с помощью двойного и тройного интегралов. Площадь поверхности. Вычисление площади гладкой поверхности с помощью двойного интеграла.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Изменение порядка интегрирования. Вычисление двойных и тройных интегралов. Геометрические (и физические) приложения двойных и тройных интегралов.

**Тема 14. Криволинейные интегралы**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Криволинейный интеграл по длине дуги и его основные свойства. Вычисление криволинейного интеграла по длине дуги. Приложение криволинейного интеграла по длине дуги. Криволинейный интеграл по координатам и его основные свойства. Вычисление криволинейного интеграла по координатам. Формула Грина. Криволинейные интегралы, зависящие только от начала и конца пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по ее дифференциалу.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Вычисление криволинейных интегралов. Формула Грина. Нахождении функции по данным полным дифференциалам.

**Тема 15. Числовые ряды**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Числовой ряд; и его сумма. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Гармонический ряд. Сходимость ряда с неотрицательными членами. Сравнение рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютно сходящиеся ряды. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда. Условная сходимость ряда.

**лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Нахождение суммы числового ряда. Исследование сходимости числовых рядов. Исследование на абсолютную и условную сходимость знакопеременных рядов.

**Тема 16. Функциональные ряды**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Функциональная последовательность и функциональный ряд. Область сходимости. Равномерная сходимость. Условие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов. Непрерывность предельной функции равномерно сходящейся последовательности и суммы равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Промежуток и радиус сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда. Непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

**лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Определение области сходимости функциональных рядов. Исследование функциональных рядов на равномерную сходимость. Нахождение суммы функциональных рядов.

**Тема 17. Разложение функций в степенной ряд**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Задача разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Разложение в ряд элементарных функций. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Разложение функций в ряд Тейлора. Применение рядов Тейлора в приближенных вычислениях.

**Тема 18. Ряды Фурье**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Понятие о тригонометрических рядах. Коэффициенты Фурье. Ряды Фурье. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле. Ряд Фурье для четной и для нечетной функций. Разложение функций в ряд Фурье на несимметричном промежутке. Разложение в ряд Фурье функции с произвольным периодом. Ряд Фурье четных и нечетных функций.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Разложение функции в ряд Фурье.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение в анализ. Множества. Функции	1	1-3	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	12	домашнее задание
2.	Тема 2. Предел последовательностей	1	4-7	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	10	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоёмкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Предел функции	1	8-11	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	10	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
4.	Тема 4. Непрерывность функций	1	12-18	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	18	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	10	контрольная работа
5.	Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	2	1-5	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	15	домашнее задание
6.	Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья. Формула Тейлора	2	6-8	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	9	домашнее задание
7.	Тема 7. Исследование функции и построение графиков	2	9-10	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	2	11-18	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты	16	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
9.	Тема 9. Неопределенный интеграл	3	1-4	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
10.	Тема 10. Определенный интеграл	3	5-7	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты	3	домашнее задание
11.	Тема 11. Геометрическое и физическое приложение определенного интеграла	3	8-9	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
12.	Тема 12. Несобственный интеграл	3	10	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты	1	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
13.	Тема 13. Двойные и тройные интегралы	3	11-14	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	4	домашнее задание
14.	Тема 14. Криволинейные интегралы	3	15-18	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
15.	Тема 15. Числовые ряды	4	1-2	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	8	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
16.	Тема 16. Функциональные ряды	4	3-5	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	18	домашнее задание
17.	Тема 17. Разложение функций в степенной ряд	4	6-7	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	8	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
18.	Тема 18. Ряды Фурье	4	8-9	- изучение теоретического лекционного материала; - проработка теоретического материала (конспекты)	12	домашнее задание
	Итого				198	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и семинарские занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, лекции в форме эвристических бесед и дискуссий, модульная технология обучения, проектная деятельность.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Введение в анализ. Множества. Функции

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить уравнения и неравенства с модулем. Найти объединение, пересечение, разность множеств. Найти область определения функций. Исследовать функции на четность и нечетность. Исследовать функции на периодичность. Исследовать функции на монотонность. Найти обратную функцию. Сложная функция.

### Тема 2. Предел последовательностей

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказать предел последовательности используя определение предела. Вычислить предел числовых последовательностей.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Доказать предел последовательности используя определение предела. 2. Вычислить предел числовых последовательностей.

### Тема 3. Предел функции

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказать предел функции используя определение предела. Вычислить предел функций. Вычислить односторонние пределы.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Доказать предел функции используя определение предела. 2. Вычислить предел функций. Вычислить односторонние пределы.

### Тема 4. Непрерывность функций

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследовать функции на непрерывность. Найти и исследовать точки разрыва.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Исследовать функции на непрерывность. 2. Найти и исследовать точки разрыва.

### Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить производную, используя определение производной. Составить уравнение касательной и нормали. Найти производную и дифференциал. Найти производные и дифференциалы высших порядков. Найти производные параметрически заданной функции и неявно заданной функции.

### **Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья. Формула Тейлора**

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверить справедливость теоремы Ролля, Лагранжа, Коши для данной функции. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталья. Разложить функцию по формуле Тейлора.

### **Тема 7. Исследование функции и построение графиков**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследовать функцию и построить его график. Найти наибольшее и наименьшее значения функций.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти производную. 2. Исследовать функцию и построить его график.

### **Тема 8. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти частные производные. Найти частные производные высших порядков. Найти экстремум функций нескольких переменных. Найти наибольшее и наименьшее значения функций нескольких переменных.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти область определения указанных функций. 2. Найти частные производные. 3. Найти частные производные 2-го порядка. 4. Исследовать функцию на экстремум.

### **Тема 9. Неопределенный интеграл**

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти неопределенные интегралы.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти неопределенные интегралы.

### **Тема 10. Определенный интеграл**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить определенный интеграл.

### **Тема 11. Геометрическое и физическое приложение определенного интеграла**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить площадь фигуры. Вычислить длины дуги кривых. Вычислить объем и площадь поверхности тела вращения.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычислить определенные интегралы. 2. Вычислить площадь фигуры. Вычислить длины дуги кривых. Вычислить объем и площадь поверхности тела вращения.

### **Тема 12. Несобственный интеграл**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить несобственный интеграл.

### **Тема 13. Двойные и тройные интегралы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изменить порядок интегрирования. Вычислить двойные и тройные интегралы. Геометрические (и физические) приложения двойных и тройных интегралов.

### **Тема 14. Криволинейные интегралы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить криволинейные интегралы. Формула Грина. Найти функции по данным полным дифференциалам.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Изменить порядок интегрирования. 2. Вычислить площадь фигуры. 3. Вычислить площадь тела. 4. Вычислить криволинейный интеграл.

### **Тема 15. Числовые ряды**

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти суммы числового ряда. Исследовать сходимость числовых рядов. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакопеременных рядов.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти сумму ряда. 2. Исследовать на сходимость числовой ряд.

### **Тема 16. Функциональные ряды**

домашнее задание , примерные вопросы:

Определить область сходимости функциональных рядов. Исследовать функциональные ряды на равномерную сходимость. Найти суммы функциональных рядов.

### **Тема 17. Разложение функций в степенной ряд**

домашнее задание , примерные вопросы:

Разложить функций в ряд Тейлора. Применить ряды Тейлора в приближенных вычислениях.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти область сходимости ряда. 2. Разложить функцию в ряд Тейлора. 3. Вычислить интеграл с точностью.

### **Тема 18. Ряды Фурье**

домашнее задание , примерные вопросы:

Разложить функции в ряд Фурье.

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

1 семестр.

1. Действительные числа и их свойства: упорядоченность, плотность, непрерывность (различные формулировки).

2. Геометрическое изображение действительных чисел.

3. Модуль действительного числа и его свойства.

4. Числовые множества. Отрезки, интервалы.

5. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани числового множества.

6. Общее определение функции. Действительные функции действительной переменной. График функции. Арифметические операции над функциями.

7. Композиция. Обратная функция.

8. Ограниченность, монотонность, периодичность функции.

9. Простейшие элементарные функции: рациональные функции, тригонометрические и обратные тригонометрические функции.

10. Последовательность как функция натурального аргумента.

11. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.

12. Сходимость монотонной и ограниченной последовательности.

13. Число  $e$  и связанные с ним пределы.

14. Подпоследовательность.

15. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

16. Предел функции.

17. Свойства предела функции: единственность, предел суммы, произведения, частного и композиция функции.
18. Предельный переход в неравенствах.
19. Предел отношения синуса к аргументу, стремящемуся к нулю.
20. Односторонние пределы. Асимптоты графика функции.
21. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их сравнение.
22. Непрерывность функции в точке и на множестве.
23. Непрерывность суммы, произведения, частного, композиции.
24. Непрерывность обратной функции.
25. Точки разрыва и их классификация.
26. Односторонняя непрерывность.
27. Пределы и точки разрыва монотонной функции.
28. Ограниченность и существование наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной на отрезке.
29. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции
30. Понятие равномерной непрерывности функции на множестве.
31. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке.
32. Степенная функция с рациональным показателем. Степень с иррациональным показателем.
33. Показательная и логарифмическая функции. Натуральный логарифм.
34. Непрерывность показательной, логарифмической, тригонометрических и степенной функций
35. Класс элементарных функций. Элементарные функции в школьном курсе математики.

2 семестр.

1. Задачи, приводящие к понятию производной.
2. Дифференцируемость функции в точке, производная и дифференциал.
3. Непрерывность дифференцируемой функции.
4. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала.
5. Касательная к графику дифференцируемой функции.
6. Дифференцирование суммы, произведения, частного, композиции и обратной функции.
7. Производные элементарных функций.
8. Инвариантность формы дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
9. Производные и дифференциалы высших порядков.
10. Параметрически заданные кривые и функции. Дифференцирование параметрически заданных функций.
11. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
12. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей (неопределенности вида  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $0 \cdot \infty$ ,  $\infty - \infty$ ,  $0 \cdot 0$ ,  $\frac{0}{\infty}$ ,  $\frac{\infty}{0}$ ).
13. Формула Тейлора и Маклорена. Формы остаточного члена (Пеано, Лагранжа, Коши).
14. Применение формулы Тейлора в приближенных вычислениях.
15. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке.
16. Максимум и минимум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие строгого экстремума.
17. Выпуклость функции на промежутке. Точки перегиба.
18. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.
19. Схема полного исследования функции и построение ее графика.
20. Функция нескольких переменных. График функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня.

21. Предел функции нескольких переменных. Повторные пределы.
22. Непрерывность функции нескольких переменных.
23. Функции непрерывные в области. Равномерная непрерывность функции нескольких переменных
24. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.
25. Непрерывность дифференцируемой функции.
26. Геометрический смысл дифференцируемости и дифференциала функции двух переменных. Касательная плоскость.
27. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости.
28. Дифференцируемость сложной функции нескольких переменных.
29. Производная по направлению. Градиент.
30. Частные производные высших порядков и условия их независимости порядка дифференцирования.
31. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.
32. Существование неявных функций одной и двух переменных и их дифференцирование.
33. Экстремум функции нескольких переменных.
34. Необходимое условие экстремума.
35. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.
36. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.
37. Понятие условного экстремума.

### 3 семестр.

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Метод интегрирования по частям.
5. Замена переменной (метод подстановки).
6. Метод неопределенных коэффициентов.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.
9. Определенный интеграл.
10. Суммы Дарбу.
11. Основные свойства определенного интеграла.
12. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
13. Формула Ньютона-Лейбница.
14. Интегрирование по частям определенного интеграла.
15. Замена переменной в определенном интеграле.
16. Вычисление площади.
17. Вычисление длины дуги.
18. Вычисление объема тела вращения.
19. Несобственный интеграл.
20. Двойной интеграл и его свойства.
21. Вычисление двойного интеграла.
22. Замена переменной в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах
23. Тройной интеграл и его свойства.
24. Вычисление тройного интеграла.
25. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

#### 4. семестр.

1. Криволинейный интеграл по длине дуги.
2. Основные свойства криволинейного интеграла по длине дуги.
3. Вычисление криволинейного интеграла по длине дуги.
4. Приложение криволинейного интеграла по длине дуги.
5. Криволинейный интеграл по координатам и его основные свойства.
6. Основные свойства криволинейного интеграла по координатам.
7. Вычисление криволинейного интеграла по координатам.
8. Формула Грина.
9. Криволинейные интегралы, зависящие только от начала и конца пути интегрирования.
10. Восстановление функции двух переменных по ее дифференциалу.
11. Числовой ряд; и его сумма.
12. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
13. Свойства сходящихся рядов.
14. Необходимое условие сходимости ряда.
15. Гармонический ряд.
16. Сравнение рядов с неотрицательными членами.
17. Признаки Даламбера.
18. Признаки Коши.
19. Интегральный признак сходимости.
20. Знакопередающиеся ряды.
21. Признак Лейбница.
22. Абсолютно сходящиеся ряды.
23. Условная сходимость ряда.
24. Функциональная последовательность и функциональный ряд.
25. Область сходимости.
26. Равномерная сходимость.
27. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
28. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.
29. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
30. Степенные ряды.
31. Теорема Абеля.
32. Промежуток и радиус сходимости степенного ряда.
33. Задача разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.
34. Разложение в ряд элементарных функций. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов.
35. Понятие о тригонометрических рядах.
36. Коэффициенты Фурье. Ряды Фурье.
37. Сходимость ряда Фурье.
38. Теорема Дирихле.
39. Ряд Фурье для чётной и для нечётной функций.
40. Разложение функций в ряд Фурье на несимметричном промежутке.
41. Разложение в ряд Фурье функции с произвольным периодом.
42. Ряд Фурье четных и нечетных функций.

### 7.1. Основная литература:

Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 464 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/149>. - Загл. с экрана.

Бермант, А.Ф. Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 736 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2660>. - Загл. с экрана.

Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. том 2-й [Электронный ресурс] : учеб. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 464 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/411>. - Загл. с экрана.

### 7.2. Дополнительная литература:

Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. [Электронный ресурс] : Учебники - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2008. - 400 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2224>

Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. [Электронный ресурс] : Учебники - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2003. - 424 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2225>

Шипачев В. С. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 3-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469727>

Шершнева В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнева. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 164 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=445587>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/index.html>

мир математических уравнений EqWorld - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

Образовательный математический сайт - <http://old.exponenta.ru/>

справочник математических формул - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>

учебные пособия - <http://www.ksu.ru/f6/k6/index.php?id=15&idm=5>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

1. На кафедре высшей математики и математического моделирования имеется собственный кафедральный фонд книг (свыше 700 книг).
2. На педагогическом отделении имеется 3 компьютерных класса, объединенных в локальные сети и подключенные к интернету, 4 ноутбука и 3 проектора, 4 принтера, из них 1 - цветной, и 2 ксерокса, позволяющие обеспечивать учебный процесс. Компьютеры используются, помимо прочего, для спецкурсов и спецсеминаров а также для выполнения квалификационных работ.
3. На кафедре имеется оборудование, позволяющее размножить брошюровать методические пособия и учебники.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде .

Автор(ы):

Гарипов И.Б. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.